



СОДЕРЖАНИЕ

CONTENTS

**Проектирование летательных аппаратов**

**Flight Vehicle Design**

*Миронова Л.И., Коваль С.М.*

4 *Mironova L.I. and Koval' S.M.*

Моделирование напряженно-деформированного состояния несущих конструкций в программных комплексах Abaqus и MeshFree на этапе проектирования изделий авиационной техники

Modeling of the Stress-Strain State of Load-Bearing Structures in Abaqus and MeshFree Software Systems at the Stage of Design of Aviation Equipment Products

**Строительная механика  
и прочность летательных аппаратов**

**Structural Mechanics  
and Strength of Flight Vehicles**

*Абдуллин Р.С., Иванов А.А., Киселев В.И.*

14 *Abdullin R.S., Ivanov A.A., and Kiselev V.I.*

Неразрушающие испытания на устойчивость статическим методом

Non-Destructive Buckling Experiments by Static Method

*Бакулин В.Н.*

21 *Bakulin V.N.*

Трехслойные элементы конструкций авиационной и космической техники. Методология построения моделей послойного конечно-элементного анализа напряженно-деформированного состояния нерегулярных трехслойных оболочек, в том числе с прямоугольными в плане вырезами

Three-Layer Structural Elements of Aviation and Space Technology. Methodology for Constructing Models of Layer-by-Layer Finite-Element Analysis of the Stress-Strain State of Irregular Three-Layer Shells, Including Those with Rectangular Cutouts

*Гавва Л.М., Хан Т.А.*

30 *Gavva L.M. and Han T.A.*

Ограничения по статической прочности для оптимального проектирования конструктивно-анизотропных композиционных обшивок воздушных судов средней и большой толщины

Strength-Based Design Constraints for Optimizing the Anisotropic Medium-to-Thick Composite Panels in Aircraft Structures

*Гимадиев Р.Ш., Халиулин В.И., Гарифьянов А.Ф.*

43 *Gimadiev R.Sh., Khaliulin V.I., and Garif'yanov A.F.*

Многослойная мягкая оболочка под воздействием взрывной волны

A Multi-Layer Soft Shell under the Action of Blast Wave

*Глебов Г.А., Кириченко Д.С., Сабитов А.Ш.*

51 *Glebov G.A., Kirichenko D.S., and Sabitov A.Sh.*

Экспериментальное исследование полимерных композиционных материалов на огнестойкость и огнепроницаемость

Experimental Study of Polymer Composite Materials for Fire Resistance and Fire Proofness

*Жданов Э.Р., Крюков А.В., Харина О.С.,  
Степунин Д.С., Волков А.В.*

56 *Zhdanov E.R., Kryukov A.V., Kharina O.S.,  
Stepynin D.S., and Volkov A.V.*

Радиопрозрачные высокотемпературные композитные материалы для изготовления наукоемких изделий для нужд аэрокосмической промышленности

Radio-Transparent High-Temperature Composite Materials for the Manufacture of High-Tech Products for Aerospace Industry

*Сафоклов Б.Б., Серебрянский С.А.*

61 *Safoklov B.B. and Serebryanskii S.A.*

Искусственная нейронная сеть как инструмент прогнозирования технического состояния агрегатов винтокрылых летательных аппаратов

Artificial Neural Network as a Tool for Predicting the Technical Condition of Rotary-Wing Aircraft Components

**Динамика полета  
и управление летательными аппаратами**

**Flight Dynamics  
and Control of Flight Vehicles**

*Гусев Е.В., Заговорчев В.А., Родченко В.В.,  
Садретдинова Э.Р., Шипневская Е.А.*

71 *Gusev E.V., Zagovorchev V.A., Rodchenko V.V.,  
Sadretdinova E.R., and Shipnevskaya E.A.*

Определение оптимального закона управления вектором тяги космического пенетратора активно-реактивного типа

Determination of the Optimal Control Law for the Thrust Vector of an Active-Reactive Type Space Penetrator

*Зубов Н.Е., Лапин А.В., Рябченко В.Н.*

77 *Zubov N.E., Lapin A.V., and Ryabchenko V.N.*

Стабилизация орбитальной ориентации космического аппарата при измерении только угловых скоростей крена и тангажа или рысканья и тангажа

Stabilizing the Orbital Orientation of a Spacecraft at Measuring only Angular Rates of Roll and Pitch or Angular Rates of Yaw and Pitch

- Тарасов А.З., Тихонов В.Н.* 89 *Tarasov A.Z. and Tikhonov V.N.*  
Виртуальная модель динамики маневренного самолета  
Virtual Model of a Highly Maneuverable Aircraft Dynamics
- Cao Huu Tinh, Vu Xuan Thin* 97 *Cao Huu Tinh and Vu Xuan Thin*  
Synthesis of Proportional-Integral-Derivative Guidance Law for Homing Missiles Using the PSO Algorithm  
Synthesis of Proportional-Integral-Derivative Guidance Law for Homing Missiles Using the PSO Algorithm
- Babu S., Livin L., Prawin L., Venkatachalam S., Rajendran A.R.* 98 *Babu S., Livin L., Prawin L., Venkatachalam S., and Rajendran A.R.*  
Experimental and Numerical Investigation of Trailing Edge Wing Morphing to Improve the Aerodynamic Performance and Stability Characteristics of a Fixed Wing UAV  
Experimental and Numerical Investigation of Trailing Edge Wing Morphing to Improve the Aerodynamic Performance and Stability Characteristics of a Fixed Wing UAV
- Narayan A., Kumar S., Raza H., Kumar M., Reddy G.S., Kumar R.* 99 *Narayan A., Kumar S., Raza H., Kumar M., Reddy G.S., and Kumar R.*  
Supersonic Flow Past a Bi-Conic Nose Cone: A Computational Parametric Study  
Supersonic Flow Past a Bi-Conic Nose Cone: A Computational Parametric Study
- Аэро- и газодинамика летательных аппаратов и их двигателей**  
**Aero- and Gas-Dynamics of Flight Vehicles and Their Engines**
- Просвиряков Е.Ю., Горюлева Л.С., Ледянкина О.А.* 100 *Prosviryakov E.Yu., Goruleva L.S., and Ledyankina O.A.*  
Новое точное решение уравнений Навье – Стокса для описания неустановившихся течений вертикально завихренной жидкости  
A New Exact Solution of the Navier–Stokes Equations for Describing the Unsteady Flows of Vertically Swirled Fluid
- Проектирование и доводка авиационных и ракетных двигателей**  
**Aircraft and Rocket Engine Design and Development**
- Гизатуллин Ф.А., Юшкова О.А.* 108 *Gizatullin F.A. and Yushkova O.A.*  
Законы распределения случайных диагностических параметров искровых разрядов в полупроводниковых свечах емкостных систем зажигания  
Distribution Laws for Random Diagnostic Parameters of Spark Discharges in Semiconductor Spark Plugs of Capacitive Ignition Systems
- Кривошеев И.А., Рожков К.Е., Симонов Н.Б., Иванова О.Н.* 114 *Krivosheev I.A., Rozhkov K.E., Simonov N.B., and Ivanova O.N.*  
Поддержка принятия решений на начальном этапе проектирования турбореактивного двухконтурного двигателя  
Decision Support at the Initial Stage of Turbofan Engine Design
- Тарасенко А.Н., Васильев А.Ю., Луховицкий Б.И., Шарипов А.С., Силуянова М.В.* 128 *Tarasenko A.N., Vasil'ev A.Yu., Loukhovitski B.I., Sharipov A.S., and Siluyanov M.V.*  
Разработка и расчетный анализ облик малоэмиссионных камер сгорания авиационных двигателей с использованием редуцированного кинетического механизма  
Low-Emission Combustors for Aircraft Engines: Development and Numerical Analysis of Technical Concepts Using a Reduced Kinetic Mechanism
- Теория авиационных и ракетных двигателей**  
**Aircraft and Rocket Engine Theory**
- Марчуков Е.Ю., Ильинков А.В., Шукин А.В., Такмовец В.В., Каховский К.В.* 137 *Marchukov E.Yu., Il'inkov A.V., Shchukin A.V., Takmvtsev V.V., and Kakhovskii K.V.*  
Влияние подрезки задней кромки всерного отверстия на эффективность пленочного охлаждения при угле вдува 45°  
Cutback of Trailing Edge of a Fan-Shaped Hole Contributing to the Film Cooling Effectiveness at a Blowing Angle of 45 deg
- Авиационные приборы и измерительно-вычислительные комплексы**  
**Aircraft Instruments and Instrumentation Computer Complexes**
- Евдокимов Ю.К., Фадеева Л.Ю., Шахтурин Д.В.* 145 *Evdokimov Yu.K., Fadeeva L.Yu., and Shakhturin D.V.*  
Алгоритм синтеза рельефной поверхности с заданной фрактальной размерностью на основе операторов дробного интегрирования  
Algorithm for Synthesis of Relief Surface with Given Fractal Dimension Based on Fractional Dimension Operators
- Лазарева П.А., Маликов А.И., Дегтярев Г.Л., Маннанов Р.Т.* 152 *Lazareva P.A., Malikov A.I., Degtyarev G.L., and Mannanov R.T.*  
Разработка алгоритма абсолютной визуально-инерциальной навигации беспилотных воздушных судов  
Development of an Algorithm for Absolute Visual-Inertial Navigation of Unmanned Aerial Vehicles
- Солдаткин В.М., Солдаткин В.В., Ефремова Е.С., Никитин А.В., Козловский Р.В., Козловский Г.В.* 159 *Soldatkin V.M., Soldatkin V.V., Efremova E.S., Nikitin A.V., Kozlovskii R.V., and Kozlovskii G.V.*  
Модели динамических характеристик и погрешностей измерительных каналов системы воздушных сигналов с неподвижным невыступающим приемником потока  
Models of Dynamic Characteristics and Errors of Measuring Channels of an Air Signal System with a Fixed Non-Protruding Flow Receiver
- Технология авиационного производства**  
**Aircraft Production Technologies**
- Куомалибиекя А., Усманов Д.М., Старцев Н.Д., Андрианова К.А., Аморова Л.М.* 166 *Kuomalibieke A., Usmanov D.M., Startsev N.D., Andrianova K.A., and Amirova L.M.*  
Пенозаполнители на основе эпоксидных полимеров и сэндвич-изделия с сердечником на их основе  
Epoxy Polymer Based Foam Fillers and Sandwich Structures with a Core Based on Them

- Людоговский П.Л., Наумов А.В., Семин Н.В.* 173 *Lyudogovskii P.L., Naumov A.V., and Semin N.V.*  
 Реализация технологии вакуумного формования в производстве тонкостенных высокотемпературных радиопрозрачных композиционных изделий  
 Implementation of Vacuum Forming Technology in the Production of Thin-Walled High-Temperature Radio-Transparent Composite Structures
- Морозов М.В., Дробышев С.В., Жукова Д.Н., Кузнецова В.В., Морозов Д.Н., Соловьев Е.А.* 179 *Morozov M.V., Drobyshev S.V., Zhukova D.N., Kuznetsova V.V., Morozov D.N., and Solov'ev E.A.*  
 Синтез пенографита и исследование его электропроводности в составе активных масс трехмерных электродов для суперконденсаторов  
 Synthesis of Exfoliated Graphite and Study of Its Electrical Conductivity in the Composition of Active Masses of Three-Dimensional Electrodes for Supercapacitors
- Радиотехника и связь** **Radio Engineering and Communication**
- Ефремов С.В., Здорникова В.П., Леонов А.П., Сапугольцева О.В.* 186 *Efremov S.V., Zdornikova V.P., Leonov A.P., and Sapugol'tseva O.V.*  
 Моделирование бортового кабеля при криогенных температурах и вакууме  
 Modeling of Onboard Cable at Cryogenic Temperatures and under Vacuum Conditions
- Николаев В.Н.* 192 *Nikolaev V.N.*  
 Математическое моделирование идентификации топологии антенн бортового радиоэлектронного оборудования на планере самолета  
 Mathematical Modeling of Identification of the Avionics Antennas Topology on the Airframe
- Тяпкин П.С., Важенин Н.А., Плохих А.П.* 201 *Tyapkin P.S., Vazhenin N.A., and Plokhikh A.P.*  
 Анализ эффективности методов борьбы с помеховым излучением стационарных плазменных двигателей в системах дальней космической связи  
 Analysis of Effectiveness of Methods of Protection against Interference Emission from Stationary Plasma Thrusters in Deep-Space Communication Systems
- Чечин Г.В., Колесниченко В.Е., Жучков И.А.* 208 *Chechin G.V., Kolesnichenko V.E., and Zhuchkov I.A.*  
 Анализ возможности использования дискретно-сканирующих лучей активной фазированной антенной решетки для организации информационного обмена в гетерогенных сетях связи  
 Analysis of the Possibility of Using Discrete Beam Hopping of an Active Phased Antenna Array to Establish the Information Exchange in Heterogeneous Communication Networks
- ТЕХНИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ** **TECHNICAL NOTES**
- Проектирование и доводка авиационных и ракетных двигателей** **Aircraft and Rocket Engine Design and Development**
- Ветров В.В., Шилин П.Д., Федоров А.С.* 216 *Vetrov V.V., Shilin P.D., and Fedorov A.S.*  
 Методика выбора оптимальных по критериям баллистической эффективности параметров камеры дожигания прямоточной энергетической установки летательного аппарата  
 Methodology for Selecting Optimal Parameters of the Afterburner Chamber of an Aircraft Ramjet Power Plant Based on Ballistic Efficiency Criteria
- Теория авиационных и ракетных двигателей** **Aircraft and Rocket Engine Theory**
- Сиденко К.А., Бирюк В.В.* 222 *Sidenko K.A. and Biryuk V.V.*  
 Влияние коэффициента избытка воздуха и акустической настройки на рабочий процесс эжекторного пульсирующего воздушно-реактивного двигателя  
 Influence of Air Excess Ratio and Acoustic Tuning on the Operation Process of the Ejector Pulsejet Engine
- Технология авиационного производства** **Aircraft Production Technologies**
- Егорова Е.И., Лунев А.Н., Курьяев Д.В.* 227 *Egorova E.I., Lunev A.N., and Kurylev D.V.*  
 Методика формирования базы знаний интеллектуальной системы проектирования технологических процессов  
 The Methodology of Forming the Knowledge Base of the Intelligent Process Design System

Журнал «Известия вузов. Авиационная техника» включен в утвержденный ВАК Перечень ведущих рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук.

## Моделирование напряженно-деформированного состояния несущих конструкций в программных комплексах Abaqus и MeshFree на этапе проектирования изделий авиационной техники

*Приведены результаты исследования напряженно-деформированного состояния детали «амортизационная стойка», являющейся несущим элементом конструкции шасси самолета. В качестве математической модели рассматривалась монолитная стержневая конструкция, испытывающая сложное нагружение. Предложены подходы в исследовании напряженного состояния конструкции методом конечных элементов и методом конечных точек. Численные алгоритмы приближенного решения дифференциальных уравнений теории упругости реализованы в программных комплексах Abaqus и MidasMeshFree при моделировании напряженно-деформированного состояния амортизационной стойки. Проведены сравнительный анализ и оценка точности полученных результатов.*

**Л.И. МИРОНОВА,**

*д-р техн. наук,*

**С.М. КОВАЛЬ,**

*аспирант*

*(МАИ, Москва)*

kovalstanislav17@gmail.com

**Напряжения, деформации, перемещения, конечно-элементная модель, конечно-разностная модель**

Важной задачей определения прочностных характеристик любой технической конструкции является исследование напряженно-деформированного состояния ее элементов, обусловленного внешним воздействием объемных и поверхностных сил, выявлением опасных сечений и локальных зон концентраций напряжений, влиянием условий внешней среды и физической нелинейности материалов и т. д. Совокупность воздействующих факторов обуславливает необходимость построения математической модели с формализацией ее поведения, адекватного процессу эксплуатации натурной конструкции. В настоящее время такой подход успешно реализуется в разработке новых изделий авиационной техники еще на стадии проектирования.

Математическое описание напряженно-деформированного состояния элемента конструкции, работающего в условиях упругости, пластичности и ползучести при сложном нагружении, проводится с помощью систем дифференциальных, интегральных и интегродифференциальных уравнений, аналитические решения которых получают крайне редко [1, 2]. Одним из главных инструментов исследования прочностных характеристик в настоящее время является детальное математическое моделирование с применением компьютерной техники и компьютерных технологий. При этом современные программные комплексы реализуют вычислительные алгоритмы, основанные на численных методах решения систем уравнений, например теории упругости. Наиболее распространенной методикой численного расчета прочности конструкций является метод конечных элементов, программная реализация которого осуществляется в современных комплексах инженерного анализа (ANSYS, Abaqus и др.). Во многих случаях применяют метод конечных разностей. Построение вычислительных алгоритмов решения прикладных задач механики на основе численных методов и их программной реализации проводится, например, в работах [3–10].

В данной статье осуществляется анализ вычислительных алгоритмов и процедур численного исследования напряженно-деформированного состояния стержневой конструкции на примере несущего элемента шасси самолета, реализованного в программных комплексах Abaqus (метод конечных элементов) и MidasMeshFree (бессеточный метод). Целью проведенных исследований является обоснование возможного применения бессеточных методов в задачах о деформировании твердых тел.

Программный комплекс Abaqus широко используется в области конечно-элементных расчетов на прочность технических конструкций. В его основе лежит метод конечных элементов. В свою очередь,

MidasMeshFree – технология, позволяющая проводить точный анализ без необходимости создания сеток, – разработана на базе метода конечных разностей. Эти комплексы реализуют матричную формулировку дискретной задачи.

При использовании метода конечных разностей дифференциальные уравнения аппроксимируются с помощью дискретных значений величин, заданных в выбранных точках. В случае применения метода конечных элементов конструкция в целом (сплошная среда) моделируется разбиением ее на конечные элементы (области), в каждой из которых поведение среды описывается с помощью отдельного набора выбранных функций напряжения и перемещения. Эти наборы функций задаются в такой форме, чтобы удовлетворять условиям непрерывности описываемых ими характеристик [10]. В обоих методах требуется строить и решать систему алгебраических уравнений, которые не всегда имеют простой вид.

В методе конечных элементов описание поведения элемента осуществляется с помощью компонент сил и смещений. Для построения математической модели напряженное состояние представляется обобщенными силами в узлах элемента, смещения узловых точек – степенями свободы. Соотношения между силами и перемещениями конечного элемента записываются в одном из трех основных видов [10]: уравнения жесткости, уравнения податливости, смешанные соотношения между силами и перемещениями:

$$\{\mathbf{F}\} = [k]\{\Delta\}; \{\Delta_f\} = [f]\{\mathbf{F}_f\}; \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_f \\ \Delta_f \end{Bmatrix} = [\Omega] \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_s \\ \Delta_s \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

где  $\{\mathbf{F}\}$ ,  $\{\mathbf{F}_f\}$ ,  $\{\mathbf{F}_s\}$  – векторы сил и узловых сил, компоненты узловых сил, связанных с условиями закрепления;  $\{\Delta\}$ ,  $\{\Delta_f\}$ ,  $\{\Delta_s\}$  – векторы перемещений, узловых перемещений от узловых сил, реактивных перемещений;  $[k]$ ,  $[f]$ ,  $[\Omega]$  – матрицы жесткости, податливости элемента (области), передаточной формы между силами и перемещениями.

Такой подход справедлив также для метода конечной разности, где составляются конечные разности в рассматриваемых точках (узлах). Обращаясь к прямому методу построения соотношений для элемента или области, рассматривают три системы уравнений теории упругости – уравнений равновесия, соотношений между перемещениями и деформациями, уравнений состояния. Этот метод применяется при исследовании фундаментальных соотношений между конечно-элементной или конечно-разностной аппроксимацией и реальной конструкцией.

В предположении упругого поведения элемента связь между напряжениями и деформациями описывается матричным соотношением

$$\{\sigma\} = [D](\{\epsilon\} - \{\epsilon_0\}) + \{\sigma_0\}, \quad (2)$$

где  $\{\sigma\}$ ,  $\{\epsilon\}$  – вектор-столбцы напряжений и деформаций;  $\{\sigma_0\}$ ,  $\{\epsilon_0\}$  – вектор-столбцы начальных или остаточных напряжений и деформаций;  $[D]$  – матрица упругости, характеризующая свойства материала.

Во многих случаях компоненты остаточного напряженно-деформированного состояния элемента, возникающего, например, вследствие технологического воздействия, в расчетах не учитываются. Компоненты напряжений и деформаций определяются из известных соотношений теории упругости. В силу краткости изложения данные соотношения не приводятся.

Приведенные соотношения успешно реализуются в вычислительных блоках в современных программных комплексах посредством построения сеточной модели и нагружения ее в приближении к реальным действующим нагрузкам. Однако одной из основных проблем данного метода является процедура построения качественной сетки, которая во многом определяется не только сложностью геометрической формы исследуемой конструкции, но и приобретенными навыками исполнителей, т. е. зависит от объективных и субъективных факторов. Перемещения любой точки внутри элемента  $e$  с узловыми точками  $i, j, m$  задаются вектором-столбцом

$$\{\Delta\} = [N]\{\delta\}^e = [N_i, N_j, N_m, \dots] \{\delta_i, \delta_j, \delta_m, \dots\}^T, \quad (3)$$

где  $[N]$  – матрица функции формы, компоненты которой  $N_i, N_j, N_m$  являются функциями положения;  $\{\delta\}^e$  – вектор-столбец узловых перемещений элемента  $e$ ;  $T$  – операция транспонирования.

Для выполнения условий сходимости вычислительного процесса к функциям формы предъявляются определенные требования, которые не всегда можно выполнить. При выборе функций перемещений элемента возникают трудности, связанные с обеспечением условия непрерывности по всей границе элемента со смежными элементами. Из-за разрывности перемещений на границах узла в построении сетки возникают бесконечные деформации [11]. Кроме того, процесс построения сетки может быть более трудоемким и продолжительным по времени в сравнении с получением численного решения рассматриваемой задачи.

Следует отметить, что при больших деформациях искажение сеток в процессе расчета недопустимо, поскольку возникает проблема адекватности полученных результатов вычислений.

В настоящее время многие специалисты отказываются от использования сеточных вычислительных алгоритмов, что способствует развитию бессеточных методов исследования и технологии их реализации [12–16]. Такие методы широко применяются в решении физико-механических задач о движении материального континуума, например, в гидромеханике. Моделирование происходит за счет исследования взаимодействий условных частиц, для которых определена интегральная или иная математическая процедура восстановления полей физических параметров континуума по текущему состоянию множества частиц.

Рассмотрим возможности применения бессеточного метода к задачам исследования напряженно-деформированного состояния нагруженных конструкций, в которых возникающие упругие и пластические деформации могут принимать как малые, так и большие значения.

Математическое моделирование конечно-элементного анализа конструкции реализуется с помощью двух подходов. Один из них включает решение дифференциальных уравнений, описывающих поведение некоторой произвольной бесконечно малой области. Другой подход постулирует вариационный экстремальный принцип, справедливый для всей области [11]. Хотя с математической точки зрения эти подходы эквивалентны, способы получения приближенных решений в этих подходах различаются.

Рассмотрим следующую дифференциальную задачу. Пусть в области  $D$  с границей  $\Gamma$  задана дифференциальная задача

$$Lu = f \text{ в } D \quad (4)$$

с граничным условием

$$lu = \varphi \text{ на } \Gamma. \quad (5)$$

Здесь:  $L, l$  – дифференциальные операторы;  $f, \varphi$  – заданные элементы;  $u$  – искомый элемент некоторых линейных нормированных пространств  $F, \Phi, U$ .

Если одной из переменных является время  $t$ , наиболее часто рассматривают области вида

$$D(t, x) = d(x) \times [t_0, T], \quad (6)$$

где  $t$  – время;  $x$  – совокупность пространственных координат,  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ .

Решение ищется в пространственной области  $d(x)$  на отрезке  $[x_0, T]$  с начальными условиями  $t = t_0$  (задача Коши) или с краевыми и смешанными задачами, в которых граничные условия заданы на границе  $\Gamma(x)$  области  $d(x)$ .

Для решения дифференциальных задач часто используют разностный метод. Все производные, входящие в уравнения, и краевые условия заменяют разностными аппроксимациями. В решении (2) определяют некоторую сетку – конечное множество точек (узлов)

$$\bar{D}_h = D_h \cup \Gamma_h, \quad (7)$$

принадлежащих области

$$\bar{D} = D \cup \Gamma, \Gamma_h \subset \Gamma, \quad (8)$$

где  $h$  – сеточный параметр (шаг сетки).

Приближенное решение дифференциальной задачи (2) – (4) определяется решением разностной схемы  $u_h$ , зависящей от параметра  $h$ . В результате дифференциальные операторы  $L$  и  $l$  заменяются разностными  $L_h$  и  $l_h$ :

$$L_h u_h = f_h \text{ в } D_h, l_h u_h = \varphi_h \text{ на } \Gamma_h. \quad (9)$$

В методе конечных элементов область дискретизации соответствует исследуемой физической области, которая разбивается на конечное число подобластей (конечных элементов), ограниченных некоторыми условиями геометрической регулярности, такими, как соблюдение предельного соотношения сторон между размерами элемента, углами и т. д. Решение пространственных задач приводит к необходимости создания надежных и эффективных сеточных генераторов.

Бессеточные методы включают дискретизацию неизвестной функции и ее производных, которые определяются только положением точек, расположенных в области анализа, и указанными в них параметрами [12].

Развитие бессеточных методов осуществлялось на основе различных подходов. Например, в одном из них область исследования  $D$  расширяют, получая некоторую искусственно созданную вычислительную область с более простой геометрией. Процесс дискретизации осуществляется с помощью структурированной сетки  $D_h$ , в качестве которой во многих случаях удобно использовать декартову сетку, приведенную на рис. 1. Здесь:  $a$  – структурированная сетка  $D_h$ ;  $b$  – декартова сетка.

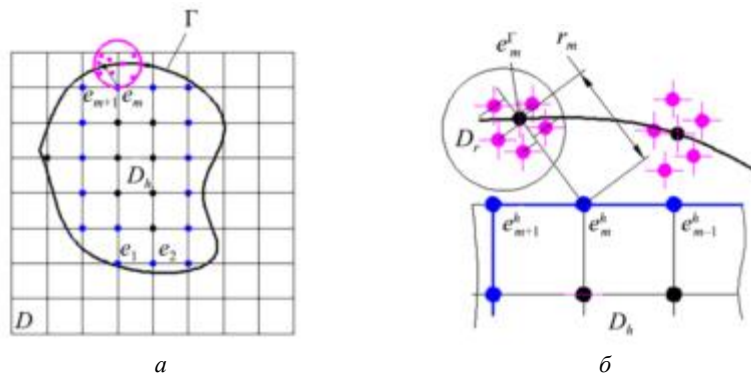


Рис. 1

Граница исследуемой физической области  $\Gamma$  разделяет расширенную область  $D$  на внутреннюю структурированную регулярную подобласть  $D_h$  и внешнюю подобласть. Во внутренней части приближенное вычисление линейного интеграла  $I(f)$  вида

$$I(f) = \int_a^b p(x)f(x)dx \quad (10)$$

проводят с помощью линейных квадратурных формул

$$S_n(f) = \sum_{i=1}^n c_i f(x_i). \quad (11)$$

Здесь:  $p(x)$  – весовая функция;  $c_i$  – коэффициенты квадратуры;  $x_i$  – узлы квадратуры.

Для вычисления интегралов во внешней подобласти могут использоваться различные математические методы, например, метод, в котором переменные не связаны с узлами (метод неопределенных множителей Лагранжа), или метод взвешенных невязок.

В методе взвешенных невязок наиболее общей процедурой численного решения системы дифференциальных уравнений задачи (2) является выражение в виде [12]

$$A(u) = b \text{ на } \Omega \quad (12)$$

с граничными условиями Неймана и Дирихле

$$B(u) = t \text{ на } \Gamma_i; u - u_p = 0 \text{ на } \Gamma_u; \Gamma = \Gamma_t \cup \Gamma_u, \quad (13)$$

где неизвестная функция  $u$  аппроксимируется некоторым пробным приближением, и уравнения (5), (6) заменяются на соотношение [12]

$$\int_{\Omega} W_t [A(\hat{u}) - b] d\Omega + \int_{\Gamma_t} W_t^* [B(\hat{u}) - t] d\Gamma + \int_{\Gamma_u} W_t^{**} [\hat{u} - u_p] d\Gamma = 0. \quad (14)$$

В выражениях (12) – (14) приняты следующие обозначения:  $A, B$  – дифференциальные операторы;  $b, t$  – внешние силы или источники, действующие в области  $\Omega$  вдоль границы  $\Gamma_i$ ;  $u_p$  – заданное значение на границе  $\Gamma_u$ ;  $W_t, W_t^*, W_t^{**}$  – весовые функции.

С целью сохранения локального характера задачи, обеспечивающего формирование ленточной матрицы, функция  $u$  должна быть преобразована к виду

$$u(x) \cong \hat{u}(x) = \sum_{i=1}^{n(p)} N_i(x) u_i^h = \{N\}^T(x) \mathbf{u}^h, \quad (15)$$

где  $N_i(x)$  – интерполирующие функции;  $n(p)$  – общее число точек рассматриваемой области. Интерполирующие функции должны удовлетворять условиям [12]

$$N_i(x) \neq 0, x \in \Omega_i; N_i(x) = 0, x \notin \Omega_i. \quad (16)$$

Здесь:  $\Omega_i$  – подобласть  $\Omega$ , содержащая  $n$  точек,  $n \ll n(p)$ ;  $u_i^h$  – приближенное значение  $u$  в точке  $i$ , такое, что  $u(x_i) \approx u_i^h$ .

В методе взвешенных невязок выбор весовых функций определяет схему получения решения классическими способами [11] – коллокацией в точке, коллокацией в подобласти, методом Галеркина, – которые составляют процедуры аппроксимации без сетки. Подробно этот вопрос рассматривается в работе [12], где установлено, что преимущества бессеточных процедур лучше всего реализуются точечной коллокацией.

Для представления границ более высокого порядка, а также для численного интегрирования могут быть использованы методы конечных ячеек [15].

Моделирование напряженно-деформированного состояния конструкции сложной геометрии с применением бессеточного метода позволяет провести численное решение системы дифференциальных уравнений с частными производными на основе их аппроксимации в произвольно расположенных узлах. Одним из таких методов является метод конечных точек. Схематическое представление метода приведено на рис. 1.

Для любой выбранной краевой точки  $e_n^\Gamma \in \Gamma$  области  $D$  строится локальное облако точек  $D_r$ . Аппроксимация вычисляется как линейная комбинация неизвестных узловых значений облака и определенных метрических коэффициентов. Расстояния между узловыми элементами и рассеянными точками минимизируются. Поскольку  $r_m$  есть функция от координат, то значение функции  $\phi$  в контурной точке зависит от выбора функции формы, или в соответствии с работой [11]

$$\phi = [N] \{\phi\}^e = [N_i, N_j, N_m, \dots] \{\phi_i, \phi_j, \phi_m, \dots\}^T. \quad (17)$$

В облаке  $D_r$  решение задачи проводится на основе применения метода наименьшего квадратного приближения.

Исследование напряженно-деформированного состояния проведем на примере детали «амортизационная стойка», конструкция которой схематично приведена на рис. 2, а. Здесь: 1 – корпус цилиндра; 2 – шток; 3 – траверса. На рис. 2, б представлена твердотельная конечно-элементная модель, построенная в программной среде Abaqus, на рис. 2, в – твердотельная бессеточная модель, построенная в программной среде MeshFree.

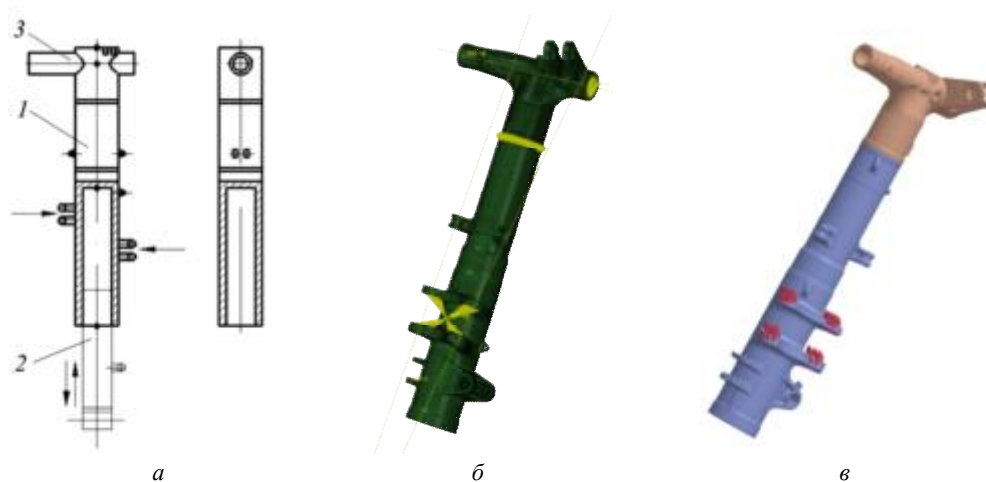


Рис. 2

Исследуемая деталь является несущей конструкцией основной опоры самолета пневмогидравлического типа с однокамерным пневмогидравлическим амортизатором. Конструктивно она выполнена в виде трубчатой разветвленной системы и включает корпуса цилиндра и траверсы. На корпусе цилиндра имеются проушины для присоединения компонентов основной опоры шасси (крепления шлиц-шарниров, откосов и пр.). Конструкция выполнена из отдельных металлических блоков, соединенных с помощью сварки. Амортизационная стойка предназначена для поглощения энергии ударов при посадке, восприятии нагрузки при разбеге, пробеге, рулении и буксировке самолета по аэродрому. При посадке энергия посадочного удара самолета переходит в работу совместного обжатия амортизаторов и пневматики колес, определяемую с учетом схемы расположения опор и условий нагружения шасси [17]. Требования к прочности шасси определены через эксплуатационные нагрузки и регламентированы авиационными правилами [18]. Расчетные случаи нагружения шасси различных схем приведены в разделе «Прочность» [18].

В качестве расчетной модели принимаем стержневую систему с учетом расположения внутренней полости. При нагружении несущий стержень испытывает сложное нагружение – сжатие, кручение, изгиб. Ось траверсы подвергается совместному изгибу в двух перпендикулярных направлениях.

Исследование напряженно-деформированного состояния детали стойки будем проводить с использованием программных комплексов Abaqus и MidasMeshFree.

Построенная конечно-элементная модель детали «стойка» включает 43269 конечных элементов и 31557 узлов. Четырехугольных двумерных конечных элементов – 33591, треугольных двумерных конечных элементов – 2492. Отношение треугольных к четырехугольным конечным элементам составляет менее 0,08 %.

Конечно-элементная модель представлена на рис. 2, б, график сходимости сетки – на рис. 3.

Построение модели в сеточной области проводилось по исходной геометрии (см. рис. 2, в). Распределение расчетных узлов характеризуется плотностью сетки (рис. 4).

Сетка средней и высокой степени плотности. Изменение плотности сетки диктуется необходимостью получения более точных данных напряженно-деформированного состояния конструкции в опасных сечениях или наиболее нагруженных сегментах. Построение качественной сетки в данном методе

не требуется, что значительно уменьшает трудоемкость моделирования задачи. Метод не требует проверки сходимости сетки. Кроме этого, с помощью бессеточного метода получают более разреженную матрицу связи в сравнении с методом конечных элементов, для которого матрица жесткости имеет ленточную структуру, что более эффективно как с точки зрения использования памяти, так и времени решения задачи.

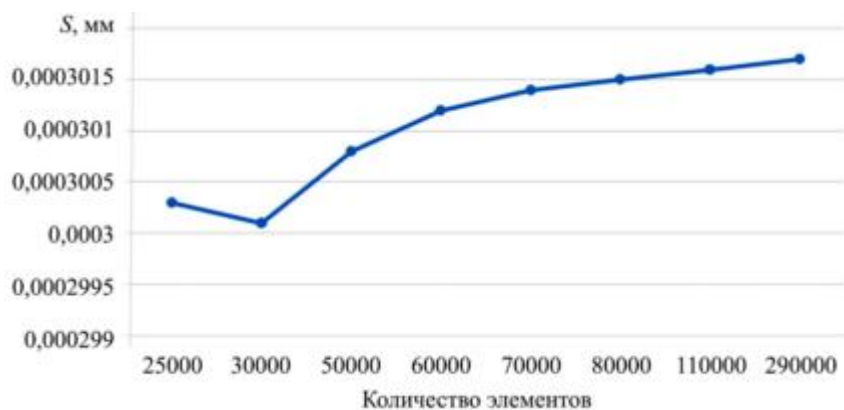


Рис. 3

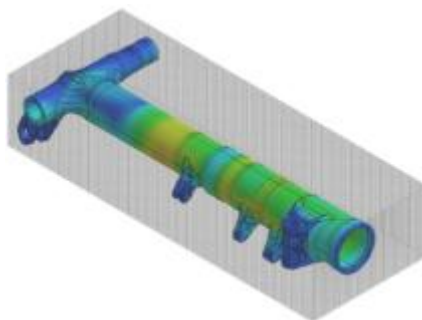


Рис. 4

Нагружение моделей осуществлялось в соответствии с расчетной схемой с абсолютной идентичностью. Величины усилий и моментов были взяты из источников [19–22]. Так, в траверсе усилие прикладывалось к серьгам по двум осям глобальной системы координат. Граничные условия задавались ограничением по всем степеням свободы поверхностей верхней части траверсы. Физико-механические свойства материала соответствовали параметрам среднеуглеродистой легированной стали.

Результаты исследования напряжений по Мизесу приведены на рис. 5: *а* – модель Abaqus; *б* – модель MidasMeshFree.

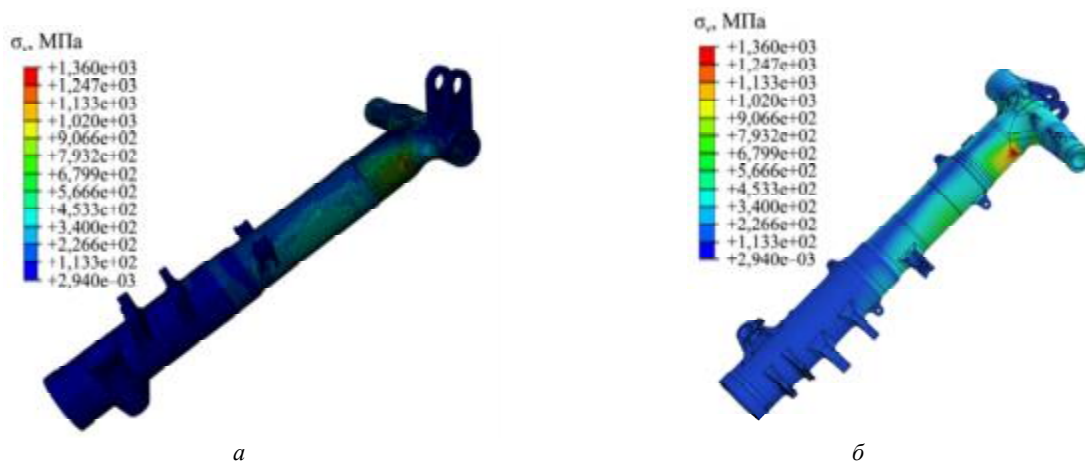


Рис. 5

Результаты моделирования касательных напряжений приведены на рис. 6, перемещений – на рис. 7. Здесь: *a* – модель Abaqus; *б* – модель MidasMeshFree.

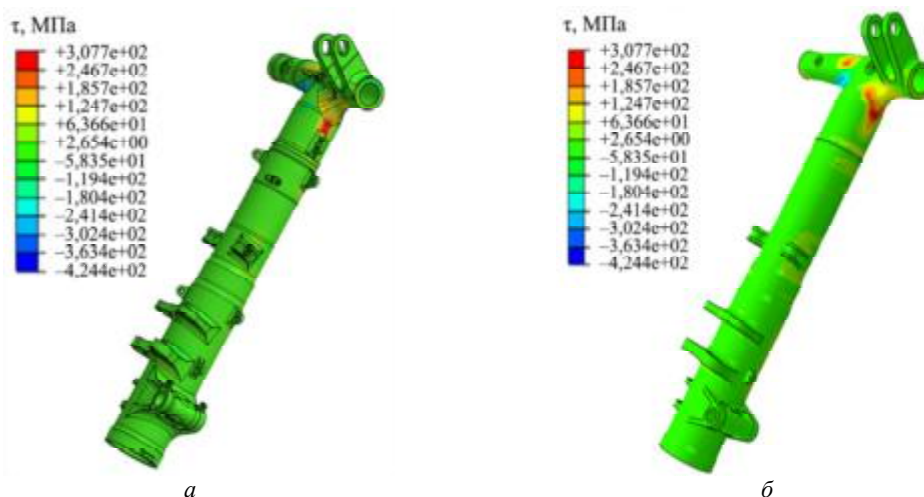


Рис. 6

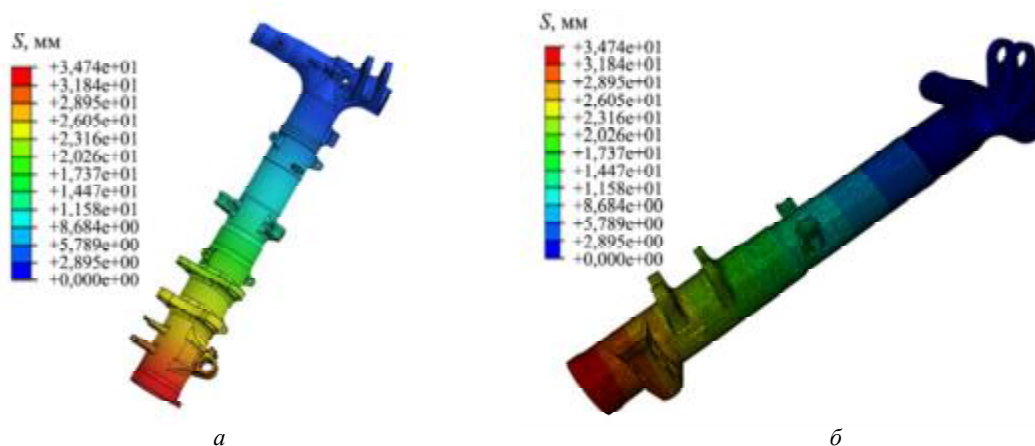


Рис. 7

Сравнение результатов проводилось на основе визуального анализа зон цветового распределения для двух моделей и количественного анализа точечных значений вычисленных величин. Были отобраны пять значений этих величин в выбранных точках с одинаковыми координатами в разных диаметральных направлениях.

Результаты количественного анализа приведены в таблице.

Номер точки	Модель 1 ( $u_1$ ) (Abaqus)	Модель 2 ( $u_2$ ) (Midas MeshFree)	Отклонения ( $u_1 - u_2$ )/ $u_1$
Напряжения по Мизесу, МПа			
1	1359,84	1298,5	0,045
2	1190	1042,27	0,1241
3	582	547,6	0,591
4	535,83	476,2	0,1112
5	486	476,2	0,0201
Касательные напряжения, МПа			
1	324,64	307,0	0,0543
2	108,0	108,27	-0,0025
3	47,76	47,0	0,0159
4	55,4	54,0	0,0252
5	49,5	49,0	0,0101

Номер точки	Модель 1 ( $u_1$ ) (Abaqus)	Модель 2 ( $u_2$ ) (Midas MeshFree)	Отклонения ( $u_1 - u_2$ )/ $u_1$
Перемещения, $10^{-3}$ мм			
1	42,4	42,37	0,0007
2	50,0	49,45	0,011
3	62,5	61,43	0,0011
4	63,10	62,52	0,0091
5	64,70	64,78	-0,0012

Согласно проведенному количественному анализу сходимость результатов достаточно близкая, за исключением достаточно больших отклонений напряжений по Мизесу в точке 2 (0,1241) и точке 3 (0,591). Такие ошибки могут быть связаны с искажением сеточного элемента в зоне сложной геометрии, поэтому требуется дополнительное уточнение.

Таким образом, в результате проведенного исследования можно сделать вывод о том, что бессеточные методы численного исследования физических процессов достаточно эффективны для использования в конструкционном анализе машиностроительных деталей и авиационных конструкций с целью оценки прочности и надежности.

При дальнейшем изучении бессеточных методов и их программировании могут реализовываться новые задачи не только для моделирования движения частиц в сплошной среде, но и задачи пластичности и ползучести. Данные методы с приемлемой точностью позволяют исследовать статику и динамику нагруженных твердых тел.

Основным преимуществом бессеточных методов по сравнению с методом конечных элементов является снижение трудоемкости при создании расчетной модели, не требующей построения качественной сетки конечных элементов, а также отсутствие проблемы нереалистичности полученных параметров в сложных зонах геометрии исследуемого объекта.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Малинин Н.Н.* Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение, 1968. 400 с.
2. *Мавлютов Р.Р.* Концентрация напряжений в элементах авиационных конструкций. М.: Наука, 1981. 141 с.
3. *Дмитриев В.Г., Коровайцева Е.А., Попова А.Р.* Особенности построения математических моделей для исследования процессов деформирования оболочек вращения из нелинейно упругих материалов // Тр. МАИ [Электронный журнал]. 2024. № 137. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=181875> (дата обращения: 14.03.2025).
4. *Шатаев П.А., Кретов А.С.* Метод Канторовича – Власова для проектировочной оценки прочности тонкостенных конструкций // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 4. С. 31–40.
5. *Чжанг П., Мингазов Б.Г.* Численные исследования влияния угла установки лопаток двухступенчатого осевого завихрителя на поле течения в камере сгорания // Изв. вузов. Авиационная техника. 2024. № 3. С. 89–96.
6. *Железнов Л.П.* Нелинейное деформирование и устойчивость композитной цилиндрической оболочки при комбинированном нагружении крутящим и изгибающим моментами // Изв. вузов. Авиационная техника. 2022. № 4. С. 44–50.
7. *Cook R.D. et al.* Concepts and Applications of Finite Element Analysis. John Wiley & Sons. Inc., 2002. 733 p.
8. *Kaizhou Luet et al.* An Implicit Boundary Finite Element Method with Extension to Frictional Sliding Boundary Conditions and Elasto-Plastic Analyses // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2020. Vol. 358. Article № 112620.
9. *Кондратенко Л.А., Дмитриев В.Г., Миронова Л.И.* О крутильных колебаниях линейного червячно-цилиндрического привода в механизмах авиационной техники // Учен. зап. ЦАГИ. 2021. № 4. С. 74–84.
10. *Gallagher R.H.* Finite Element Analysis. Fundamentals. Prentice-Hall, Inc., 1975. 416 p.
11. *Zienkiewicz O.C.* The Finite Element Method in Engineering Science. London, N.Y: McGraw-Hill, 1971. 521 p.
12. *Oñate E. et al.* A Finite Point Method in Computational Mechanics. Applications to Convective Transport and Fluid Flow // Numerical Methods in Engineering. 1996. Vol. 39. Iss. 22. P. 3839–3866.
13. *Löhner R., Oñate E.* An Advancing Front Point Generation Technique // Communications in Numerical Methods in Engineering. 1998. Vol. 14. Iss. 22. P. 1097–1108.

14. Afshar M.H., Naisipour M., Amani J. Node Moving Adaptive Refinement Strategy for Planar Elasticity Problems Using Discrete Least Squares Meshless Method // Finite Elements in Analysis and Design. 2011. Vol. 47. Iss. 12. P. 1315–1325.
15. Jianjun Ma et al. A Fast and Efficient Particle Packing Generation Algorithm with Controllable Gradation for Discontinuous Deformation Analysis // Geomechanics and Geophysics for Geo-Energy and Geo-Resources. 2023. № 9. Article № 97.
16. Бахвалов Н.С., Корнев А.А., Чижонков Е.В. Численные методы решения задач и упражнения. М.: Лаборатория знаний, 2016. 352 с.
17. Проектирование самолетов / Под ред. М.А. Погосьяна. М.: Инновационное машиностроение, 2018. 864 с.
18. Авиационные правила. Часть 23. Нормы летной годности гражданских легких самолетов. М.: ОАО Авиаиздат, 2014. 204 с.
19. Кубланов М.С., Ципенко В.Г. Исследование возможности посадки самолета Ил-96-300 в условиях низких коэффициентов сцепления и ограничений по боковой составляющей скорости ветра // Управление движением и навигация летательных аппаратов: Сб. тр. 20-го Всерос. семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов, г. Самара, 14–16 июня 2017. Самара: СамНЦ РАН, 2018. Ч. 1. С. 159–162.
20. Гарин А.М., Воробьев В.И. Расчетные исследования по выбору рациональных параметров стоек шасси самолетов // Вестник СГАУ. Авиационная и ракетно-космическая техника. 2012. № 5. С. 53–58.
21. Кручинин М.М. Методика выбора параметров колесного шасси одновинтового вертолета на основе формально-имитационных математических моделей: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. М., 2019. 27 с.
22. Киселев Ю.В., Киселев Д.Ю. Шасси самолета Superjet [Электронный ресурс]. URL: <https://repo.ssau.ru/bitstream/Uchebnye-posobiya/Shassi-samoleta-Superjet-Elektronnyi-resurs-elektron-ucheb-posobie-po-napravleniu-podgot-bakalavrov-162300-Tehn-ekspluatatsiya-letat-apparatov-i-aviac-dvigateli-54502/1/Kisilev%20Ю.В.%20Шасси%20самолета.pdf> (дата обращения: 14.03.2025).

Поступила в редакцию 14.04.25

После доработки 15.05.25

Принята к публикации 30.05.25

## Modeling of the Stress-Strain State of Load-Bearing Structures in Abaqus and MeshFree Software Systems at the Stage of Design of Aviation Equipment Products

L.I. MIRONOVA AND S.M. KOVAL'

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow

*The results of the study of stress-strain state of the part “shock-absorbing strut”, which is a load-bearing element of the aircraft landing gear structure, are presented. A monolithic rod structure exposed with complex loading was considered as a mathematical model. Approaches in the study of the stress state of the structure by the finite element method and the finite point method are proposed. Numerical algorithms of approximate solution of differential equations of elasticity theory are implemented in software packages Abaqus and Midas MeshFree for modeling the stress-strain state of a shock-absorbing strut. Comparative analysis and accuracy assessment of the obtained results are given.*

**Stresses, deformations, displacements, finite element model, finite difference model**

## Неразрушающие испытания на устойчивость статическим методом

*Рассмотрены проблемы экспериментальной отработки элементов ракетной техники с одноразовыми и дорогостоящими корпусными элементами. Для увеличения экономической эффективности наземной экспериментальной отработки предложено использовать неразрушающий метод испытания на основе связи радиальной жесткости с осевой сжимающей силой. Разработана экспериментальная установка, позволяющая проводить экспериментальное исследование зависимости радиальной жесткости цилиндрических оболочек от уровня сжимающей силы. На основе анализа экспериментальных данных выявлены особенности зависимости радиальной жесткости от уровня сжимающей силы, проведено сравнение фактических разрушающих нагрузок с прогнозными.*

**Р.С. АБДУЛЛИН,  
А.А. ИВАНОВ**

(АО «ГРЦ Макеева», Миасс;  
филиал ЮУрГУ, Миасс)

**В.И. КИСЕЛЕВ,**

канд. техн. наук  
(филиал ЮУрГУ, Миасс)  
vliv52@mail.ru

**Неразрушающие методы испытаний, устойчивость, критическая нагрузка, радиальная жесткость**

При разработке сложных инженерных систем необходима широкомасштабная экспериментальная отработка, минимизирующая отказы при штатной эксплуатации. Из-за возрастающих требований к разрабатываемой технике стоимость экспериментальной отработки увеличивается. Это особенно актуально в отношении ракетной техники, поскольку производство одноразовых корпусных элементов требует больших финансовых затрат. Для снижения стоимости экспериментальной отработки предлагается использовать неразрушающие методы испытаний, которые с достаточной точностью позволят определять разрушающие нагрузки и, соответственно, подтвердить прочность изделия при действии рабочих нагрузок. Использование неразрушающих методов испытаний позволит уменьшить количество экспериментальных узлов, а также применять экспериментальные узлы в изделиях, что в условиях удорожания производства и повторного использования в многоразовых системах наиболее актуально. Наиболее финансово затратны испытания на устойчивость, так как разрушение экспериментальных узлов, в отличие от испытаний на прочность, происходит непредсказуемо [1–3]. В настоящее время известны три неразрушающих метода определения критических нагрузок: метод корреляции вибраций, статический метод, метод динамических масс [4].

В работе рассмотрен статический метод как наиболее легкий в реализации и не требующий больших финансовых вложений для покупки измерительного оборудования, что является важным фактором при внедрении в условиях реального производства. Для реализации метода корреляции колебаний, в отличие от статического метода, необходимо оборудование для возбуждения колебаний и их регистрации [5–7], что не всегда возможно даже в условиях научной лаборатории.

Статический метод определения критической нагрузки основан на связи радиальной жесткости оболочки с уровнем сжимающей силы. Зависимость радиальной жесткости оболочки от сжимающей силы предположительно линейна.

В работе [8] эксперимент проведен на подкрепленных оболочках, изготовленных из акрила. В эксперименте оболочки нагружались в двадцати четырех равноудаленных точках, расположенных на одном уровне (посередине оболочки), поперечной силой при различных уровнях продольных сжимающих сил. Для каждой точки определяли радиальные жесткости, измеряя значения силы и перемещения оболочки под зондом. По полученным значениям радиальной жесткости для каждой исследуемой точки строилась ее зависимость от продольной сжимающей силы, аппроксимируемая линейной функцией. Пересечение аппроксимирующей функции с нулем показывало прогнозную разрушающую нагрузку. В ходе исследования были осуществлены разрушения испытываемых образцов, что позволило достичь высокой согласованности между прогнозируемыми значениями разрушающих нагрузок и экспериментальными результатами.

Цель настоящей работы – подтверждение экспериментом возможности прогнозирования несущей способности оболочки по изменению радиальной жесткости при осевом сжатии.

В отличие от работы [8], в данной работе сопротивление оболочки определялось при различных уровнях перемещения зонда, тем самым определялся закон изменения жесткости оболочки при различных уровнях сжимающей силы. Также при испытаниях было обнаружено такое положение зонда, при котором значения радиальной жесткости не снижались, а повышались. Благодаря проведенным исследованиям возможно установить корреляцию между положением точек измерения жесткости и формой потери устойчивости.

В соответствии с работой [4] была разработана экспериментальная установка для определения радиальной жесткости (рис. 1). На раме 1 размещается микрометр 2 с установленным на нем датчиком силы 3. Микрометр фиксируется на раме с помощью прижимного болта 4. Ориентация штока микрометра по отношению к нормали оболочки происходит за счет пластины 5, которая в двух точках опирается на раму. В случае продольного перемещения винта 6 осуществляется давление на датчик силы, закрепленный на штоке микрометра. При перемещениях штока микрометра до касания с оболочкой с помощью датчика силы фиксируются величину силы трения, при касании штока оболочки происходит нарастание силы за счет упругой силы сопротивления оболочки.

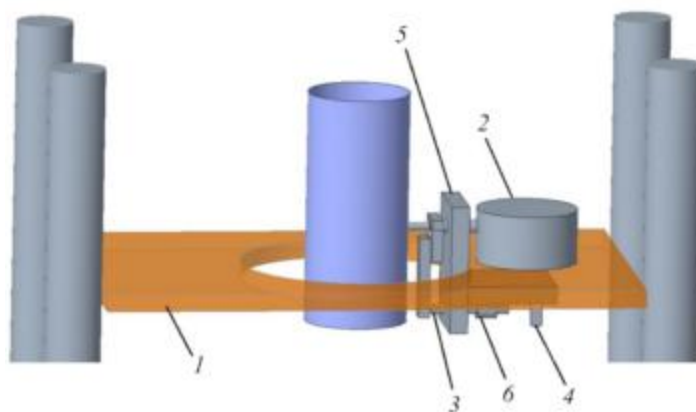
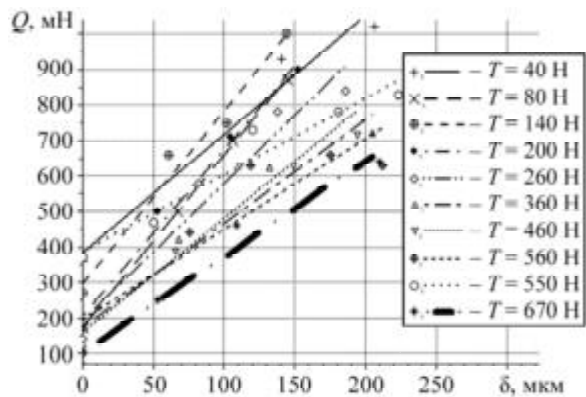


Рис. 1

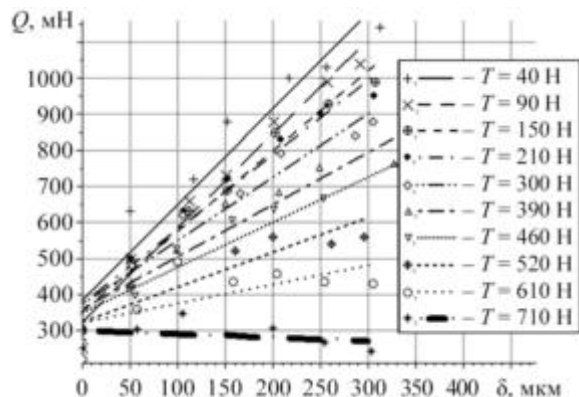
Испытания оболочек проводили с использованием разрывной машины МИМ 9ЛР, оборудованной датчиком силы до 50 кН и самоустанавливающимися опорами, исключающими непараллельность торцов и создание моментного состояния. Вначале оболочка устанавливалась между торцами машины с созданием минимально возможной продольной сжимающей силы. В оболочку с шагом в 50 мкм вдавливался измерительный зонд (на глубину 300 мкм), который регистрировал поперечную силу на каждом шаге. Измерения поперечной силы от перемещений зонда проводились на каждом шаге изменения продольной сжимающей силы до разрушения. В некоторых экспериментах использование методики приводило к преждевременному разрушению образца.

В качестве образцов для экспериментальных исследований использовались алюминиевые банки со следующими геометрическими характеристиками: радиус  $R = 57,5$  мм, толщина  $\delta = 0,1$  мм, длина цилиндрической части  $l = 130$  мм. Для экспериментальных исследований были отобраны цилиндрические оболочки, характеризующиеся незначительными начальными отклонениями от идеальной геометрии.

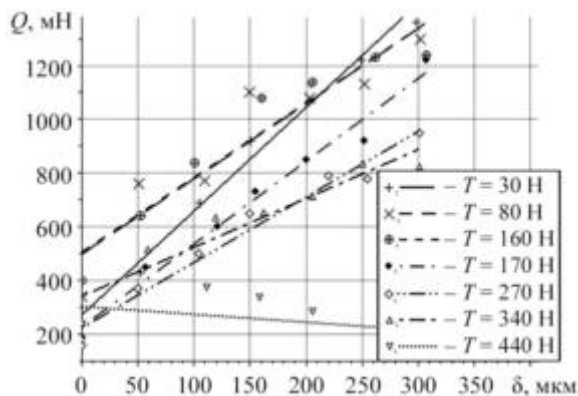
Было проведено четыре эксперимента. В первых двух экспериментах определялась зависимость радиальных перемещений от силы в одной точке, расположенной в произвольном положении по окружности и посередине образующей. В двух других экспериментах измерение перемещений производилось посередине образующей оболочки в трех равноудаленных точках на углу  $90^\circ$ . Результаты измерений и линейные аппроксимации приведены на рис. 2.



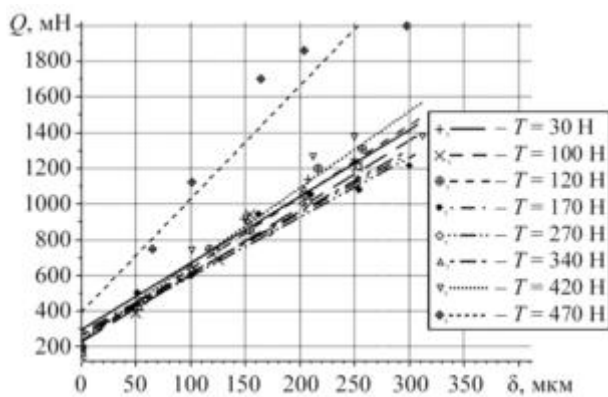
а



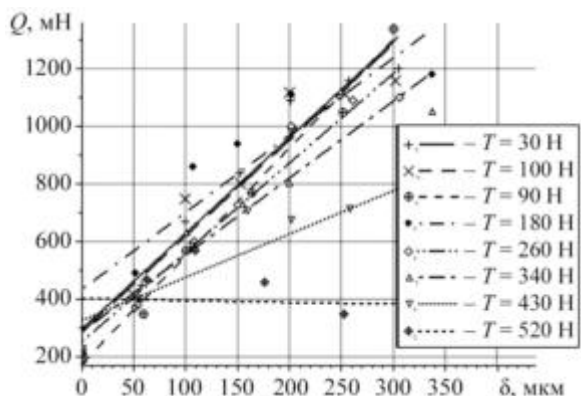
б



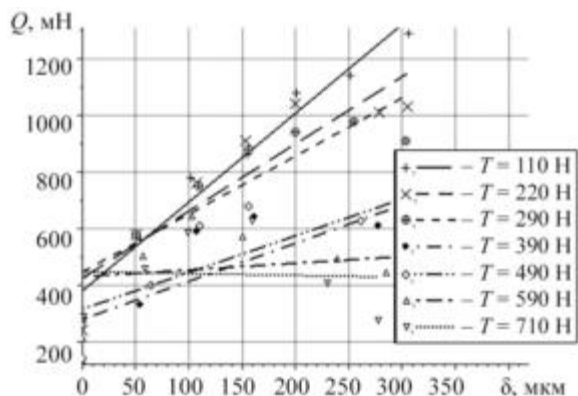
в



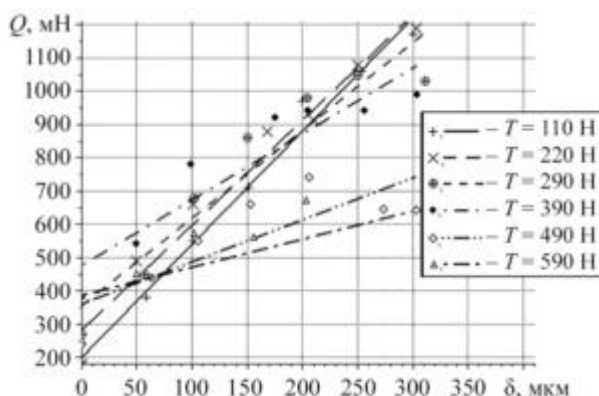
г



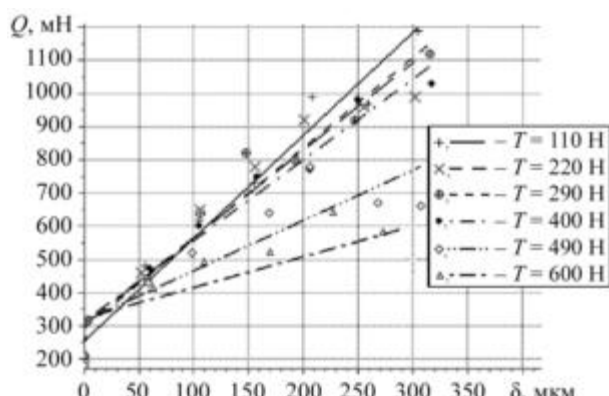
д



е



ж



з

Рис. 2. Зависимость поперечной нагрузки от радиальных перемещений (точки) и линейные аппроксимации (линии) при различных уровнях сжимающих сил: а – эксперимент № 1; б – эксперимент № 2; в – эксперимент № 3 (точка 1); г – эксперимент № 3 (точка 2); д – эксперимент № 3 (точка 3); е – эксперимент № 4 (точка 1); ж – эксперимент № 4 (точка 2); з – эксперимент № 4 (точка 3)

Как видим (см. рис. 2), радиальная жесткость оболочки уменьшается при увеличивающейся продольной сжимающей силе. Локальные формы потери устойчивости, появляющиеся при измерениях, не влияли на общую несущую способность, так как сопротивление оболочки продольному сжатию продолжало увеличиваться. В соответствии с поведением точек на рис. 2 при потере локальной устойчивости зависимость радиальной силы от перемещений имеет максимум [9–11].

Нагрузки потери устойчивости (локальные и общие) приведены в табл. 1.

Таблица 1

Номер эксперимента	Нагрузка локальной потери устойчивости, Н	Нагрузка общей потери устойчивости, Н
1	600	670
2	-	780
3	440, 520	660
4	710	710

Радиальные жесткости определяли с помощью линейной аппроксимации экспериментальных данных методом наименьших квадратов. Радиальные жесткости для различных точек при действии продольного сжимающего усилия приведены на рис. 2:

- эксперимент № 1:  $T = 40$  Н,  $k = 2,59$  мН/мкм;  $T = 80$  Н,  $k = 4,86$  мН/мкм;  $T = 140$  Н,  $k = 4,87$  мН/мкм;  $T = 200$  Н,  $k = 4,71$  мН/мкм;  $T = 260$  Н,  $k = 3,86$  мН/мкм;  $T = 360$  Н,  $k = 2,93$  мН/мкм;  $T = 460$  Н,  $k = 3,22$  мН/мкм;  $T = 560$  Н,  $k = 2,56$  мН/мкм;  $T = 550$  Н,  $k = 2,16$  мН/мкм;  $T = 670$  Н,  $k = 2,72$  мН/мкм;

- эксперимент № 2:  $T = 40$  Н,  $k = 2,65$  мН/мкм;  $T = 90$  Н,  $k = 2,61$  мН/мкм;  $T = 150$  Н,  $k = 2,23$  мН/мкм;  $T = 210$  Н,  $k = 2,06$  мН/мкм;  $T = 300$  Н,  $k = 1,76$  мН/мкм;  $T = 390$  Н,  $k = 1,45$  мН/мкм;  $T = 460$  Н,  $k = 1,25$  мН/мкм;  $T = 520$  Н,  $k = 0,97$  мН/мкм;  $T = 610$  Н,  $k = 0,53$  мН/мкм;  $T = 710$  Н,  $k = -0,09$  мН/мкм;

- эксперимент № 3 (точка 1):  $T = 30$  Н,  $k = 3,87$  мН/мкм;  $T = 80$  Н,  $k = 2,8$  мН/мкм;  $T = 160$  Н,  $k = 2,78$  мН/мкм;  $T = 170$  Н,  $k = 3,09$  мН/мкм;  $T = 270$  Н,  $k = 2,44$  мН/мкм;  $T = 340$  Н,  $k = 1,82$  мН/мкм;  $T = 440$  Н,  $k = -0,29$  мН/мкм;

- эксперимент № 3 (точка 2):  $T = 30$  Н,  $k = 3,73$  мН/мкм;  $T = 100$  Н,  $k = 3,76$  мН/мкм;  $T = 120$  Н,  $k = 4,02$  мН/мкм;  $T = 170$  Н,  $k = 3,33$  мН/мкм;  $T = 270$  Н,  $k = 3,33$  мН/мкм;  $T = 340$  Н,  $k = 3,47$  мН/мкм;  $T = 420$  Н,  $k = 4,28$  мН/мкм;  $T = 470$  Н,  $k = 6,35$  мН/мкм;

- эксперимент № 3 (точка 3):  $T = 30$  Н,  $k = 3,33$  мН/мкм;  $T = 100$  Н,  $k = 3,33$  мН/мкм;  $T = 90$  Н,  $k = 3,75$  мН/мкм;  $T = 180$  Н,  $k = 2,68$  мН/мкм;  $T = 260$  Н,  $k = 3,1$  мН/мкм;  $T = 340$  Н,  $k = 2,67$  мН/мкм;  $T = 430$  Н,  $k = 1,5$  мН/мкм;  $T = 520$  Н,  $k = -0,06$  мН/мкм;

- эксперимент № 4 (точка 1):  $T = 110$  Н,  $k = 3,14$  мН/мкм;  $T = 220$  Н,  $k = 2,37$  мН/мкм;  $T = 290$  Н,  $k = 2,05$  мН/мкм;  $T = 390$  Н,  $k = 1,34$  мН/мкм;  $T = 490$  Н,  $k = 1,3$  мН/мкм;  $T = 590$  Н,  $k = 0,24$  мН/мкм;  $T = 710$  Н,  $k = -0,06$  мН/мкм;

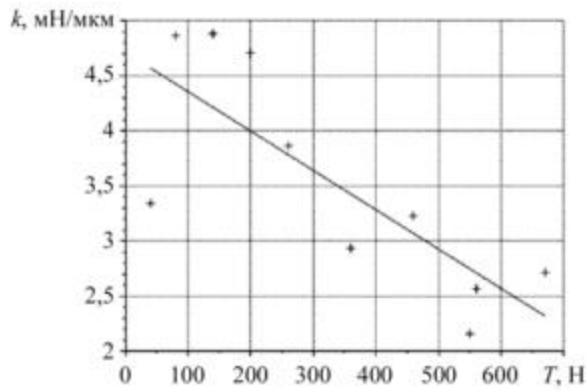
- эксперимент № 4 (точка 2):  $T = 110$  Н,  $k = 3,41$  мН/мкм;  $T = 220$  Н,  $k = 3,16$  мН/мкм;  $T = 290$  Н,  $k = 2,64$  мН/мкм;  $T = 400$  Н,  $k = 1,98$  мН/мкм;  $T = 490$  Н,  $k = 1,26$  мН/мкм;  $T = 590$  Н,  $k = 0,84$  мН/мкм;

- эксперимент № 4 (точка 3):  $T = 110$  Н,  $k = 3,10$  мН/мкм;  $T = 220$  Н,  $k = 2,64$  мН/мкм;  $T = 290$  Н,  $k = 2,72$  мН/мкм;  $T = 400$  Н,  $k = 2,44$  мН/мкм;  $T = 490$  Н,  $k = 1,52$  мН/мкм;  $T = 600$  Н,  $k = 0,93$  мН/мкм.

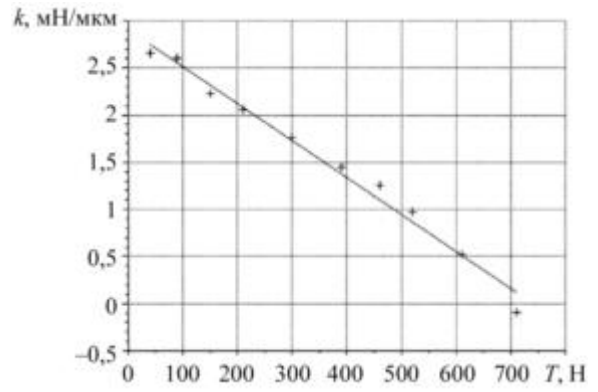
Представленные результаты аппроксимации использованы для прогнозирования разрушающей нагрузки (рис. 3).

В табл. 2 приведены прогнозируемые и фактические критические нагрузки.

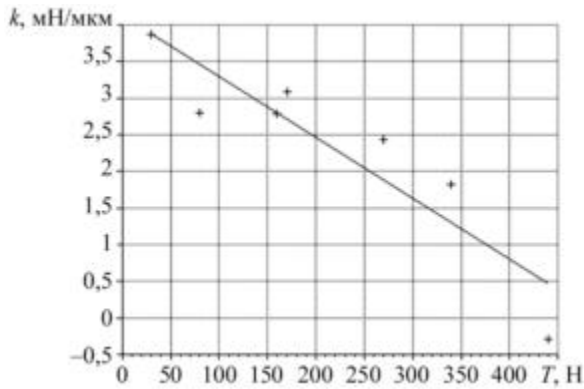
Все образцы демонстрировали сходные значения несущей способности. Потеря локальной устойчивости, фиксируемая в ходе измерений, приводила к незначительным отклонениям в величине критической нагрузки общей потери устойчивости конструкции.



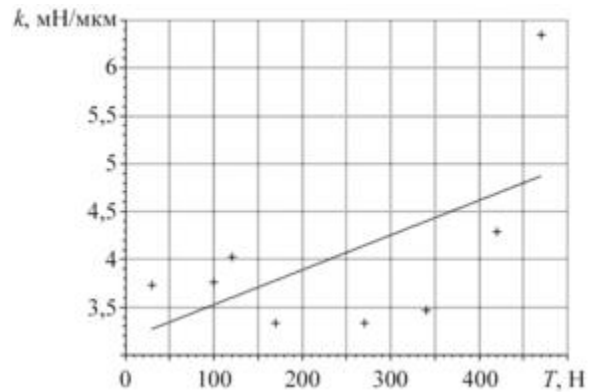
*a*



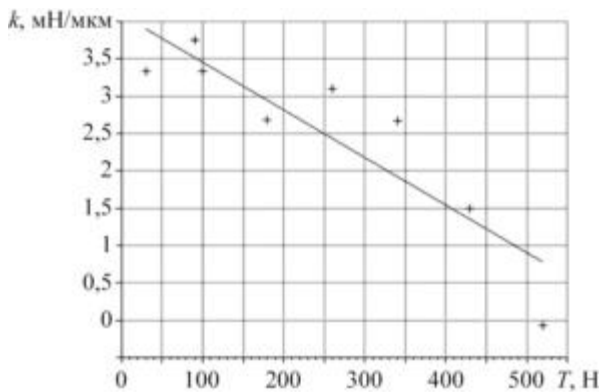
*б*



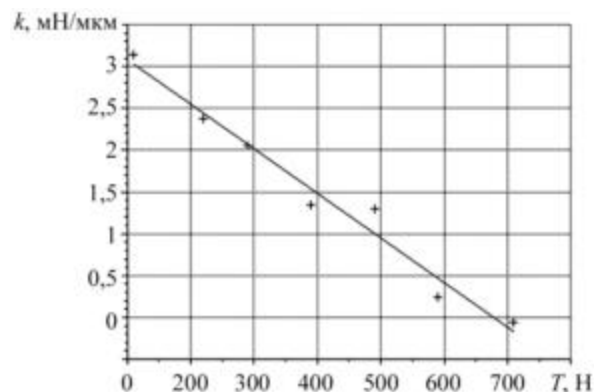
*в*



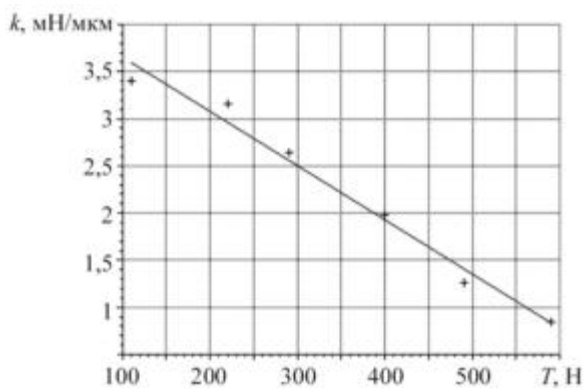
*г*



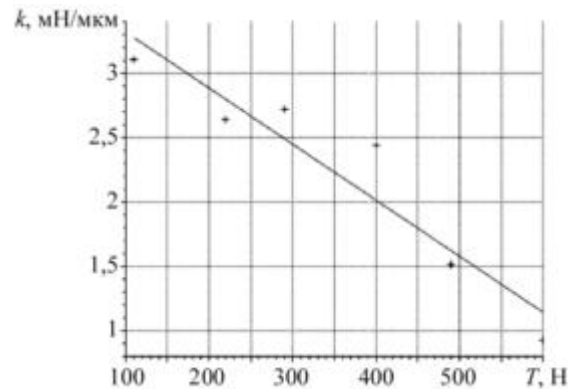
*д*



*е*



*ж*



*з*

Рис. 3. Результаты аппроксимации экспериментов линейной функцией: *a* – эксперимент № 1 ( $T_{кр} = 1319$  Н); *б* – эксперимент № 2 ( $T_{кр} = 740$  Н); *в* – эксперимент № 3 (точка 1) ( $T_{кр} = 496$  Н); *г* – эксперимент № 3 (точка 2) ( $T_{кр} = 870$  Н); *д* – эксперимент № 3 (точка 3) ( $T_{кр} = 641$  Н); *е* – эксперимент № 4 (точка 1) ( $T_{кр} = 678$  Н); *ж* – эксперимент № 4 (точка 2) ( $T_{кр} = 735$  Н); *з* – эксперимент № 4 (точка 3) ( $T_{кр} = 863$  Н)

Таблица 2

Номер эксперимента	Локальная устойчивость, Н			Общая устойчивость, Н	Прогноз, Н			Точность прогноза, %		
	Точка 1	Точка 2	Точка 3		Точка 1	Точка 2	Точка 3	Точка 1	Точка 2	Точка 3
1	600	-	-	670	1455	-	-	117	-	-
2	-	-	-	780	740	-	-	5,1	-	-
3	440	-	520	660	496	-870	641	12,7*	-	23,3*
								2,9		
4	710	-	-	710	678	734	863	4,5	-	-
								4,5		

Примечание: \* – погрешности, определенные по нагрузкам локальной устойчивости.

Фактический коэффициент устойчивости варьировался в диапазоне 0,15...0,18. Разница между экспериментальными и прогнозными значениями в эксперименте № 1, равная 117 %, обусловлена недочетами в установке, которые были устранены в последующих экспериментах. В частности, недостаток заключался в наличии значительного люфта винта, осуществляющего давление на датчик силы, что вызывало случайные смещения и колебания измеряемых показаний. Отклонения между экспериментальными и предсказанными значениями несущей способности для остальных опытов находились в приемлемых пределах. Прогнозное значение для второй точки эксперимента № 3 является отрицательным, что свидетельствует о повышении радиальной жесткости в процессе увеличения продольного сжатия в исследуемой области. Такое увеличение радиальной жесткости может быть обусловлено расположением данной точки в зоне формирования вершины ромба, что соответствует несимметричной форме потери устойчивости. Это впоследствии подтверждено на разрушенном образце. Для эксперимента № 3 оценка погрешности прогнозирования общей несущей способности оболочки выполнена по максимальному значению, однако выделение локальной потери устойчивости от общей требует дальнейших исследований.

В процессе выполнения работы были построены зависимости поперечной силы от радиальных перемещений датчика при увеличивающейся продольной сжимающей силе. Полученные зависимости были аппроксимированы линейной функцией с целью получения величины радиальной жесткости оболочки в зависимости от уровня сжимающей силы. Были построены зависимости величин радиальных жесткостей от уровня продольной сжимающей силы. Видно, что на графиках (рис. 3, б-з), за исключением рис. 3, а, зависимость радиальной жесткости от продольной сжимающей силы линейна. По полученным зависимостям была спрогнозирована несущая способность каждого образца. Прогнозы для трех из четырех образцов продемонстрировали высокий уровень сходимости. Однако при многоточечном нагружении выявлены точки, в которых прогнозируемая несущая способность приближается как к локальной потере устойчивости, так и к общей. В дальнейшем планируется проведение исследований локальной устойчивости и ее воздействия на зависимость радиальной жесткости от продольной силы в других точках.

При исследовании зависимости радиальной жесткости от продольной сжимающей силы была выявлена зависимость прогнозной несущей способности оболочки от положения точек, в которых производилось измерение жесткости. Необходимо исследовать как можно большее количество точек и установить корреляцию их положения с начальными несовершенствами формы и разнотолщиной.

Обнаружено, что зависимость поперечной силы от радиальных перемещений приобретает все более выраженную нелинейность при увеличении уровня продольного сжатия. При приближении осевой сжимающей силы к критическому значению на графике зависимости поперечной силы от радиальных перемещений наблюдается наличие максимума, что свидетельствует о смене знака жесткости. Такое изменение знака жесткости оболочки указывает на ее локальную потерю устойчивости в рассматриваемой точке измерения. Дальнейшие исследования смогут показать необходимость нагружения оболочки до и после точки смены знака жесткости для прогнозирования общей несущей способности. На данный момент при измерениях, проведенных в работе [8], не учитывали этой особенности и не регламентировали пределов измерений.

Значения жесткости в отдельных точках оболочки могут как уменьшаться, так и возрастать. Значения жесткости возрастают в тех точках, которые совпадают с положительной пучностью, реализовавшейся в эксперименте формы потери устойчивости. Увеличение значений жесткости в эксперименте наблюдается редко, так как не у каждой оболочки заранее определено угловое положение возможной

формы потери устойчивости и, соответственно, угловое положение положительных пучностей. Положение пучностей в осевом направлении, напротив, связано с удалением от торцов оболочки, их расположение поддается расчетному прогнозированию и может быть подтверждено дальнейшими экспериментальными исследованиями.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бахтиева Л.У., Тазюков Ф.Х. Об устойчивости цилиндрической оболочки при осевом сжатии // Изв. вузов. Авиационная техника. 2015. № 1. С. 85–88.
2. Железнов Л.П., Кабанов В.В., Бойко Д.В. Нелинейное деформирование и устойчивость дискретно подкрепленных эллиптических цилиндрических композитных оболочек при кручении и внутреннем давлении // Изв. вузов. Авиационная техника. 2018. № 2. С. 27–34.
3. Железнов Л.П. Нелинейное деформирование и устойчивость композитной цилиндрической оболочки при комбинированном нагружении крутящим и изгибающим моментами // Изв. вузов. Авиационная техника. 2022. № 4. С. 44–50.
4. Singer J., Arboez J., Weller T. Buckling Experiments: Experimental Methods in Buckling of Thin-Walled Structures: Shells, Built-Up Structures, Composites and Additional Topics. John Wiley & Sons, Inc., 2002. Vol. 2. 1732 p.
5. Arbelo M.A. et al. Experimental and Numerical Estimation of Buckling Load on Unstiffened Cylindrical Shells Using a Vibration Correlation Technique // Thin-Walled Structures. 2015. Vol. 94. P. 273–279.
6. Franzoni F. et al. Vibration Correlation Technique for Predicting the Buckling Load of Imperfection-Sensitive Isotropic Cylindrical Shells: An Analytical and Numerical Verification // Thin-Walled Structures. 2019. Vol. 140. P. 236–247.
7. Franzoni F. et al. Assessing the Axial Buckling Load of a Pressurized Orthotropic Cylindrical Shell through Vibration Correlation Technique // Thin-Walled Structures. 2019. Vol. 137. P. 353–366.
8. Horton W.H., Nassar E.M., Singhal M.K. Determination of the Critical Loads of Shells by Nondestructive Methods // Experimental Mechanics. 1977. Vol. 17. № 4. P. 154–160.
9. Haigui Fan. Critical Buckling Load Prediction of Axially Compressed Cylindrical Shell Based on Non-Destructive Probing Method // Thin-Walled Structures. 2019. Vol. 139. P. 91–104.
10. Yadav K.K., Gerasimidis S. Probing the Buckling of Axially Compressed Thin Stiffened Cylindrical Shells: Stability Landscape and Nondestructive Prediction [Electronical Resource]. URL: [https://cloud.aisc.org/SSRC/2023/Yadav\\_et\\_al\\_SSRC\\_2023.pdf](https://cloud.aisc.org/SSRC/2023/Yadav_et_al_SSRC_2023.pdf) (дата обращения: 10.01.2025).
11. Abbasi A., Yan D., Reis P.M. Probing the Buckling of Pressurized Spherical Shells // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 2021. Vol. 155. Article № 104545.

Поступила в редакцию 10.02.25

После доработки 25.03.25

Принята к публикации 23.04.25

## Non-Destructive Buckling Experiments by Static Method

R.S. ABDULLIN<sup>1,2</sup>, A.A. IVANOV<sup>1,2</sup>, AND V.I. KISELEV<sup>2</sup>

<sup>1</sup> OAO V.P. Makeev State Rocket Center, Miass

<sup>2</sup> Miass Branch of the South Ural State University, Miass

*The paper considers the problems of experimental development of rocket technology elements with disposable and expensive housing elements. To improve the cost-effectiveness of ground-based experimental testing, a non-destructive testing method based on the relationship between radial stiffness and axial compressive force is proposed. An experimental test bench was developed to study the dependence of cylindrical shells radial stiffness on the level of compressive force. Based on the analysis of experimental data, the characteristics of the relationship between radial stiffness and compressive force level were identified, and a comparison was made between actual failure loads and predicted ones.*

**Non-destructive testing, buckling, critical load, radial stiffness**

**Трехслойные элементы конструкций  
авиационной и космической техники.  
Методология построения моделей послойного  
конечно-элементного анализа  
напряженно-деформированного состояния  
нерегулярных трехслойных оболочек,  
в том числе с прямоугольными в плане вырезами**

*Рассмотрено применение трехслойных элементов конструкций в авиационной и космической технике. Приведен обзор работ по исследованию напряженно-деформированного состояния оболочек, ослабленных вырезами, в частности, трехслойных оболочек. Представлена методология построения моделей послойного конечно-элементного анализа напряженно-деформированного состояния в общем случае нерегулярных трехслойных оболочек, в том числе с прямоугольными в плане вырезами.*

**В.Н. БАКУЛИН,**  
канд. техн. наук  
(ИШРИМ РАН, Москва)  
vbak@yandex.ru

**Трехслойные элементы конструкций, оболочки вращения, моментные несущие  
слои, напряженно-деформированное состояние, конечно-элементная модель,  
прямоугольные в плане вырезы**

Трехслойные элементы конструкций, в том числе трехслойные оболочки, состоят из двух внешних несущих слоев, как правило, тонких, из высокопрочного материала, связанных слоем обычно относительно маложесткого и легкого заполнителя, обеспечивающего совместную работу внешних слоев. В качестве заполнителя часто применяют армированные и неармированные пенопласты, перфорированный картон, сотовые, складчатые, ячеистые и ребристые конструкции. Несущие слои изготавливаются из стекло-, угле- и металлопластиков, стали, алюминиевых сплавов, пластмасс и других материалов. Слои могут быть различными по толщине и материалам. Совместная работа несущих слоев зависит во многом от способности заполнителя сопротивляться их относительному сдвигу и сближению.

Все более широкое применение трехслойных элементов конструкций, в том числе трехслойных оболочек, обусловлено высокими показателями изгибной жесткости, весовой эффективности, тепловой защиты, звукоизоляции, вибропоглощения, возможностью регулирования этих и многих других важных характеристик.

Расчет трехслойных элементов и оболочек проводится в работах [1–3].

Эффективность применения трехслойных конструкций в летательных аппаратах установлена в работах [4–8]. Так, в работе [9] показаны преимущества трехслойных сотовых конструкций из композиционных материалов в сравнении со стрингерно-шпангоутными конструкциями.

В работе [6] отмечается, что при замене монолитных или подкрепленных конструкций на трехслойные сотовые достигается снижение массы на 25...40 %, а благодаря новым возможностям создания рациональных трехслойных сотовых конструкций можно повысить этот показатель до 45–55 % [6]. Принципиальная возможность применения композиционных материалов с повышенной теплостойкостью вместо алюминиевых сплавов для несущих обшивок конструкции позволяет уменьшить толщину теплозащитных покрытий или в ряде случаев полностью отказаться от них.

При надлежащем выборе материалов и параметров можно получить трехслойные оболочки с заданными жесткостными, весовыми, радиотехническими, тепло- и звукоизоляционными, вибрационными и другими важными характеристиками.

В заполнителе трехслойных конструкций можно прокладывать подкрепляющие элементы (шпангоуты, стрингеры и др.) и различные коммуникации (кабели, трубопроводы и т. п.), что позволяет эффективно и безопасно использовать пространство внутри и снаружи изделий. При этом коммуникации могут быть защищены от электромагнитных полей, радиации, механических повреждений и др.

Примеры применения трехслойных оболочек и панелей в различных конструкциях приведены в работах [4, 5, 10–19]. В работах [14, 15, 18] приведены примеры применения трехслойных конструкций с наполнителем в различных отраслях народного хозяйства.

Трехслойные оболочки используются в авиационной и космической технике. Поверхность планера (80–90 % всей обтекаемой площади) первого в мире сверхзвукового дальнего бомбардировщика В-58 (США) выполнена из конструкций с наполнителем [18], обеспечивающим важную для сверхзвукового самолета гладкость внешних поверхностей и жесткость, благодаря которой устранена опасность возникновения панельного флаттера. Эти конструкции применены в силовых элементах крыла, фюзеляжа, что позволило снизить относительную массу планера этого самолета на 5–7 % по сравнению с обычной клепано-сборочной конструкцией.

Общая площадь, занятая панелями с наполнителем, на дальнем военно-транспортном самолете С-141 (США) составляет примерно 557 м<sup>2</sup>. Из них выполнены носовая часть крыла на участке от центроплана до пилонов внутренних двигателей, хвостовая часть рулей высоты и руля направления, панели хвостовой части гондол двигателей, зализы центроплана с фюзеляжем, обтекатели шасси и др. Средняя толщина панелей с учетом применения различных комбинаций материалов не превышает 19 мм [18].

Общая площадь сотовых конструкций на стратегическом военно-транспортном самолете повышенной грузоподъемности С-5Л «Галакси» (США) составляет 2320 м<sup>2</sup> при средней толщине панелей 25,4 мм [18]. Панели с наполнителем на самолете С-5Л применены в носовой и хвостовой частях фюзеляжа и крыла, хвостовой части закрылков, пилонах двигателей, грузовых люках, обтекателях главного шасси, зализах крыла с фюзеляжем и др.

Планер истребителя-бомбардировщика F-111В (США) включает около 300 панелей с наполнителем (по сути, в это число входят все узлы, кроме носового обтекателя, небольшого участка за кабиной, средних участков крыла и киля) [18]. Масса 1 м<sup>2</sup> панели (размером 3000×1200×10,2 мм) – 2,64 кг [18].

На учебно-тренировочном самолете Су-49 (Россия) были использованы трехслойные панели при изготовлении руля высоты.

При изготовлении конструкции широкофюзеляжного двухдвигательного Boeing-787 (США) использованы композитные материалы на основе углерода, что составляет около 50 %, в модели Boeing-777 используется лишь 9 % композитных материалов. Применялось большое количество трехслойных конструктивных элементов (мотогондола, законцовки крыла, закрылки, обтекатели закрылков, панели пола, пилон, руль высоты, руль направления, элероны и др.).

Типовые панели пола в ближнемагистральном узкофюзеляжном пассажирском самолете Superjet 100 (Россия) представляют собой трехслойную сотовую конструкцию с обшивками из эпоксидно-стеклопластика и сотового наполнителя. Носовой обтекатель этого самолета выполнен из слоистой конструкции со стеклопластиковыми обшивками с сотовым наполнением. Широкое внедрение композиционных материалов и новых технологий изготовления позволило эффективно применить трехслойные оболочки и панели в конструкции современного пассажирского самолета МС-21 (Россия).

Трехслойные оболочки применяются в космических платформах (Spacebus, Eurostar), а также в переходных отсеках, соединяющих космические аппараты с ракетой-носителем. Некоторые особенности применения трехслойных конструкций в космических аппаратах рассмотрены в статье [19].

Конструкции корпусов космических аппаратов также должны быть устойчивы к воздействию метеоритов, космического излучения, в связи с чем актуально применение оболочек трехслойной или многослойной структуры. Наружная оболочка в этом случае является буфером, а пенопластовый наполнитель – улавливателем осколков метеоритов и наружной оболочки.

Трехслойные оболочки эффективно используются в конструкциях обтекателей космических аппаратов. Обтекатель, как правило, является комбинацией оболочек вращения цилиндрической, конической, сферической и оживальной форм. Под ним с некоторым зазором находится зона конструкции космического аппарата. Величина зазора определяется в основном прогибом створок обтекателя. Для оптимального выбора требуемой величины зазора уже на этапе предварительного проектирования требуется прогнозный расчет прогиба створок. Недостаточный зазор может вызвать повреждения конструкции аппара-

та. Избыточно большой зазор увеличивает диаметр обтекателя, что увеличивает вес, аэродинамическое сопротивление, нагрузки на конструкцию. Обтекатель выполняется составным и включает несколько раздельно сбрасываемых створок.

Конструкция пилотируемого космического корабля нового поколения [20] включает трехстворчатый обтекатель двигательной установки, представляющий собой трехслойную цилиндрическую оболочку, и лобовой трехслойный сферический теплозащитный экран. На конической части космического корабля расположен прямоугольный в плане люк.

На грузовом космическом корабле «Прогресс» [20] установлен двухстворчатый обтекатель, представляющий собой трехслойную оболочку.

Проведя анализ трехслойных оболочечных конструкций, в том числе из композиционных материалов, можно выявить особенности, которые сложно или невозможно учесть в достаточно точной постановке с помощью используемых в настоящее время моделей. При разработке новых, более совершенных расчетных моделей и применении их для исследования напряженно-деформированного состояния трехслойных оболочек современных изделий необходимо учитывать следующее:

- наличие прямоугольных в плане (распространенной на практике формой) вырезов;
- различные условия приложения разнообразных видов нагрузок (локальных, переменных по координатам и т. п.) к отдельным слоям и разные условия закрепления слоев (когда, например, один из несущих слоев закреплен или к нему приложена нагрузка, а другой слой свободен от закрепления или нагружения, т. е. разные граничные условия для каждого из слоев);
- переменные геометрические и физико-механические характеристики слоев по координатам, в том числе по толщине слоя заполнителя.

Несущие слои могут быть выполнены из разных материалов и иметь разную толщину (несимметричная структура стенки трехслойной оболочки).

При проектировании конструкций авиационной, космической и другой техники нередко приходится нарушать сплошность элементов конструкций, в том числе оболочек, различного рода вырезами конструктивного, технологического или другого назначения. Это уменьшает несущую способность конструкций. Возле отверстий появляются зоны повышенных напряжений, причем наибольшие из них могут в несколько раз превышать напряжения вдали от таких зон.

В связи с этим исследование напряженно-деформированного состояния трехслойных оболочек, ослабленных вырезами, является актуальной научной проблемой, имеющей и важное прикладное значение. Этим объясняется постоянное совершенствование методов расчета напряженно-деформированного состояния оболочек, ослабленных отверстиями. Поскольку трехслойные и слоисто-неоднородные оболочки, в том числе выполненные из композиционных материалов, применяются все чаще, необходимо создание расчетных моделей, позволяющих учесть наличие вырезов, неоднородную структуру и другие особенности указанных оболочек.

Обзор работ по расчету оболочек с вырезами проводится в работах [5, 21–25], в основном исследуются однородные оболочки. Исследования концентрации напряжений около отверстий в трансверсально-изотропных пластинах и оболочках проводятся в работах [26–28]. Распределение напряжений возле отверстий в податливых на сдвиг анизотропных оболочках рассматривалось в работе [28], концентрация напряжений около отверстий при изгибе трансверсально-изотропных пластин – в монографии [29].

В работе [26] изложены основы теории и разработаны аналитические и приближенные методы исследования напряженно-деформированного состояния слоистых анизотропных оболочек и пластин, содержащих концентраторы напряжений различного типа (отверстия, трещины, включения, межслойные дефекты, краевые неоднородности).

В работе [28] отмечается, что получены точные решения задач концентрации напряжений около кругового отверстия либо около жесткого включения в сферической оболочке, т. е. задач, для которых переменные разделяются. Также установлено, что для отверстий другой формы получить точные решения в рамках теории трансверсально-изотропных оболочек не представляется возможным.

Концентрация напряжений в области круглого отверстия в трансверсально-изотропной сферической оболочке была рассмотрена в работе [30]. На основании анализа численных данных сделаны выводы о воздействии изменения параметра податливости поперечному сдвигу и радиуса отверстия на напряженное состояние, а также на расстояние, при котором влияние отверстия становится пренебрежимо малым.

Проанализировав многие работы, можно сделать вывод о том, что при решении подобных задач даже для однородных оболочек с отверстиями аналитическими методами возникают трудности математического характера, особенно для оболочек с прямоугольными вырезами (распространенной формой вырезов). Вследствие этого для исследования оболочечных элементов тонкостенных конструкций с вырезами применяются численные методы [31–39 и др.].

Применение метода конечных элементов к расчету трансверсально-изотропной цилиндрической оболочки с отверстием рассматривается в статье [38].

Аналитико-численный метод конечных тел решения краевой задачи для цилиндрической ортотропной оболочки с немалым прямоугольным отверстием рассмотрен в работе [39]. Отмечено, что в случае оболочки с немалым прямоугольным отверстием, когда возмущенное напряженное состояние, обусловленное наличием отверстия, может охватывать всю оболочку вдоль образующей, нахождение ее напряженно-деформированного состояния является сложной и до конца не решенной задачей. Обоснован метод конечных тел, основанный на специальном разделении трехсвязной поверхности оболочки с отверстием на более простые двухсвязные или односвязные части, на краях которых входящие в решение экспоненциальные функции нормированы единицей, что позволяет построить устойчивый алгоритм решения граничной задачи. Для расчета напряженного состояния использована система уравнений, которая точно удовлетворяет уравнениям равновесия ортотропной цилиндрической оболочки. Рассмотрено разделение напряженно-деформированного состояния сегментов оболочки на основное напряженное состояние, которое определяется главными векторами сил и моментов, и самоуравновешенное состояние (в виде ряда), которое затухает при удалении от краев сегментов оболочки. Разработан подход аналитико-численного решения краевых задач, основанный на аппроксимации напряженного состояния оболочки конечной суммой разрешающих функций и предложенном универсальном способе удовлетворения всех условий контакта частей оболочки и граничных условий сведением к нахождению минимума обобщенной квадратичной формы.

Найдены в аналитическом виде коэффициенты обобщенной квадратичной формы, что позволяет существенно повысить точность (построить решение исходной граничной задачи с заданной точностью) и быстродействие метода. Установлены критерии, при которых построенное приближенное решение совпадает с точным.

Несмотря на актуальность проблемы, очень мало работ, где анализируется напряженно-деформированное состояние слоистых и особенно трехслойных оболочек, ослабленных отверстиями.

Концентрация напряжений у отверстия на поверхности двухслойной цилиндрической оболочки исследовалась в работе [40]. В статье [41] изучалось распределение напряжений возле вырезов в многослойных оболочках вращения. Расчет многосвязных слоистых пластин и оболочек рассматривался в монографии [42]. Модель для расчета напряженно-деформированного состояния трехслойных конических нерегулярных оболочек, в том числе с прямоугольными в плане вырезами, предложена в работе [43]. Вопросы расчета трехслойных сферических оболочек с малыми круговыми, эллиптическими и криволинейными отверстиями решаются в работах [44–48].

В работе [44] приведена постановка задачи о концентрации напряжений около криволинейного отверстия с гладким контуром в трехслойной оболочке с изотропными несущими слоями и заполнителем, податливым на сдвиг, несжимаемым в радиальном направлении. Равновесие трехслойной сферической оболочки с овальным вырезом рассматривалось в статье [45]. В работе [46] изучалось напряженное состояние около кругового выреза в трехслойной оболочке, в работе [47] – взаимодействие двух отверстий в трехслойной сферической оболочке. Влияние деформаций сдвига на напряженное состояние трехслойной сферической оболочки с отверстием рассматривалось в статье [48].

Напряженно-деформированное состояние около эллиптического выреза и концентрация напряжений около криволинейных вырезов в трехслойных сферических оболочках исследовались в статье [49].

Некоторые вопросы, связанные с расчетом трехслойных цилиндрических оболочек с прямоугольными вырезами, рассматривались в статьях [12, 13, 50, 51].

Модель для расчета напряженно-деформированного состояния трехслойных нерегулярных оболочек двойной кривизны, в том числе с прямоугольными в плане вырезами, представлена в работе [52].

В работе [50] с использованием данных [53] получены основные уравнения изгиба и рассмотрен алгоритм расчета этих оболочек с большим прямоугольным вырезом. Результаты исследования не приведены.

По проведенному обзору работ по исследованию напряженно-деформированного состояния оболочек с вырезами, особенно трехслойных оболочек, можно сделать следующие выводы.

В большинстве работ по расчету оболочек, ослабленных отверстиями, исследуются однородные оболочки. Значительно меньше работ по исследованию композитных оболочек с вырезами, и в совсем немногочисленных работах проводится анализ напряженно-деформированного состояния слоистых и особенно трехслойных оболочек с прямоугольными вырезами. В подавляющем большинстве работ по расчету трехслойных оболочек рассматриваются сферические трехслойные оболочки с круговыми, эллиптическими и криволинейными отверстиями.

Несмотря на актуальность исследования напряженно-деформированного состояния трехслойных оболочек с прямоугольными в плане отверстиями, данная проблема исследуется в небольшом числе публикаций. Неизвестны достоверные решения задач о распределении напряжений около прямоугольных в плане отверстий в трехслойных оболочках.

Для решения этой проблемы и проведения расчетов напряженно-деформированного состояния трехслойных оболочек с учетом их особенностей необходимо разрабатывать модели на основе численных методов и в первую очередь метода конечных элементов.

С помощью существующих подходов, методов и моделей, в том числе конечно-элементных моделей, часто невозможно с необходимой точностью, степенью детализации и эффективностью провести исследования напряженно-деформированного состояния в общем случае нерегулярных трехслойных оболочек различных геометрических форм при наличии прямоугольных в плане вырезов, неоднородности структуры (в том числе в слое заполнителя), с учетом приложения нагрузок к отдельным слоям и разных условий их закрепления, моментного состояния несущих слоев, трехмерного напряженного состояния в слое заполнителя и переменных по координатам параметрах. Это является сдерживающим фактором широкого внедрения трехслойных оболочек в конструкции современной техники.

Осуществить построение таких моделей, учитывающих указанные особенности, позволяет подход послойного анализа, предложенный для исследования напряженно-деформированного состояния в общем случае нерегулярных трехслойных оболочек [43, 52, 54–57].

Послойное моделирование трехслойных оболочек заключается в том, что стенка конструкции, а при необходимости и слой заполнителя (уточненное послойное моделирование), разбиваются по толщине на слои, которые затем стыкуются [43, 52, 54–57 и др.]. При таком подходе можно в зависимости от геометрических параметров и физико-механических характеристик слоев и условий задач создавать и применять разные модели для расчета слоев.

Для послойного моделирования получение аналитических решений для широкого круга актуальных научных и значимых практических задач, связанных с расчетом напряженно-деформированного состояния трехслойных оболочек, в частности ослабленных прямоугольными в плане вырезами, сопряжено с существенными математическими трудностями.

Основным методом решения указанных задач является метод конечных элементов [58, 59], позволяющий создавать модели, с помощью которых можно проводить с необходимой степенью детализации и точности послойное исследование в общем случае нерегулярных трехслойных оболочек [43, 52, 54–57 и др.].

На практике наиболее широко применяются трехслойные оболочки с тонкими и жесткими несущими слоями и сравнительно толстым, но менее жестким наполнителем.

В ряде работ, в том числе в монографии [60], отмечается, что кроме эффектов типа поперечных сдвигов и обжатия нормалей, в многослойных конструкциях часто необходимо учитывать моментные эффекты в несущих слоях.

Представленный подход послойного моделирования реализуется с помощью метода конечных элементов в варианте метода перемещений на основе построения конечно-элементных моделей естественной кривизны, точно представляющих геометрическую форму исследуемых оболочечных конструкций [43, 52, 54–57, 61 и др.]. Подход состоит в построении конечно-элементной модели, состоящей из оболочечных двумерных конечных элементов моментных несущих слоев и трехмерных оболочечных конечных элементов слоя наполнителя.

Использование различных аппроксимирующих функций перемещений в двумерных и трехмерных оболочечных конечных элементах при моделировании напряженно-деформированного состояния в моментных несущих слоях и слое наполнителя приведет к разрыву обобщенных перемещений на криволинейных поверхностях контакта этих конечных элементов.

Предложен подход, позволяющий избежать такого разрыва аппроксимирующих функций перемещений на указанных поверхностях контакта оболочечных конечных элементов несущих слоев и слоя наполнителя в конечно-элементной модели нерегулярных трехслойных оболочек [55, 56, 61].

Работа выполнена в рамках государственного задания Института прикладной механики РАН (ИПРИМ РАН).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Паймушин В.Н. и др.* Исследование форм потери устойчивости трехслойных тест-образцов с внешними слоями из волокнистых композитов со структурой  $[0^\circ]$  на осевое сжатие // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2019. Т. 161. Кн. 4. С. 569–590.
2. *Пухлий В.А.* Динамика и прочность трехслойных оболочек сложной геометрии и переменной жесткости // Аннотации докл. 9-го Всерос. съезда по теоретической и прикладной механике. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2006. Т. 3. С. 179.
3. *Старовойтов Э.И., Леоненко Д.В., Тарлаковский Д.В.* Деформирование трехслойной круговой цилиндрической оболочки в температурном поле // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2016. № 1. С. 91–97.
4. *Бакулин В.Н.* Трехслойные оболочки – эффективные элементы конструкций современных летательных аппаратов. Модели прочностного анализа // Материалы 14-й Междунар. конф. по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли, г. Алушта, 5–12 сент. 2022. М.: МАИ, 2022. С. 270–272.
5. *Бакулин В.Н.* Применение трехслойных оболочек. Краткий обзор работ по расчету напряженно-деформированного состояния трехслойных оболочек с прямоугольными в плане вырезами // Вопросы оборонной техники. Композиционные неметаллические материалы в машиностроении. 2023. № 3 (208). С. 17–24.
6. *Сливинский В.И., Ткаченко Г.В., Сливинский М.В.* Эффективность применения сотовых конструкций в летательных аппаратах // Вестник СибГАУ. 2005. № 3. С. 169–173.
7. *Бакулин В.Н.* Влияние размеров прямоугольных в плане вырезов и модуля упругости подкрепляющих закладных элементов на напряженно-деформированное состояние трехслойных отсеков // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 2. С. 11–21.
8. *Смердов А.А., Шон Ф.Т.* Анализ эффективности оптимальных композитных оболочек многостеночной и трехслойной схем для отсеков ракет-носителей и разгонных блоков // Конструкции из композиционных материалов. 2016. № 3 (143). С. 58–65.
9. *Елатонцева И.В.* Проектирование сотовых конструкций // Материалы науч.-техн. конф. Куйбышевского авиационного института. Куйбышев: Изд-во КуАИ, 1970. Ч. 2. С. 7–8.
10. *Bakulin V.N.* Investigation of the Influence of the Cutout Dimensions on the Stress-Strain State of Three-layer Shells with Load-bearing Layers of Composite Materials // Journal of Physics: Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020. Vol. 714. Article № 012002.
11. *Авдеев В.С.* Центральный научно-исследовательский институт специального машиностроения. Путь длиной в полвека. Хотьково, 2015. 300 с.

12. *Акимов Д.В. и др.* Математическое моделирование и исследование напряженно-деформированного состояния отсеков ракет космического назначения // *Космическая техника. Ракетное вооружение. Space Technology. Missile Armaments.* 2019. Вып. 1 (117). С. 21–27.
13. *Акимов Д.В. и др.* Сравнительный анализ методик расчета напряженно-деформированного состояния элементов конструкции ракетносителя // *Нові матеріали і технології в металургії та машинобудуванні.* 2016. № 2. С. 116–120.
14. *Бакулин В.Н., Образцов И.Ф., Потопахин В.А.* Динамические задачи нелинейной теории многослойных оболочек. Действие интенсивных термосиловых нагрузок, концентрированных потоков энергии. М.: Наука. Физматлит, 1998. 464 с.
15. *Александров А.Я., Бородин М.Я., Павлов В.В.* Конструкции с наполнителем из пенопласта. М.: Оборонгиз, 1962. 211 с.
16. *Ендогур А.И., Вайнберг М.В., Иерусалимский К.М.* Сотовые конструкции. М.: Машиностроение, 1986. 200 с.
17. *Бакулин В.Н., Острик А.В.* Комплексное действие излучений и частиц на тонкостенные конструкции с гетерогенными покрытиями. М.: Физматлит, 2015. 280 с.
18. *Панин В.Ф., Гладков Ю.А.* Конструкции с наполнителем: Справочник. М.: Машиностроение, 1991. 272 с.
19. *Тестоедов Н.А., Наговицин В.Н., Пермяков М.Ю.* Применение трехслойных сотовых конструкций в космических аппаратах // *Вестник СибГАУ.* 2016. № 1. С. 200–211.
20. *Микрин Е.А.* Перспективы развития отечественной пилотируемой космонавтики (к 110-летию со дня рождения С.П. Королева) // *Космическая техника и технологии.* 2017. № 1 (16). С. 5–11.
21. *Бакулин В.Н.* Послойный анализ напряженно-деформированного состояния трехслойных оболочек с вырезами // *Изв. РАН. Механика твердого тела.* 2019. № 2. С. 111–125.
22. *Гузь А.Н. и др.* Методы расчета оболочек: в 5 т. Теория тонких оболочек, ослабленных отверстиями. Киев: Наукова думка, 1980. 635 с.
23. *Савин Г.Н.* Распределение напряжений около отверстий. Киев: Наукова думка, 1968. 891 с.
24. *Сало В.А.* Краевые задачи статики оболочек с отверстиями. Харьков: НТУ ХПИ, 2003. 216 с.
25. *Бакулин В.Н.* Влияние угла раствора прямоугольных в плане вырезов на напряженно-деформированное состояние трехслойных цилиндрических отсеков // *Изв. вузов. Авиационная техника.* 2024. № 1. С. 21–29.
26. *Пелех Б.Л., Лазько В.А.* Слоистые анизотропные пластины и оболочки с концентраторами напряжений. Киев: Наукова думка, 1982. 295 с.
27. *Пелех Б.Л., Лунь Е.И.* Концентрация напряжений около отверстий в трансверсально-изотропных оболочках // *Механика полимеров.* 1970. № 6. С. 1076–1081.
28. *Пелех Б.Л., Сяський А.А.* Распределение напряжений возле отверстий в податливых на сдвиг анизотропных оболочках. Киев: Наукова думка, 1975. 198 с.
29. *Пелех Б.Л.* Концентрация напряжений около отверстий при изгибе трансверсально-изотропных пластин. Киев: Наукова думка, 1977. 182 с.
30. *Закора С.В., Чехов В.Н., Шнеренко К.И.* О концентрации напряжений около кругового отверстия в трансверсально-изотропной сферической оболочке // *Прикладная механика.* 2004. № 12. С. 99–10.
31. *Гавриленко Г.Д., Ситник А.С.* Распределение усилий и моментов в оболочках с большими прямоугольными отверстиями // *Прикладная механика.* 1976. № 10. С. 126–129.
32. *Длугач М.И., Гавриленко Г.Д.* Расчет ребристых цилиндрических оболочек с большими прямоугольными отверстиями методом сеток // *Прикладная механика.* 1975. № 12. С. 22–30.
33. *Длугач М.И., Ковальчук Н.В.* Исследование напряженного состояния ребристых цилиндрических оболочек с прямоугольными отверстиями методом конечных элементов // *Прикладная механика.* 1974. № 10. С. 22–30.
34. *Bakulin V.N.* Research of the Influence of Rectangular Cutout Dimensions on the Stress-Strain State of Shells Using an Effective Finite Element Model // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering.* 2020. Vol. 868. Article № 012034.
35. *Длугач М.И., Ковальчук Н.В.* Метод конечных элементов в применении к расчету цилиндрических оболочек с прямоугольными отверстиями // *Прикладная механика.* 1973. № 11. С. 35–41.
36. *Дмитриев В.Г. и др.* Исследование устойчивости тонкостенных несущих элементов авиационных конструкций с большими прямоугольными вырезами методами вычислительного эксперимента // *Изв. вузов. Авиационная техника.* 2018. № 2. С. 18–26.
37. *Bakulin V.N.* Investigation of the Stress-Strain State of the Composite Cylindrical Shell with Rectangular Cutouts // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering.* 2020. Vol. 927. Article № 012066.

38. Богатирчук А.С., Шнеренко К.Н. Применение метода конечных элементов к расчету трансверсально-изотропной цилиндрической оболочки с отверстием // Прикладная механика. 1987. № 12.1. С. 125–128.
39. Бакулин В.Н., Ревенко В.П. Аналитико-численный метод конечных тел для расчета цилиндрической ортотропной оболочки с прямоугольным отверстием // Изв. вузов. Математика. 2016. № 6. С. 3–14.
40. Пирогов И.М. Концентрация напряжений вблизи отверстия на поверхности двухслойной цилиндрической оболочки // Сб. тр. ВЗПИ. 1970. № 59. С. 86–90.
41. Ван Фо Фы Г.А., Мукоед А.П. Распределение напряжений возле вырезов в многослойных оболочках вращения // Армированные материалы и конструкции из них: Сб. Киев: Наукова думка, 1970. С. 79–106.
42. Цурпал И.А., Тамуров Н.Г. Расчет многосвязных слоистых нелинейно-упругих пластин и оболочек. Киев: Вища школа, 1977. 224 с.
43. Bakulin V.N. A Model for Refined Calculation of the Stress-Strain State of Sandwich Conical Irregular Shells // Mechanics of Solids. 2019. № 5. P. 786–796.
44. Ван Фо Фы Г.А. Концентрация напряжений около отверстий в трехслойных оболочках // Прикладная механика. 1969. № 2. С. 51–61.
45. Ван Фо Фы Г.А., Жалило А.И. Равновесие трехслойной сферической оболочки с овальным вырезом // Расчет и конструирование изделий из стеклопластиков. Киев: Наукова думка, 1972. С. 79–106.
46. Ван Фо Фы Г.А., Савиченко А.А. Напряженное состояние около кругового выреза в трехслойной оболочке // Прикладная механика. 1970. № 8. С. 112–116.
47. Ваннин Г.А., Савиченко А.А. Исследование влияния двух отверстий на напряженное состояние в трехслойной сферической оболочке // Прикладная механика. 1975. № 12. С. 15–21.
48. Савиченко А.А. Влияние деформаций сдвига на напряженное состояние трехслойной сферической оболочки, ослабленной отверстием // Прикладная механика. 1976. № 3. С. 47–54.
49. Жалило А.И. Напряженно-деформированное состояние около эллиптического выреза в трехслойной сферической оболочке // Устойчивость и деформативность элементов конструкций из композиционных материалов. Киев: Наукова думка, 1972. С. 55–62.
50. Аксентян К.Б., Краснобаев И.А. Основные уравнения изгиба и метод расчета круговой трехслойной цилиндрической оболочки с большим прямоугольным вырезом // Теория оболочек и пластин: Тр. 8-й Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластин. М.: Наука, 1973. С. 601–605.
51. Аксентян К.Б., Краснобаев И.А. Расчет круговой трехслойной цилиндрической оболочки с большим прямоугольным вырезом // Изв. вузов. Строительство и архитектура. 1973. № 2. С. 45–51.
52. Bakulin V.N. Layer-by-Layer Stress-Strain Analysis of Irregular Sandwich Shells of Revolution with Non-Zero Gaussian Curvature // Mechanics of Solids. 2021. Vol. 56. Iss. 7. P. 1439–1450.
53. Прусаков А.П. Основные уравнения изгиба и устойчивости трехслойных пластин с легким наполнителем // Прикладная математика и механика. 1951. № 1. С. 27–36.
54. Bakulin V.N. Block-Layer Approach for the Analysis of the Stress-Strain State of Three-Layer Irregular Cylindrical Shells of Rotation // Mechanics of Solid. 2021. Vol. 56. Iss. 7. P. 1451–1460.
55. Бакулин В.Н. Трехмерная оболочечная модель для послойного исследования напряженно-деформированного состояния трехслойных нерегулярных конических оболочек // Докл. АН. Физика, технические науки. 2023. Т. 512. № 1. С. 51–57.
56. Бакулин В.Н. Эффективная трехмерная оболочечная модель для послойного исследования напряженно-деформированного состояния трехслойных нерегулярных цилиндрических оболочек // Вестник Московского университета. Сер. 1. Математика. Механика. 2024. № 3. С. 64–70.
57. Бакулин В.Н. Влияние толщины несущего слоя на напряженно-деформированное состояние в слоях трехслойных цилиндрических отсеков с прямоугольными в плане вырезами // Изв. вузов. Авиационная техника. 2024. № 3. С. 13–19.
58. Образцов И.Ф., Савельев Л.М., Хазанов Х.С. Метод конечных элементов в задачах строительной механики летательных аппаратов. М.: Высшая школа, 1985. 392 с.
59. Бакулин В.Н., Рассоха А.А. Метод конечных элементов и голографическая интерферометрия в механике композитов. М.: Машиностроение, 1987. 312 с.
60. Болотин В.В., Новичков Ю.Н. Механика многослойных конструкций. М.: Машиностроение, 1980. 375 с.
61. Бакулин В.Н. Послойный анализ напряженно-деформированного состояния трехслойных цилиндрических оболочек, ослабленных прямоугольными в плане вырезами // Докл. АН. Физика, технические науки. 2024. Т. 519. № 6. С. 47–53.

Поступила в редакцию 12.01.25

После доработки 23.04.25

Принята к публикации 23.04.25

# Three-Layer Structural Elements of Aviation and Space Technology. Methodology for Constructing Models of Layer-by-Layer Finite-Element Analysis of the Stress-Strain State of Irregular Three-Layer Shells, Including Those with Rectangular Cutouts

V.N. BAKULIN

IAM RAS, Moscow

*The paper considers the use of three-layer structural elements in aviation and space technology. A review of works on the study of the stress-strain state of shells weakened by cutouts, in particular, three-layer shells, is given. The paper presents a methodology for constructing models of layer-by-layer finite element analysis of the stress-strain state in the general case of irregular three-layer shells, including those with rectangular cutouts.*

**Three-layer structural elements, shells of revolution, moment bearing layers, stress-strain state, finite element model, rectangular cutouts**

## Ограничения по статической прочности для оптимального проектирования конструктивно-анизотропных композитных обшивок воздушных судов средней и большой толщины

*Приведены соотношения математической модели для исследования статической прочности слоисто-анизотропных композитных панелей летательных аппаратов с обшивкой средней и большой толщины с учетом деформаций поперечного сдвига. Разработан подход к решению задач статической прочности в рамках нового разрешающего дифференциального уравнения в частных производных десятого порядка. Для частного случая согласованных граничных условий на продольных сторонах панели интеграл уравнения представлен аналитически в одинарных тригонометрических рядах Фурье. Построены новые аналитические ограничения на целевую функцию при оптимальном проектировании слоисто-анизотропных композитных обшивок средней и большой толщины в соответствии с уточненной теорией. Представлены результаты определения послойного напряженно-деформированного состояния ортотропной обшивки большой толщины в центре панели в системе координат, связанной со слоем, для сжатых в продольном направлении плоских прямоугольных обшивок из углепластика. Обоснована возможность использования математических моделей, сведенных к аналитическому решению задач статической прочности для разрешающего уравнения с линейным дифференциальным оператором десятого порядка, в качестве ограничений при проектировании конструктивно-анизотропных панелей из композиционных материалов для перспективных изделий авиационной техники.*

**Л.М. ГАВВА,**  
д-р техн. наук,  
**Т.А. ХАН**  
(МАИ, Москва)  
nio1asp@mail.ru

**Панели из композиционных материалов, деформации поперечного сдвига, статическая прочность, оптимальное проектирование, аналитические ограничения**

Новые уточненные математические модели составляют основу проектирования и оптимизации конструкций. Важным тематическим направлением в рамках приоритетных комплексных проектов является расчет и цифровое проектирование композитных несущих конструкций в области соединения с феррозелем.

В контексте передовых исследований для разработки размерно-весового проекта в области бортовой и корневой нервюр предполагается использование метода оптимального проектирования конструктивно-анизотропных панелей несущих поверхностей летательных аппаратов из композитных материалов с ограничениями на целевую функцию веса в соответствии с уточнениями по статической прочности.

Когда толщина обшивки является средней или большой, в условиях оптимального проектирования панелей вблизи бортовой и корневой нервюр необходимо устанавливать ограничения на целевую функцию веса на основе прочности на сжатие. Критические напряжения потери устойчивости, средние по пакету, соответствуют высоким уровням запасов по устойчивости.

Цель данной работы – постановка задач статики, моделирование напряженно-деформированного состояния слоисто-анизотропных панелей из полимерных композиционных материалов с учетом деформаций поперечного сдвига, построение аналитического решения нового разрешающего дифференциального уравнения десятого порядка в частных производных для произвольных краевых задач на торцах панели, учет реальных условий закрепления панели в составе проектируемых конструкций.

Рассматриваются статические задачи для плоской прямоугольной многослойной панели средней и большой толщины, изготовленной из полимерных композиционных материалов. Анизотропные свойства панели обусловлены несимметричной укладкой слоев пакета.

Новым научным результатом является следующее:

- разработка нового подхода к оптимальному проектированию конструктивно-анизотропных панелей несущих поверхностей летательного аппарата из композиционных материалов в соответствии с

уточненными ограничениями по статической прочности для реализации оптимального размерно-веса проекта;

- формирование новой математической модели для исследования с учетом деформаций поперечного сдвига статической прочности слоисто-анизотропных композитных панелей летательного аппарата с обшивкой средней и большой толщины, находящихся в условиях механического воздействия;

- построение новых ограничений на целевую функцию при оптимальном проектировании слоисто-анизотропных композитных панелей летательного аппарата с обшивкой средней и большой толщины в соответствии с уточненными ограничениями по статической прочности с учетом деформаций поперечного сдвига.

Научная новизна работы заключается в дальнейшем развитии теории деформаций поперечного сдвига первого порядка.

При оптимальном проектировании, когда целевая функция веса панели исследуется на условный экстремум в строгой математической постановке, построенные по уточненной теории аналитические решения задач прочности вводятся в качестве строгих ограничений для перехода к безусловному экстремуму функции Лагранжа.

В исследовании [1] проводится оптимизация многослойных композитных обшивок с целью минимизации энергии деформации в статических задачах.

Представлена [2] инновационная схема проектирования композитных панелей с переменной жесткостью с акцентом на максимизацию прочности конструкции. В качестве основных переменных проектирования используются параметры ламинирования, что позволяет компактно и непрерывно представлять жесткостные свойства ламината. Применяется критерий разрушения Цай – Ву для учета ограничений по прочности в пространстве проектирования. Методология подтверждена на численном примере: квадратная панель подвергается одноосному растяжению. Оптимальные по прочности конструкции сравниваются с оптимальными по жесткости и квазиизотропными конструкциями, наблюдается значительное улучшение характеристик.

В статье [3] рассматриваются стратегии оптимизации композитных слоистых материалов с акцентом на применение композитов при проектировании авиационных конструкций. Разрабатываются рекомендации по проектированию, направленные на улучшение механических характеристик композитных материалов с учетом ориентации волокон, толщины ламината и последовательности укладки слоев. Посредством серии симуляций и экспериментальных проверок продемонстрированы преимущества предложенных методов оптимизации.

В статье [4] представлена новая стратегия структурной оптимизации крыльев из композитных материалов с использованием эквивалентной конечно-элементной модели. Исследуется необходимость снижения веса при проектировании самолетов, которое является критическим фактором в аэрокосмической промышленности. По полученным результатам выявлено значительное повышение конструктивной эффективности крыльев из композитных материалов по сравнению с традиционными конструкциями. Сделан вывод об актуальности представленных количественных результатов, включая распределение напряжений и снижение веса.

В монографии [5] исследуется задача оптимального проектирования слоистых пластин минимальной массы с учетом требований прочности. Для решения применяется алгоритм оптимизации, основанный на сочетании метода градиентов и метода координатного спуска.

Алгоритм выбора конструктивно-силовой схемы крыла с учетом критериев прочности представлен в исследованиях [6, 7]. Реализация алгоритма [6] выполнена с использованием программного комплекса «Аргон», разработанного в ЦАГИ (Жуковский).

В статье [8] предложен алгоритм, позволяющий определить оптимальную толщину пакета и соответствующее количество слоев с ориентацией  $45^\circ$ ;  $-45^\circ$ ;  $0^\circ$ ;  $90^\circ$  на основе критерия прочности Мизеса – Хилла. С помощью алгоритма осуществляется перебор всех возможных комбинаций слоев для каждого варианта, вычисляется коэффициент перегруженности по указанному критерию, затем отбираются вари-

анты с наиболее приемлемым значением коэффициента перегруженности. Из отобранных конструктивных решений выбирается конфигурация с минимальным числом слоев.

Проблема выбора оптимальной схемы укладки рассмотрена в исследовании [9], где анализировались различные варианты укладки в регулярной зоне конструкции из полимерного композиционного материала, применяемой в авиационной технике. Для оценки прочностных характеристик использовались стандартные вычислительные модули MSC.PATRAN/MSC.NASTRAN. В рамках исследования определены максимальные напряжения в ламинатах для различных вариантов укладки, рассчитаны индексы разрушения и запасы прочности, а также оценены максимальные деформации, которые во всех случаях не превышают предельно допустимых значений.

Оптимизация схемы укладки слоев в подкрепленной панели посредством последовательного послойного добавления материала исследована в работе [10]. Подкрепленная панель моделируется как эквивалентная гладкая структура с аналогичными жесткостными характеристиками.

В работах [11, 12] представлены алгоритмы оптимизации параметров тонкостенных несущих панелей из слоистого композита, обеспечивающие минимальную массу конструкции при выполнении требований прочности и соблюдении заданных технологических ограничений.

Существующие алгоритмы оптимизации фокусируются на общей прочности пакета, прочность отдельных слоев игнорируется, что ограничивает их использование. Ряд подходов ограничивается представлением процентного содержания слоев и необходимой толщины пакета без учета изменения положения слоев в укладке, что существенно влияет на жесткостные характеристики.

В аналитических моделях подкрепленных панелей применяется концепция эффективной жесткости, неадекватно отражающая взаимодействие стрингеров с обшивкой. Из-за данного упущения невозможно корректное определение оптимальной высоты стрингеров в задачах проектирования.

Разработанный программный комплекс обеспечивает эффективное выполнение размерно-весовой оптимизации слоисто-анизотропных панелей с обшивкой средней и большой толщины, применяемых в современных авиационных конструкциях. Использование точных аналитических методов позволяет существенно сократить время расчетов, обеспечивая высокую точность и практическую ценность полученных результатов.

С целью математической формулировки ограничений на целевую функцию веса рассматривается сложное напряженно-деформированное состояние слоисто-анизотропных панелей из композиционных материалов.

Панели подвержены действию распределенной поперечной нагрузки  $q(x, y)$ . Условия закрепления граничных кромок определяются условиями упругой заделки при реальном закреплении панели в структуре проектируемой конструкции.

Теория деформаций поперечного сдвига первого порядка [13] расширяет кинематику классической теории Кирхгофа для многослойной панели [14] посредством обобщения кинематических гипотез и включения существенных поперечных сдвиговых деформаций в статико-геометрическую модель  $k$ -го слоя композитной обшивки средней и большой толщины.

Кинематические соотношения  $k$ -го слоя композитной обшивки средней и большой толщины содержат пять неизвестных функций (1): три компонента вектора перемещений  $u_0(x, y)$ ,  $v_0(x, y)$ ,  $w(x, y)$ , два угла поворота относительно осей  $y$  и  $x$ , соответственно,  $\varphi_x(x, y)$ ,  $\varphi_y(x, y)$ :

$$\left. \begin{aligned} u^{(k)}(x, y, z) &= u_0(x, y) + \varphi_x(x, y)z^{(k)} \\ v^{(k)}(x, y, z) &= v_0(x, y) + \varphi_y(x, y)z^{(k)} \\ w^{(k)}(x, y, z) &= w(x, y) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Статическая модель  $k$ -го слоя композитной обшивки средней и большой толщины:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{44} \end{bmatrix}^{(k)} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} z^{(k)} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} z^{(k)} \\ \left( \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \right) z^{(k)} \\ \frac{\partial w}{\partial y} + \varphi_y \\ \frac{\partial w}{\partial x} + \varphi_x \end{array} \right\}. \quad (2)$$

Деформации поперечного сдвига предполагаются постоянными по отношению к поперечной координате  $z$ , обжатие нормали по толщине панели не учитывается.

Теория деформаций поперечного сдвига первого порядка требует учета факторов сдвиговой коррекции при вычислении жесткостных характеристик панели. Коэффициенты сдвиговой коррекции зависят от схемы укладки пакета, геометрических параметров конструкции, внешней нагрузки и граничных условий. Осложнено определение факторов сдвиговой коррекции в случае ламината с несимметричной структурой пакета.

Для ортотропной обшивки средней и большой толщины приведены результаты нового математического моделирования: выведено новое разрешающее дифференциальное уравнение в частных производных десятого порядка (3) [14, 15].

Разрешающее уравнение десятого порядка построено методом символического интегрирования системы пяти дифференциальных уравнений равновесия панели в рамках уточненной модели с учетом деформаций поперечного сдвига в плоскостях  $x0z$  и  $y0z$ , которыми пренебрегают при расчете тонких обшивок:

$$\left\{ \begin{array}{l} K_{10,0} \frac{\partial^{10}}{\partial x^{10}} + K_{8,2} \frac{\partial^{10}}{\partial x^8 \partial y^2} + K_{6,4} \frac{\partial^{10}}{\partial x^6 \partial y^4} + K_{4,6} \frac{\partial^{10}}{\partial x^4 \partial y^6} + K_{2,8} \frac{\partial^{10}}{\partial x^2 \partial y^8} + K_{0,10} \frac{\partial^{10}}{\partial y^{10}} + \\ + K_{8,0} \frac{\partial^8}{\partial x^8} + K_{6,2} \frac{\partial^8}{\partial x^6 \partial y^2} + K_{4,4} \frac{\partial^8}{\partial x^4 \partial y^4} + K_{2,6} \frac{\partial^8}{\partial x^2 \partial y^6} + K_{0,8} \frac{\partial^8}{\partial y^8} + \\ + K_{6,0} \frac{\partial^6}{\partial x^6} + K_{4,2} \frac{\partial^6}{\partial x^4 \partial y^2} + K_{2,4} \frac{\partial^6}{\partial x^2 \partial y^4} + K_{0,6} \frac{\partial^6}{\partial y^6} \end{array} \right\} \Phi(x, y) = q. \quad (3)$$

Линейный дифференциальный оператор разрешающего уравнения содержит производные четного порядка по каждой из координат, если структура композитной панели ортотропна. Постоянные коэффициенты уравнения определяются геометрией панели и упругими характеристиками материала конструкции. Модули сдвига полимерного композита в вертикальных плоскостях  $x0z$ ,  $y0z$  одинаковы.

Проблема исследования напряженно-деформированного состояния слоисто-анизотропных панелей ортотропной структуры с точки зрения математического моделирования сводится к решению краевой задачи в прямоугольной области для неоднородного линейного дифференциального уравнения десятого порядка в частных производных относительно  $\Phi(x, y)$  – искомой разрешающей функции.

Напряженно-деформированное состояние панели определяется решением краевых задач для разрешающего уравнения (3), когда краевые условия содержат пять уравнений на каждой стороне контура и соответствуют достаточно общей трактовке физических граничных условий элементов конструкции.

Краевая задача общего вида в прямоугольной области представлена условиями упругой заделки:

$$\begin{aligned} x = \text{const}; \\ (\gamma_1 u_0 + \delta_1 N_x) = (\gamma_2 v_0 + \delta_2 N_{xy}) = (\gamma_3 w + \delta_3 \bar{Q}_x) = (\gamma_4 \varphi_x + \delta_4 M_x) = (\gamma_5 \varphi_y + \delta_5 H_{xy}) = 0; \\ y = \text{const}; \\ (\alpha_1 u_0 + \beta_1 N_{yx}) = (\alpha_2 v_0 + \beta_2 N_y) = (\alpha_3 w + \beta_3 \bar{Q}_y) = (\alpha_4 \varphi_x + \beta_4 H_{yx}) = (\alpha_5 \varphi_y + \beta_5 M_y) = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Коэффициенты  $\gamma_i, \delta_i, \alpha_i, \beta_i, i=1,2,\dots,5$ , меняются от 0 до 1;  $N_x, N_y, N_{xy}, N_{yx}, M_x, M_y, \bar{Q}_x, \bar{Q}_y, H_{xy}, H_{yx}$  – внутренние силовые факторы.

В рамках соотношений (4) рассматриваются возможные варианты закрепления граничных кромок в отношении связанных плоской задачи и задачи изгиба – защемление, скользящая заделка, шарнирное закрепление, свободный край. Граничные условия могут быть кинематическими, статическими и смешанными.

Применение предложенной модели позволяет уточнить значения пределов прочности анизотропных панелей и обеспечить надежную эксплуатацию панелей в условиях высоких механических нагрузок. Проведенные расчеты и полученные результаты демонстрируют значительное улучшение точности проектов по сравнению с традиционными методами анализа тонкостенных обшивок, в связи с чем появляется возможность разработки более совершенных конструктивных решений.

В рамках исследования статической прочности ортотропных панелей существенное значение имеет формализация связей между основными компонентами напряженно-деформированного состояния конструкции и потенциальной функции  $\Phi(x, y)$ . Связи определяются через линейные дифференциальные операторы, которые устанавливают зависимости для перемещений, углов поворота, продольных усилий и изгибающих моментов панели. Ключевым подходом является использование разрешающей потенциальной функции  $\Phi(x, y)$ , позволяющей существенно упростить анализ сложных конструктивных систем.

Благодаря постановке задачи обеспечивается согласованность и взаимосвязанность всех компонентов напряженно-деформированного состояния, что важно для решения задач статической прочности и проектирования. Использование  $\Phi(x, y)$  позволяет перейти к компактным характеристикам сложных процессов деформирования без необходимости прямого учета большого числа взаимозависимых параметров.

Подход эффективен для панелей с обшивкой средней и большой толщины, где поперечные сдвиговые деформации играют существенную роль. Учет деформаций поперечного сдвига в контексте линейных операторов и потенциальной функции позволяет получать точные результаты расчета, что критически важно для проектирования современных конструкций из полимерных композиционных материалов.

Приведем компоненты напряженно-деформированного состояния.

Перемещения:

$$\begin{aligned} u_0(x, y) &= L_{u_0} \Phi(x, y); \\ v_0(x, y) &= L_{v_0} \Phi(x, y); \\ w(x, y) &= L_w \Phi(x, y), \end{aligned} \quad (5)$$

где линейные дифференциальные операторы имеют вид

$$\begin{aligned} L_{u_0} &= u_{070} \frac{\partial^7}{\partial x^7} + u_{052} \frac{\partial^7}{\partial x^5 \partial y^2} + u_{034} \frac{\partial^7}{\partial x^3 \partial y^4} + u_{016} \frac{\partial^7}{\partial x \partial y^6} + u_{050} \frac{\partial^5}{\partial x^5} + u_{032} \frac{\partial^5}{\partial x^3 \partial y^2} + u_{014} \frac{\partial^5}{\partial x \partial y^4}; \\ L_{v_0} &= v_{061} \frac{\partial^7}{\partial x^6 \partial y} + v_{043} \frac{\partial^7}{\partial x^4 \partial y^3} + v_{025} \frac{\partial^7}{\partial x^2 \partial y^5} + v_{007} \frac{\partial^7}{\partial y^7} + v_{041} \frac{\partial^5}{\partial x^4 \partial y} + v_{023} \frac{\partial^5}{\partial x^2 \partial y^3} + v_{005} \frac{\partial^5}{\partial y^5}; \end{aligned}$$

$$L_w = w_{80} \frac{\partial^8}{\partial x^8} + w_{62} \frac{\partial^8}{\partial x^6 \partial y^2} + w_{44} \frac{\partial^8}{\partial x^4 \partial y^4} + w_{26} \frac{\partial^8}{\partial x^2 \partial y^6} + w_{08} \frac{\partial^8}{\partial y^8} + w_{60} \frac{\partial^6}{\partial x^6} +$$

$$+ w_{42} \frac{\partial^6}{\partial x^4 \partial y^2} + w_{24} \frac{\partial^6}{\partial x^2 \partial y^4} + w_{06} \frac{\partial^6}{\partial y^6} + w_{40} \frac{\partial^4}{\partial x^4} + w_{22} \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^4} + w_{04} \frac{\partial^4}{\partial y^4}.$$

Углы поворота:

$$\begin{aligned} \varphi_x(x, y) &= L_{\varphi_x} \Phi(x, y); \\ \varphi_y(x, y) &= L_{\varphi_y} \Phi(x, y), \end{aligned} \quad (6)$$

где линейные дифференциальные операторы имеют вид

$$L_{\varphi_x} = FX_{70} \frac{\partial^7}{\partial x^7} + FX_{52} \frac{\partial^7}{\partial x^5 \partial y^2} + FX_{34} \frac{\partial^7}{\partial x^3 \partial y^4} + FX_{16} \frac{\partial^7}{\partial x \partial y^6} +$$

$$+ FX_{50} \frac{\partial^5}{\partial x^5} + FX_{32} \frac{\partial^5}{\partial x^3 \partial y^2} + FX_{14} \frac{\partial^5}{\partial x \partial y^4};$$

$$L_{\varphi_y} = FY_{61} \frac{\partial^7}{\partial x^6 \partial y} + FY_{43} \frac{\partial^7}{\partial x^4 \partial y^3} + FY_{25} \frac{\partial^7}{\partial x^2 \partial y^5} + FY_{07} \frac{\partial^7}{\partial y^7} +$$

$$+ FY_{41} \frac{\partial^5}{\partial x^4 \partial y} + FY_{23} \frac{\partial^5}{\partial x^2 \partial y^3} + FY_{05} \frac{\partial^5}{\partial y^5}.$$

Продольные усилия

$$\begin{aligned} N_x(x, y) &= L_{N_x} \Phi(x, y); \\ N_y(x, y) &= L_{N_y} \Phi(x, y), \end{aligned} \quad (7)$$

где линейные дифференциальные операторы имеют вид

$$L_{N_x} = N_{x80} \frac{\partial^8}{\partial x^8} + N_{x62} \frac{\partial^8}{\partial x^6 \partial y^2} + N_{x44} \frac{\partial^8}{\partial x^4 \partial y^4} + N_{x26} \frac{\partial^8}{\partial x^2 \partial y^6} + N_{x08} \frac{\partial^8}{\partial y^8} +$$

$$+ N_{x60} \frac{\partial^6}{\partial x^6} + N_{x42} \frac{\partial^6}{\partial x^4 \partial y^2} + N_{x24} \frac{\partial^6}{\partial x^2 \partial y^4} + N_{x06} \frac{\partial^6}{\partial y^6};$$

$$L_{N_y} = N_{y80} \frac{\partial^8}{\partial x^8} + N_{y62} \frac{\partial^8}{\partial x^6 \partial y^2} + N_{y44} \frac{\partial^8}{\partial x^4 \partial y^4} + N_{y26} \frac{\partial^8}{\partial x^2 \partial y^6} + N_{y08} \frac{\partial^8}{\partial y^8} +$$

$$+ N_{y60} \frac{\partial^6}{\partial x^6} + N_{y42} \frac{\partial^6}{\partial x^4 \partial y^2} + N_{y24} \frac{\partial^6}{\partial x^2 \partial y^4} + N_{y06} \frac{\partial^6}{\partial y^6}.$$

Изгибающие моменты

$$\begin{aligned} M_x(x, y) &= L_{M_x} \Phi(x, y); \\ M_y(x, y) &= L_{M_y} \Phi(x, y), \end{aligned} \quad (8)$$

где линейные дифференциальные операторы имеют вид

$$L_{M_x} = M_{x80} \frac{\partial^8}{\partial x^8} + M_{x62} \frac{\partial^8}{\partial x^6 \partial y^2} + M_{x44} \frac{\partial^8}{\partial x^4 \partial y^4} + M_{x26} \frac{\partial^8}{\partial x^2 \partial y^6} + M_{x08} \frac{\partial^8}{\partial y^8} +$$

$$+ M_{x60} \frac{\partial^6}{\partial x^6} + M_{x42} \frac{\partial^6}{\partial x^4 \partial y^2} + M_{x24} \frac{\partial^6}{\partial x^2 \partial y^4} + M_{x06} \frac{\partial^6}{\partial y^6};$$

$$L_{M_y} = M_{y80} \frac{\partial^8}{\partial x^8} + M_{y62} \frac{\partial^8}{\partial x^6 \partial y^2} + M_{y44} \frac{\partial^8}{\partial x^4 \partial y^4} + M_{y26} \frac{\partial^8}{\partial x^2 \partial y^6} + M_{y08} \frac{\partial^8}{\partial y^8} +$$

$$+ M_{y60} \frac{\partial^6}{\partial x^6} + M_{y42} \frac{\partial^6}{\partial x^4 \partial y^2} + M_{y24} \frac{\partial^6}{\partial x^2 \partial y^4} + M_{y06} \frac{\partial^6}{\partial y^6}.$$

В настоящей работе исследуется проблема статической прочности обшивок средней и большой толщины, работающих под действием потоков сжимающих нагрузок  $P$ . Для частного случая согласованных граничных условий на продольных сторонах панели решение представлено в аналитическом виде с использованием одиарных тригонометрических рядов Фурье. В рамках изгибной задачи граничные условия предполагают шарнирное закрепление краев панели, тогда как для плоской задачи используется модель скользящей заделки в тангенциальном направлении при наличии потоков касательных усилий вдоль границы:

$$\begin{aligned} u_0[x, 0] = w[x, 0] = M_y[x, 0] = \varphi_x[x, 0] = 0, N_y[x, 0] = 0; \\ u_0[x, 1] = w[x, 1] = M_y[x, 1] = \varphi_x[x, 1] = 0, N_y[x, 1] = 0; \\ v_0[-1, y] = w[-1, y] = M_x[-1, y] = \varphi_y[-1, y] = 0, N_x[-1, y] = -P; \\ v_0[1, y] = w[1, y] = M_x[1, y] = \varphi_y[1, y] = 0, N_x[1, y] = -P. \end{aligned} \quad (9)$$

Обобщенная функция перемещений, служащая разрешающей функцией  $\Phi(x, y)$  и удовлетворяющая уравнению (3) вместе с согласованными граничными условиями (9), представлена в виде разложения по системе тригонометрических функций

$$\Phi(x, y) = \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \left[ \sum_{L=1}^5 B_{nL} \operatorname{ch}(\lambda_{nL} x) + (\Phi_n)_{\text{ч.н}} \right] \sin(n\pi y), \quad (10)$$

где  $x = x/a$ ,  $y = y/b$  – безразмерные координаты, отнесенные к длине  $a$  и ширине панели  $b$ ;  $(\Phi_n)_{\text{ч.н}}$  – частное решение неоднородного уравнения (3).

Компоненты напряженно-деформированного состояния, включая перемещения  $u_0(x, y)$ ,  $v_0(x, y)$ ,  $w(x, y)$ , представлены в виде разложений в одиарные тригонометрические ряды. Каждая из функций включает суммы, зависящие от тригонометрических базисных функций по переменной  $y$  и гиперболических функций по переменной  $x$ , что позволяет учитывать сложные взаимодействия напряжений и деформаций.

Для перемещений по оси  $x(u_0)$  используются коэффициенты  $A_{nL}^{u_0}$ , для перемещений по оси  $y(v_0)$  –  $B_{nL}^{v_0}$ , для перемещений по оси  $z(w)$  –  $B_{nL}^w$ . Эти коэффициенты определяют вклад каждой гармоники в общее распределение напряженно-деформированного состояния и зависят от геометрических и механических параметров системы. Данное представление позволяет точно вводить поля перемещений в ортотропных панелях с учетом геометрии и граничных условий.

Использование тригонометрических рядов обеспечивает согласованность решений и возможность аналитического представления основных компонентов напряженно-деформированного состояния (11) – (17).

Приведем компоненты напряженно-деформированного состояния в одиарных тригонометрических рядах.

Перемещения:

$$\begin{aligned} u_0(x, y) &= \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \left[ \sum_{L=1}^5 A_{nL}^{u_0} \operatorname{sh}(\lambda_{nL} x) + (u_{0n})_{\text{ч.н}} \right] \sin(n\pi y); \\ v_0(x, y) &= \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \left[ \sum_{L=1}^5 B_{nL}^{v_0} \operatorname{ch}(\lambda_{nL} x) + (v_{0n})_{\text{ч.н}} \right] \cos(n\pi y); \\ w(x, y) &= \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \left[ \sum_{L=1}^5 B_{nL}^w \operatorname{ch}(\lambda_{nL} x) + (w_n)_{\text{ч.н}} \right] \sin(n\pi y). \end{aligned} \quad (11)$$

Углы поворота:

$$\begin{aligned}\varphi_x(x, y) &= \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \left[ \sum_{L=1}^5 A_{nL}^{\varphi_x} \operatorname{sh}(\lambda_{nL}x) + (\varphi_{xn})_{\text{ч.н}} \right] \sin(n\pi y); \\ \varphi_y(x, y) &= \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \left[ \sum_{L=1}^5 B_{nL}^{\varphi_y} \operatorname{ch}(\lambda_{nL}x) + (\varphi_{yn})_{\text{ч.н}} \right] \cos(n\pi y).\end{aligned}\quad (12)$$

Деформации:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x^0(x, y) &= \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \left[ \sum_{L=1}^5 B_{nL}^{\varepsilon_x^0} \operatorname{ch}(\lambda_{nL}x) + (\varepsilon_{xn}^0)_{\text{ч.н}} \right] \sin(n\pi y); \\ \varepsilon_y^0(x, y) &= \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \left[ \sum_{L=1}^5 B_{nL}^{\varepsilon_y^0} \operatorname{ch}(\lambda_{nL}x) + (\varepsilon_{yn}^0)_{\text{ч.н}} \right] \sin(n\pi y); \\ \gamma_{xy}^0(x, y) &= \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \left[ \sum_{L=1}^5 A_{nL}^{\gamma_{xy}^0} \operatorname{sh}(\lambda_{nL}x) + (\gamma_{xyn}^0)_{\text{ч.н}} \right] \cos(n\pi y),\end{aligned}\quad (13)$$

Кривизны:

$$\begin{aligned}K_x^0(x, y) &= \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \left[ \sum_{L=1}^5 B_{nL}^{K_x^0} \operatorname{ch}(\lambda_{nL}x) + (K_{xn}^0)_{\text{ч.н}} \right] \sin(n\pi y); \\ K_y^0(x, y) &= \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \left[ \sum_{L=1}^5 B_{nL}^{K_y^0} \operatorname{ch}(\lambda_{nL}x) + (K_{yn}^0)_{\text{ч.н}} \right] \sin(n\pi y); \\ K_{xy}^0(x, y) &= \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \left[ \sum_{L=1}^5 A_{nL}^{K_{xy}^0} \operatorname{sh}(\lambda_{nL}x) + (K_{xyn}^0)_{\text{ч.н}} \right] \cos(n\pi y).\end{aligned}\quad (14)$$

Суммарные углы поворота:

$$\begin{aligned}\psi_x(x, y) &= \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \left[ \sum_{L=1}^5 B_{nL}^{\psi_x} \operatorname{ch}(\lambda_{nL}x) + (\psi_{xn})_{\text{ч.н}} \right] \cos(n\pi y); \\ \psi_y(x, y) &= \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \left[ \sum_{L=1}^5 A_{nL}^{\psi_y} \operatorname{sh}(\lambda_{nL}x) + (\psi_{yn})_{\text{ч.н}} \right] \sin(n\pi y).\end{aligned}\quad (15)$$

Усилия:

$$\begin{aligned}N_x(x, y) &= \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \left[ \sum_{L=1}^5 B_{nL}^{N_x} \operatorname{ch}(\lambda_{nL}x) + (N_{xn})_{\text{ч.н}} \right] \sin(n\pi y); \\ N_y(x, y) &= \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \left[ \sum_{L=1}^5 B_{nL}^{N_y} \operatorname{ch}(\lambda_{nL}x) + (N_{yn})_{\text{ч.н}} \right] \sin(n\pi y).\end{aligned}\quad (16)$$

Моменты:

$$\begin{aligned}M_x(x, y) &= \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \left[ \sum_{L=1}^5 B_{nL}^{M_x} \operatorname{ch}(\lambda_{nL}x) + (M_{xn})_{\text{ч.н}} \right] \sin(n\pi y); \\ M_y(x, y) &= \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \left[ \sum_{L=1}^5 B_{nL}^{M_y} \operatorname{ch}(\lambda_{nL}x) + (M_{yn})_{\text{ч.н}} \right] \sin(n\pi y).\end{aligned}\quad (17)$$

Разработан пакет прикладных программ, реализующий задачи анализа и оптимизации конструкций из композиционных материалов на основе среды MATLAB. Проведен анализ критических нагрузок, соответствующих изгибной форме потери устойчивости углепластиковых обшивок в различных поперечных сечениях крыла, с учетом различных схем укладки слоев в композитных пакетах [16].

Приведем результаты оценки области применимости теории деформаций поперечного сдвига первого порядка и теории тонких пластин для сжатых вдоль продольной оси плоских прямоугольных углепластиковых обшивок.

На рис. 1, а приведены размеры панели в плане и условия закрепления контура. Рис. 1, б демонстрирует условия нагружения. На рис. 1, в представлена схема укладки многослойной композитной панели с несимметричной по толщине структурой.

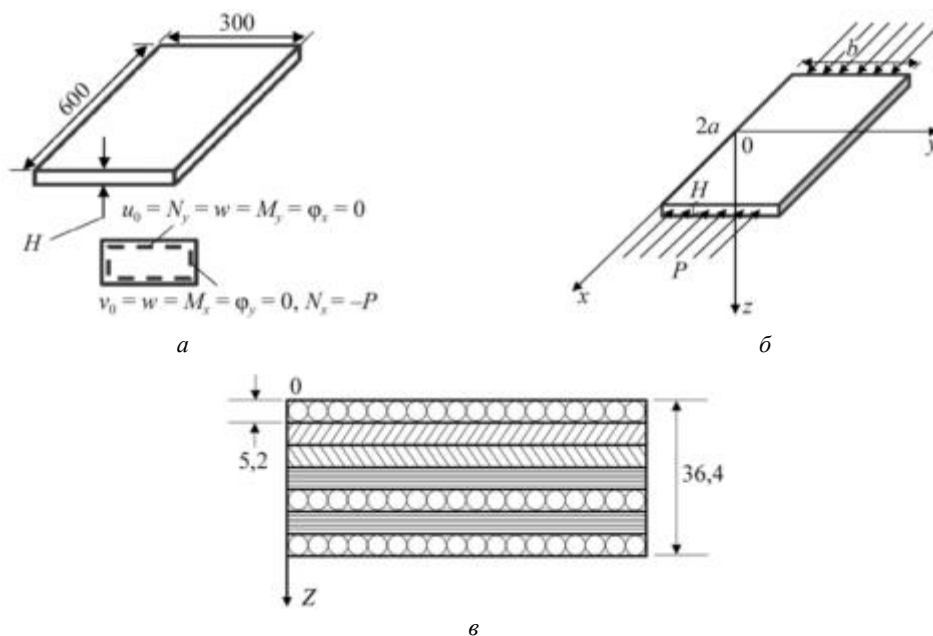


Рис. 1

Сравнение результатов расчета критических усилий, полученных с применением кинематических соотношений теории деформаций поперечного сдвига (ТДПС) и теории, основанной на классических гипотезах, при изменении отношения ширины панели  $b$  к толщине обшивки  $H$ , представлено в таблице [16].

$H$ , мм	$b/H$	$P_{крТДПС}$ , кг/мм	$\sigma_{кр}$ , кг/мм <sup>2</sup>	$P_{кр.класс}$ , кг/мм	$\Delta$ , %
3,64	84	7,73	2,12	7,76	-0,3
7,28	41	61,32	8,42	62,05	-1,2
10,92	27	203,97	18,68	209,40	-2,7
14,56	21	473,95	32,55	496,36	-4,7
18,20	16	902,81	49,60	969,77	-7,4
-	-	-	-	-	-
36,40	8	5998,50	164,79	7755,70	-29,3

Когда толщина обшивки  $H = 36,4$  мм,  $b/H = 8$ , ограничения на целевую функцию веса при оптимальном проектировании панелей вблизи корневой нервюры следует вводить по прочности на сжатие, так как средние по пакету критические напряжения соответствуют высоким значениям запасов по устойчивости.

Напряженно-деформированное состояние  $k$ -го слоя в системе координат, связанной со слоем (18), (19):

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ 0 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 0 & 0 & 0 & 2mn \\ n^2 & m^2 & 0 & 0 & 0 & -2mn \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m & -n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n & m & 0 \\ -mn & mn & 0 & 0 & 0 & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ 0 \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}^{(k)} ; \quad (18)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & (m^2 - n^2) \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}^{(k)}. \quad (19)$$

Ограничения на целевую функцию при оптимальном проектировании строятся в соответствии с критерием прочности Гольденבלата – Копнова в координатной плоскости 12:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\bar{\sigma}_{1p}^{(k)}} - \frac{1}{\bar{\sigma}_{1c}^{(k)}} \right) \sigma_1^{(k)} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\bar{\sigma}_{2p}^{(k)}} - \frac{1}{\bar{\sigma}_{2c}^{(k)}} \right) \sigma_2^{(k)} + \left[ \frac{1}{4} \left( \frac{1}{\bar{\sigma}_{1p}^{(k)}} + \frac{1}{\bar{\sigma}_{1c}^{(k)}} \right) (\sigma_1^{(k)})^2 + \right. \\ & \left. + \frac{1}{4} \left( \frac{1}{\bar{\sigma}_{2p}^{(k)}} + \frac{1}{\bar{\sigma}_{2c}^{(k)}} \right) (\sigma_2^{(k)})^2 + \left( \frac{\tau_{12}^{(k)}}{\bar{\tau}_{12}^{(k)}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \bar{\sigma}_{12}^{\text{экв}} \leq 1. \end{aligned} \quad (20)$$

С помощью MATLAB получены результаты расчетов напряженно-деформированного состояния углепластиковой обшивки большой толщины – послойные напряжения в пакете.

Приведены результаты определения послойного напряженно-деформированного состояния ортотропной обшивки большой толщины в центре панели –  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\tau_{12}$  – в системе координат, связанной со слоем. По осям ординат обозначены координаты слоев пакета толщиной

На рис. 2 результаты расчетов напряженно-деформированного состояния соответствуют первой гармонике одинарного тригонометрического ряда  $n = 1$ . Результаты расчетов напряженно-деформированного состояния соответствуют гармонике одинарного тригонометрического ряда  $n = 3$  (рис. 3).

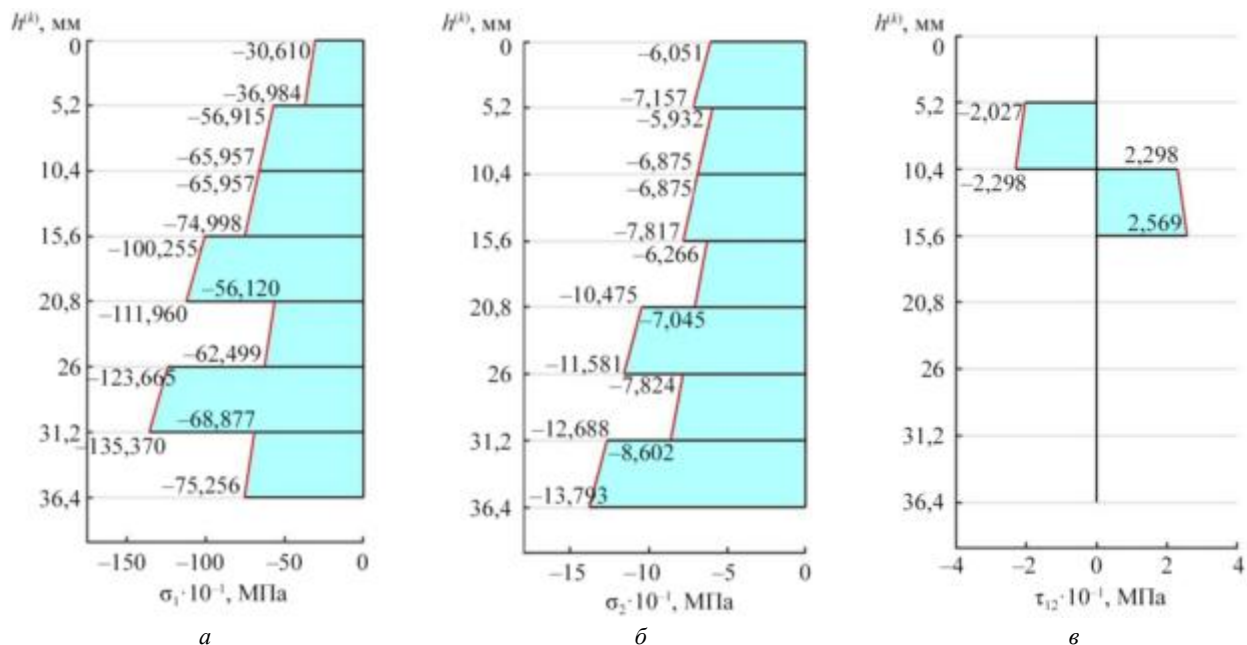


Рис. 2

На рис. 2, 3, а приведена эпюра послойных нормальных напряжений вдоль слоя  $\sigma_1$ , на рис. 2, 3, б – эпюра послойных нормальных напряжений поперек слоя  $\sigma_2$ , на рис. 2, 3, в – эпюра послойных касательных напряжений  $\tau_{12}$ .

Результаты демонстрируют быструю сходимость одинарных тригонометрических рядов. Для наглядности представления результатов эпюры напряжений  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\tau_{12}$  на рис. 2, 3 построены в разных масштабах.

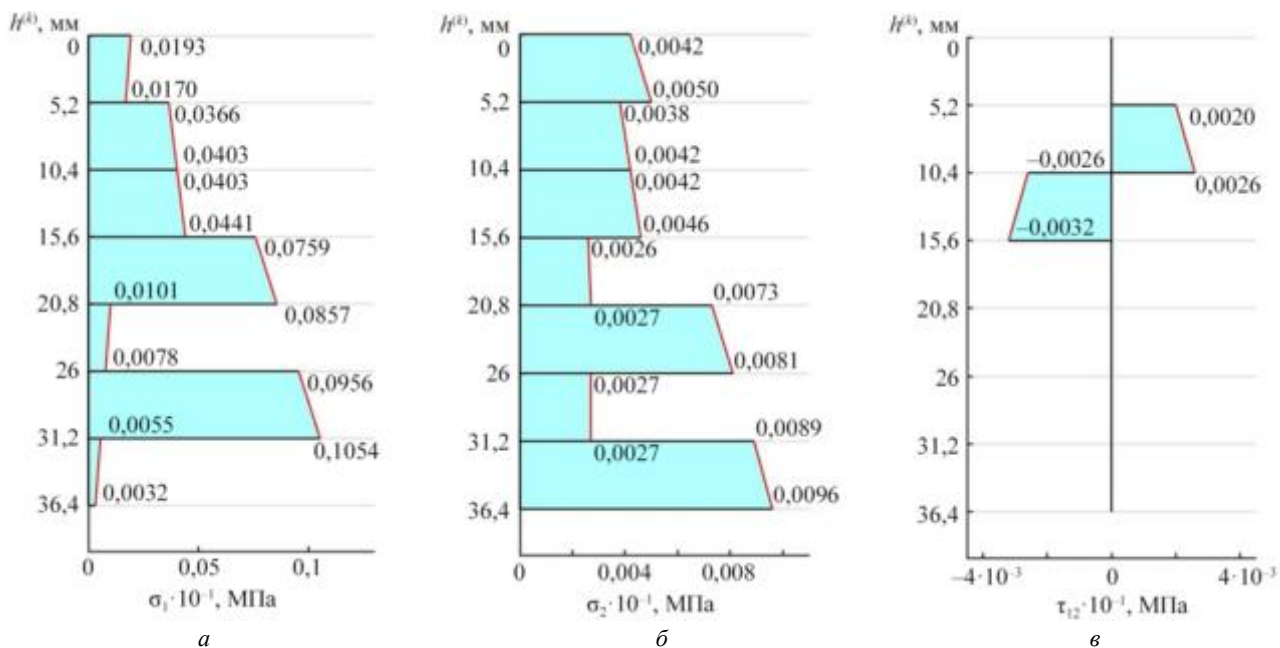


Рис. 3

Таким образом, разработаны новые аналитические уточненные ограничения по статической прочности с учетом деформаций поперечного сдвига для оптимального проектирования слоисто-анизотропных панелей летательного аппарата из композиционных материалов.

Предложенный метод оптимального проектирования представляет научно-практический интерес для разработки композитных панелей с обшивкой средней и большой толщины, используемых в местах соединения несущих поверхностей с фюзеляжем в перспективных моделях авиационной техники.

На основе построенных алгоритмов создан пакет прикладных программ для персональных компьютеров на платформе MATLAB. Программы предназначены для расчета эквивалентных послойных напряжений в слоисто-анизотропных панелях летательного аппарата, что позволяет оптимизировать процесс проектирования. С помощью анализа численных данных, включающего широкий диапазон геометрических и жесткостных характеристик композитных анизотропных панелей, подтверждена возможность проектирования с учетом аналитических ограничений по статической прочности. Ограничения впервые построены в виде одинарных тригонометрических рядов в замкнутой форме на основе решения разрешающих дифференциальных уравнений десятого порядка. Линейный дифференциальный оператор разрешающего уравнения содержит производные четного порядка по каждой из координат, если структура композитной панели ортотропна.

Поскольку решение основано на точных аналитических методах, время расчета различных вариантов минимизировано, что повышает практическую значимость разработанного подхода при реализации задач оптимального проектирования. Согласно полученным результатам расчетов возможно существенное снижение массы конструкции и оптимизации панели по весовым характеристикам. Постановка задачи и предложенный подход к решению актуальны при разработке конструктивно анизотропных композитных панелей, предназначенных для перспективных авиационных конструкций.

В рамках дальнейшего развития исследования планируется постановка задач статики и моделирование напряженно-деформированного состояния плоских прямоугольных панелей с обшивкой средней и большой толщины, выполненных из полимерных композиционных материалов, с эксцентричным продольно-поперечным набором. Разработка методов расчета основана на уточненной модели, которая учитывает деформации поперечного сдвига в плоскостях  $xOz$  и  $yOz$ , а также деформации сдвига в плоскости  $xOy$ , в соответствии с теорией тонкостенных упругих стержней В.З. Власова и методами решения контактных задач для взаимодействия обшивки и элементов жесткости.

Работа подготовлена в рамках реализации Программы создания и развития научного центра мирового уровня «Сверхзвук» на 2020–2025 гг. при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (соглашение от 20 апреля 2022 № 075-15-2022-309).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Le-Anh L. et al.* Static and Frequency Optimization of Folded Laminated Composite Plates Using an Adjusted Differential Evolution Algorithm and a Smoothed Triangular Plate Element // *Composite Structures*. 2015. Vol. 127. P. 382–394.
2. *Khani A. et al.* Design of Variable Stiffness Panels for Maximum Strength Using Lamination Parameters // *Composites Part B: Engineering*. 2011. Vol. 42. № 3. P. 546–552.
3. *Peeters D., Abdallay M.* Design Guide Lines in Non-Conventional Composite Laminate Optimization // *Journal of Aircraft*. 2017. Vol. 54. Iss. 4. P. 1454–1464.
4. *Yu Wang et al.* Structural-Optimization Strategy for Composite Wing Based on Equivalent Finite Element Model // *Journal of Aircraft*. 2016. Vol. 53. Iss. 2. P. 351–359.
5. *Максименко В.Н., Олегин И.П., Пустовой Н.В.* Методы расчета на прочность и жесткость элементов конструкций из композитов. Новосибирск: НГТУ, 2015. 424 с.
6. *Балунов К.А. и др.* Многодисциплинарные аспекты в исследованиях синтеза и оптимизации конструктивно-силовых схем летательных аппаратов // *Прочность конструкций летательных аппаратов: Сб. ст. науч.-техн. конф., г. Жуковский, 8–9 дек. 2016. Жуковский: ЦАГИ, 2017. Т. 2764. С. 29–36.*
7. *Шатаев П.А., Кретов А.С.* Метод Канторовича – Власова для проектировочной оценки прочности тонкостенных конструкций // *Изв. вузов. Авиационная техника*. 2023. № 4. С. 31–40.
8. *Гриценко С.В.* Феноменологическая методика подбора рациональных параметров укладки слоев при проектировании панелей авиационных конструкций из слоистых полимерных композиционных материалов // *Конструкции из композиционных материалов*. 2019. № 4 (156). С. 45–49.
9. *Янг Н.М. и др.* Выбор рациональных конструктивных решений при проектировании элементов конструкций из полимерных композитов // *Материалы 10-й Юбилейной междунар. конф. по вычислительной механике и современным прикладным системам, г. Алушта, 24–31 мая 2017. М.: МАИ-Принт, 2017. С. 349–350.*
10. *Киреев В.А., Казаков И.А.* Выбор рациональных параметров композитных панелей крыла // *Учен. зап. ЦАГИ*. 2023. № 3. С. 89–100.
11. *Бадрухин Ю.И., Терехова Е.С.* Рациональное проектирование тонкостенных несущих панелей из слоистого композита при комбинированном нагружении // *Вестник МАИ*. 2023. № 4. С. 130–139.
12. *Гайнутдинова Т.Ю., Мирхазов Р.Р.* Программный комплекс автоматизированного проектировочного расчета тонкостенных конструкций из композиционных материалов // *Изв. вузов. Авиационная техника*. 2011. № 4. С. 7–11.
13. *Reddy J.N.* *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis*. CRC Press, 2004. 855 p.
14. *Гавва Л.М., Фирсанов В.В.* Математические модели и методы расчета напряженно-деформированного состояния панелей летательных аппаратов из композиционных материалов с учетом технологии изготовления // *Изв. РАН. Механика твердого тела*. 2020. № 3. С. 122–133.
15. *Бойцов Б.В. и др.* Напряженно-деформированное состояние и устойчивость конструктивно-анизотропных панелей летательных аппаратов из композиционных материалов с учетом технологии изготовления // *Изв. вузов. Авиационная техника*. 2018. № 4. С. 20–27.
16. *Фирсанов В.В., Корольский В.В., Гавва Л.М.* Ограничения по устойчивости для оптимального проектирования конструктивно анизотропных обшивок летательных аппаратов средней и большой толщины из композиционных материалов // *Конструкции из композиционных материалов*. 2024. № 3 (175). С. 23–30.

Поступила в редакцию 8.04.25  
После доработки 20.05.25  
Принята к публикации 30.05.25

## Strength-Based Design Constraints for Optimizing the Anisotropic Medium-to-Thick Composite Panels in Aircraft Structures

L.M. GAVVA AND T.A. HAN

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow

*The equations of the mathematical model for analyzing the static strength of layer-anisotropic composite panels of aircraft with medium-to-thick skins, considering the transverse shear deformations, are provided. An approach to solving the static strength problems within the framework of a new tenth-order partial differential governing equation is developed. For the special case of compatible boundary conditions on the longitudinal sides of the panel, the integral of the equation is represented analytically using the single trigonometric Fourier series. New analytical constraints on the objective function for optimal design of aircraft layer-anisotropic medium-to-thick composite skins are constructed according to the refined theory. The results of determining the layer-by-layer stress-strain state of a thick orthotropic skin at the center of the panel in the coordinate system associated with the layer are presented for flat rectangular carbon fiber skins compressed in the longitudinal direction. The feasibility of using the mathematical models reduced to the analytical solution of static strength problems for the governing equation with a tenth-order linear differential operator as constraints in the design of structurally anisotropic composite panels for advanced aerospace applications is substantiated.*

**Composite panels, transverse shear deformations, static strength, optimal design, analytical constraints**

## Многослойная мягкая оболочка под воздействием взрывной волны

**Р.Ш. ГИМАДИЕВ,**

д-р техн. наук

(КГЭУ, Казань),

**В.И. ХАЛИУЛИН,**

д-р техн. наук

(КНИТУ-КАИ, Казань),

**А.Ф. ГАРИФЬЯНОВ**

(КГЭУ, Казань)

pla.kai@mail.ru

*Приводится алгоритм решения задачи процесса гашения взрывной волны с помощью мягкой оболочки в пространственной постановке. Исследуется влияние многослойной тканевой оболочки на общую ее несущую способность во взрывной волне. Выбирается количество слоев, выдерживающих избыточное давление. Целью работы является обеспечение сохранности элементов авиационной техники и дорогостоящего оборудования при воздействии взрывной волны.*

**Мягкая оболочка, деформирование, взрывная волна, методика расчета**

В производственных и транспортных системах встречаются ситуации, при которых в одном из смежных помещений возникает избыточное давление, способное привести к повреждению оборудования и нанести вред здоровью персонала. Наиболее частой причиной является взрывная волна. Чтобы свести ущерб к минимуму, между помещениями устанавливают массивные перегородки [1] или сооружения, отклоняющие направление действия волны [2, 3]. Подобные конструкции с большой массой используются для наземных сооружений. Альтернативой могут быть поглотители энергии взрывной волны в виде многослойных мягких оболочек из высокопрочных материалов. Наиболее рациональным является применение текстильно-армированных композитов. Под воздействием давления слои преграды образуют выпуклые оболочки. Волокна работают только на растяжение, т. е. реализуется весь потенциал прочности материала, в отличие от жесткой (металлической или бетонной) преграды.

Благодаря значительной весовой эффективности оболочечные конструкции являются предпочтительным решением для реализации антивзрывных мероприятий на транспортных средствах.

Исследования по применению оболочечных гасителей энергии проводились с конца XIX века. В России осуществлялись экспериментальные работы с целью спасения людей при взрыве метана в угольных шахтах. С помощью датчика давления включался механизм ввода мягких шторок в поток и последовательное включение шторок гасило взрывную волну. Подобная технология не утратила актуальность и в настоящее время [4, 5]. Также задача применения мягкой мембраны для гашения взрывной волны и сохранения дорогостоящего оборудования актуальна в авиационной технике. В настоящей работе рассматривается динамика деформирования квадратной тканевой оболочки, закрепленной по контуру и взаимодействующей с взрывной волной. Приводится тестовая задача деформирования квадратной мембраны при известном значении перепада давления. Далее исследуется взаимодействие тканевой ячейки с фронтом взрывной волны, на основании чего определяется необходимое количество слоев ткани, обеспечивающее ее устойчивость к воздействию взрывной волны заданной интенсивности.

Таким образом, предлагается расчетная математическая база для проектирования многослойных энергопоглощающих экранов с малой массой.

Совершенствование методов расчета оболочек, несмотря на их длительную историю развития, остается актуальной научной задачей. В настоящее время активно развиваются методы анализа несущей способности оболочек как при статическом нагружении [6–8], так и при динамических воздействиях, включая воздействие ударной волны [9].

В настоящей работе с учетом специфики решаемой задачи применяются положения теории мягких оболочек, в рамках которой вместо напряжений рассматриваются натяжения. Это связано с тем, что для тканевых оболочек понятие толщины является условным:

$$N^i = N^{ij} e_j; N^3 = N^{33} e_3,$$

где  $N^{ij}$ ,  $N^{33}$  – физические компоненты натяжений.

Пусть на выделенный малый элемент поверхности площади  $d\sigma = \sqrt{G}\partial\alpha^1\partial\alpha^2$  действуют поверхностные силы  $p^-$  и  $p^+$ , приложенные по сторонам поверхностей, а также массовая сила  $\mathbf{Q}$ , что определяется выражениями

$$\mathbf{p} = p\mathbf{e}_3 d\sigma = p\mathbf{e}_3 \sqrt{G}\partial\alpha^1\partial\alpha^2; \quad \mathbf{Q} = g\rho h_* dF = g\rho \sqrt{G}\partial\alpha^1\partial\alpha^2,$$

где  $p = p^+ - p^-$  – избыточное давление, действующее на оболочку и отнесенное к единице площади  $\sigma$ ;  $\rho$  – плотность материала оболочки, которая в процессе деформации не изменяется, так как материал оболочки считается несжимаемым;  $\mathbf{g}$  – ускорение свободного падения.

В дальнейшем вместо трех неизвестных функций перемещений  $u^\gamma(\alpha^1, \alpha^2, t)$  вводим новые неизвестные, принимая для  $\mathbf{r}$  представление

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(\alpha^1, \alpha^2, t) = \sum_{\gamma=1}^3 x_\gamma \mathbf{i}_\gamma = x_\gamma \mathbf{i}_\gamma; \quad x_\gamma = x_\gamma(\alpha^1, \alpha^2, t),$$

где  $x_\gamma$  – новые неизвестные, представляющие собой координаты произвольной точки на  $\sigma$  относительно неподвижной ортогональной декартовой системы координат  $Ox_1x_2x_3$  с осями  $\mathbf{i}_\gamma$ . Тогда для определения основных базисных векторов  $\mathbf{r}_j$  и компонент метрического тензора  $G_{ij}$  используются соотношения

$$\mathbf{r}_j = \partial\mathbf{r}/\partial\alpha^j = x_{j,\gamma} \mathbf{i}_\gamma; \quad r_{j,\gamma} = \partial x_\gamma / \partial\alpha^j; \quad G_{jm} = \mathbf{r}_j \mathbf{r}_m = r_{j,k} r_{m,k}. \quad (1)$$

При этом

$$\mathbf{e}_i = \mathbf{r}_i / \sqrt{G_{ii}} = l_{i\gamma} \mathbf{i}_\gamma; \quad l_{j\gamma} = r_{j,\gamma} / \sqrt{G_{jj}}; \quad I_1 = (2/\pi) y_{\max}(\tilde{x} - a),$$

где  $l_{j\gamma} = \cos(\mathbf{e}_j, \mathbf{i}_\gamma)$  – направляющие косинусы, определяющиеся выражениями

$$\begin{aligned} l_{31} &= (l_{12}l_{23} - l_{13}l_{22})\sqrt{G_{11}G_{22}}/\sqrt{G}; \\ l_{32} &= (l_{13}l_{21} - l_{11}l_{23})\sqrt{G_{11}G_{22}}/\sqrt{G}; \\ l_{33} &= (l_{11}l_{22} - l_{12}l_{21})\sqrt{G_{11}G_{22}}/\sqrt{G}. \end{aligned} \quad (2)$$

В безмоментной теории оболочек для поперечного усилия можно принять  $N^{33} = 0$ , что позволяет считать формирующееся напряженно-деформированное состояние оболочки плосконапряженным. При этом уравнение движения гладкой оболочки имеет следующий вид:

$$\rho\sqrt{G} \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial\alpha^1} \left( (N^{11}\mathbf{e}_1 + N^{12}\mathbf{e}_2)\sqrt{G_{22}} \right) + \frac{\partial}{\partial\alpha^2} \left( (N^{22}\mathbf{e}_2 + N^{21}\mathbf{e}_1)\sqrt{G_{11}} \right) + (\mathbf{p} + \rho\mathbf{g})\sqrt{G},$$

где неизвестными являются вектор-функция  $\mathbf{r}$  и компоненты истинных внутренних усилий  $N^{ij}$ .

Пусть вектор  $\mathbf{g}$  направлен вдоль оси  $x_3$ , тогда  $\mathbf{g} = g\mathbf{i}_3$ . Проектируя уравнение движения оболочки на декартовы оси и учитывая соотношения (1), (2), приходим к трем уравнения движения

$$\begin{aligned} \rho\sqrt{G} \frac{\partial^2 x_\gamma}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial\alpha^1} \left( (N^{11}l_{1\gamma} + N^{12}l_{2\gamma})\sqrt{G_{22}} \right) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial\alpha^2} \left( (N^{22}l_{2\gamma} + N^{21}l_{1\gamma})\sqrt{G_{22}} \right) + p_3 l_{3\gamma} \sqrt{G} (1 - \delta_{3\gamma}\rho g); \end{aligned} \quad (3)$$

$$\delta_{31} = \delta_{32} = 0, \quad \delta_{33} = 1, \quad \gamma = 1, 2, 3.$$

Для замыкания системы уравнений, состоящей из уравнений движения (3), геометрических соотношений (1), необходимо составить физические соотношения для оболочки с тканевой основой.

Тканевые материалы отличаются малой жесткостью на сдвиг, примерно до 2 % по сравнению с жесткостью на растяжение [14]. В связи с этим можно положить модули упругости на сдвиг:  $E_{12} = E_{21} = 0$ . Тогда физические соотношения для ткани применительно к уравнениям (3) можно принять в виде

$$\begin{aligned} N_{11} &= (E_{11}e_{11} + \nu_{21}E_{22}e_{22})/(1 - \nu_{12}\nu_{21}) + \eta\dot{e}_{11}; \\ N_{22} &= (E_{22}e_{22} + \nu_{12}E_{11}e_{11})/(1 - \nu_{12}\nu_{21}) + \eta\dot{e}_{22}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\nu_{12} = \nu_{21} = 0,25$  – аналоги коэффициента Пуассона;  $e_{11}$ ,  $e_{22}$  – относительные удлинения;  $\dot{e}_{11}$ ,  $\dot{e}_{22}$  – скорости относительных удлинений;  $\eta$  – коэффициент вязкого трения в материале;  $E_{11}$ ,  $E_{22}$  – модули упругости на растяжение.

Задача относится к классу нелинейного взаимодействия оболочек со средой [10]. В конце 1990-х гг. в НИИ АУС (Феодосия) были проведены экспериментальные исследования процесса раскрытия ленточного парашюта в сверхзвуковом потоке. Значения натяжения, возникающие в коуше парашюта, соответствовали расчетным данным [11].

На основании результатов численного решения задач динамики оболочек методом конечных разностей за фронтом волн (в достаточно узкой области) наблюдается возникновение высокочастотных колебаний (осцилляций) сеточных функций, что затрудняет определение достоверных значений искомых параметров. Данный эффект особенно значим при моделировании быстро протекающих динамических процессов. В связи с этим в расчетах используется метод сглаживания фронта волны, заключающийся в непосредственной корректировке скоростей узлов расчетной сетки согласно формуле

$$\tilde{V} = V + \frac{1}{2}\beta \left( \frac{\partial^2 V}{\partial s_1^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial s_2^2} \right), \quad (5)$$

где  $\beta$  – коэффициент искусственной вязкости.

Формула (5), следующая из работы [12], адаптирована к решению задач динамики парашютов [13]. Такой подход можно интерпретировать также и как введение в систему уравнений диссипативных членов (так называемой псевдовязкости, или искусственной вязкости).

Шаг интегрирования выбирается в соответствии с критерием Куранта – Фридрихса – Леви:

$$\Delta t < \alpha_k \min(h_1, h_2)/c, \quad (6)$$

где  $\alpha_k$  – коэффициент Куранта;  $h_1$ ,  $h_2$  – стороны расчетной ячейки;  $c$  – скорость распространения малых возмущений в материале (скорость звука в ткани).

При отладке программы расчета деформирования мягкой оболочки, квадратной в плане формы, решалась тестовая задача.

При решении использован параметр Пуассона  $\nu$  из работы [14], где характерный параметр  $\chi$  определяется следующим образом:

$$\chi = \Delta p a (1 - \nu^2) / E, \quad (7)$$

где  $\Delta p = \rho_0 V_0^2 / 2$  – перепад давления,  $\rho_0 = 1,226 \text{ кг/м}^3$  – плотность воздуха,  $V_0$  – скорость набегающего потока;  $a = 1 \text{ м}$  – сторона квадрата;  $E = E_{11} = E_{22} = 8600 \text{ Н/м}$  – приведенный модуль упругости;  $\nu = \nu_{12} = \nu_{21} = 0,25$ . Ткань удлиняется при разрыве  $e_p = 0,2$ ;  $\rho_{\text{тк}} = 0,005 \text{ кг/м}^2$  – плотность ткани.

Расчет равновесного состояния выпученной квадратной мягкой оболочки, закрепленной со всех сторон, приведен при  $\chi = 0,3$  в работе [13]. При  $\chi = 0,3$  из формулы (7) получено  $V = 67,09 \text{ м/с}$ , и вводится характерное натяжение  $T_0 = 2\Delta p a = 5520 \text{ Н/м}$ .

Расчет выпучивания квадратной оболочки проводится на основе решения динамической задачи до формы равновесного состояния (рис. 1). Статическое значение максимального прогиба в расчетах составило  $f = 0,2146$ . Отклонение от решения, представленного в работе [14], не превысило 4 %. Можно за-

метить, что в приближенном аналитическом решении [14] в областях, прилегающих к углам, возникают зоны с нулевыми натяжениями. При численном решении на основе метода конечных разностей и в угловых областях реализуются конечные положительные натяжения.

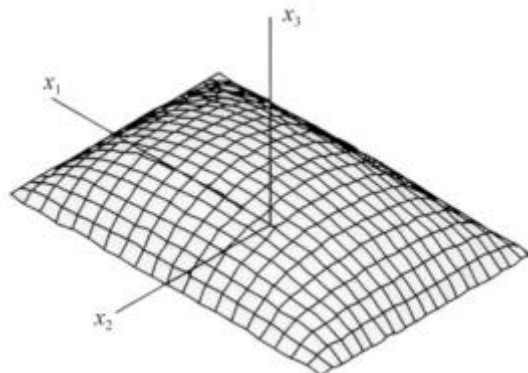


Рис. 1

В работе [15] исследовалась задача раздува замкнутой оболочки из эластомера. Установлено критическое значение давления, после которого дальнейший рост деформаций происходит при уменьшающихся значениях внутреннего давления.

В рамках теоретического исследования рассматривается поведение квадратной многослойной мембраны, закрепленной по контуру, при воздействии взрывной волны. Анализируется динамическая задача деформирования мягкой тканевой мембраны, перекрывающей поперечное сечение квадратного канала, под действием воздушной ударной волны. В начальный момент взаимодействия нагрузка на мембрану определяется в предположении ее жесткости, т. е. ударная волна воспринимается как воздействие на неподвижную преграду. С этого момента начинается взаимодействие мягкой оболочки с фронтом взрывной волны.

Параметры нагружения мягкой оболочки определяются известными аналитическими соотношениями [16, 17]. Задача решается в пространственной постановке методом конечных разностей. Анализируется напряженно-деформированное состояние мембраны и определяются ее конструктивные параметры.

Взрыв представляет собой быстропротекающий процесс.

Под действием высокого давления газов, образовавшихся при взрыве, первоначально невозмущенная среда подвергается интенсивному сжатию и приобретает большую скорость.

Движение передается от одного слоя среды к другому, и область, охваченная взрывной волной, быстро расширяется. На фронте расширяющейся области среда скачком переходит из исходного невозмущенного состояния в состояние движения с более высоким давлением, плотностью и температурой. Ударная волна распространяется со сверхзвуковой скоростью.

Принимается, что амплитуда давления в падающей на мембрану ударной волне изменяется во времени в соответствии с известной из экспериментов зависимостью (рис. 2, штриховая линия).

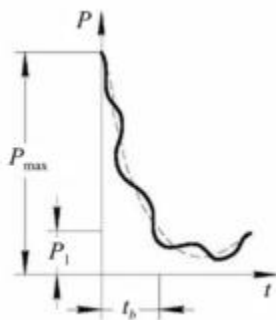


Рис. 2

При взрывах максимальное давление  $P_{\max}$  в точке пространства достигается в момент сжатия в ударной волне. По мере удаления от места взрыва значение  $P_{\max}$  уменьшается до значения давления в невозмущенном воздухе  $P_1$ , а время действия избыточного давления  $t_b$  увеличивается. Параметры  $P_{\max}$ ,  $t_b$  зависят от мощности взрыва.

Разработан метод математической модели, позволяющей осуществить выбор материала мембраны, выдерживающей максимальное давление  $P_{\max}$  в интервале времени  $t_b$  (см. рис. 2).

Для приближенной оценки избыточного давления используем соотношения для определения скорости  $\theta$  перемещения ударной волны относительно невозмущенного воздуха и скорости  $v$  движения возмущенного газа за ударной волной (или скорости спутного потока) в виде [16]

$$\theta = c_0 \sqrt{\frac{(k-1)}{2k} + \frac{(k+1)}{2k} \frac{P_2}{P_1}}; v = c_0 \left( \frac{P_2}{P_1} - 1 \right) \frac{\sqrt{2/k}}{\sqrt{(k-1) + (k+1) \frac{P_2}{P_1}}}, \quad (8)$$

где  $P_2/P_1$  (отношение давлений за фронтом ударной волны и перед ударной волной) является мерой интенсивности сжатия газа;  $k$  – показатель адиабаты Пуассона (для воздуха  $k = 1,4$ );  $c_0$  – скорость звука в невозмущенном потоке.

Скорость распространения ударной волны всегда больше скорости звука в невозмущенном потоке. При уменьшении интенсивности ударной волны  $P_2/P_1$  скорость ее распространения стремится к скорости звука в невозмущенном потоке.

При встрече ударной волны с мягкой податливой мембраной начинается процесс их взаимодействия. Мембрана в потоке деформируется.

Нагрузка на мембрану в начальный момент определяется в предположении, что падающая на мембрану ударная волна отражается от нее, как от жесткой стенки. В этом случае давление газа на стенку находится по формуле Гюгонио [17]

$$\frac{P_0}{P_2} = \frac{[(3k-1)P_2 - (k-1)P_1]}{[(k-1)P_2 + (k+1)P_1]}. \quad (9)$$

Из соотношений (8), (9) следует, что в случае сильной ( $P_2/P_1 \gg 1$ ) падающей ударной волны давление у стенки не может превышать давления на ее фронте более чем в восемь раз.

Наибольший перепад давления, который воздействует на мембрану при падении ударной волны, определяется выражением

$$\Delta P_{\max} = P_0 - P_1. \quad (10)$$

Под действием давления в потоке за взрывной волной мягкая мембрана деформируется. При деформировании мембраны колебания самой оболочки вносят изменения в величину нагрузки. На рис. 2 сплошной линией показано изменение давления во времени с учетом колебаний оболочки. При движении элемента оболочки против потока нагрузка, действующая на этот элемент, увеличивается, а при движении по потоку уменьшается, т. е. происходит «газодинамическое» демпфирование. С учетом этого нагрузка, действующая на элементы оболочки, аппроксимируется зависимостью [13]

$$P = \Delta p(t) \left( 1 - v v^n / v_0 \right)^2 \operatorname{sign} \left( 1 - v v^n / v_0 \right), \quad (11)$$

где  $v^n$  – нормальная составляющая скорости элемента оболочки;  $v_0$  – среднее значение скорости набегающего потока (скорость движения возмущенного газа за ударной волной);  $v$  – коэффициент демпфирования. Перепад давления при падении ударной волны  $\Delta p(t)$ , входящий в формулу (11), соответствует изменению давления во взрывной волне (рис. 2, штриховая линия). Сплошная линия (см. рис. 2) соответствует давлению на тканевой оболочке, это объясняется формулой (11).

Для численных расчетов динамики мягких оболочек [13] приняты следующие значения коэффициентов:  $\beta = 0,015h^2$  в формуле (5);  $\alpha_k = 0,5 \div 1$  в формуле (6);  $v = 0,1$  в формуле (11).

Начальная форма мембраны принимается в виде плоской пластины с жестко закрепленными границами, при этом натяжения в мембране считаются равными нулю. Запишем начальные условия для квадратной мембраны, закрепленной по сторонам.

В момент времени  $t = t_0$  поверхность  $\Omega_0$  определяется выражениями

$$x_1(\alpha_1, \alpha_2, t_0) = l/2 - \alpha_2; \quad x_2(\alpha_1, \alpha_2, t_0) = l/2 - \alpha_1; \quad x_3(\alpha_1, \alpha_2, t_0) = 0,$$

при  $t = t_0$  поверхность  $\Omega_0$  неподвижна:

$$\frac{dx_k(\alpha_1, \alpha_2, t_0)}{dt} = V_0(\alpha_1, \alpha_2) = 0, \quad k = 1, 2, 3,$$

где  $0 \leq \alpha_1 \leq l$ ;  $0 \leq \alpha_2 \leq l$ ,  $l$  – характерный размер. Длина стороны квадрата в плане  $l = 0,1$  м.

Численное решение уравнений в декартовой системе координат проводится на основе метода конечных разностей по явной схеме.

Пусть материал тканевой мембраны имеет разрывную прочность  $[N]_{11} = [N]_{22} = 40$  кН/м при одноосном нагружении с относительными удлинениями при разрыве  $[e]_{11} = [e]_{22} = 0,22$ . Тогда приведенные модули упругости, входящие в физические соотношения, определяются соотношениями  $E_{11} = [N]_{11}/[e]_{11}$ ,  $E_{22} = [N]_{22}/[e]_{22}$ . Давление в невозмущенном потоке воздуха равно атмосферному ( $P_1 = 101,3$  кПа).

На рис. 3 приводятся результаты расчета области разрушения ткани мембраны при импульсном нагружении. При этом варьируется значение перепада давления  $\Delta P_{\max}$  и время спада  $t_b$  давления. Расчетные точки получены последовательным приближением на основе численного эксперимента. При этом  $t_b$  фиксируется, а значение перепада давления  $\Delta P_{\max}$  ( $t = 0$ ) подбирается так, чтобы относительные удлинения  $e_{11}$ ,  $e_{22}$  не превышали  $e = 0,22$  для ткани в один слой. При уменьшении  $t_b$  значение допустимого перепада давления возрастает, а при  $t_b > 5 \cdot 10^{-3}$  с значение допустимого перепада давления практически не зависит от  $t_b$ . Таким образом, в случае  $t_b = 3 \cdot 10^{-3}$  с мембрана разрушается при значениях  $\Delta P_{\max} > 310$  кПа.

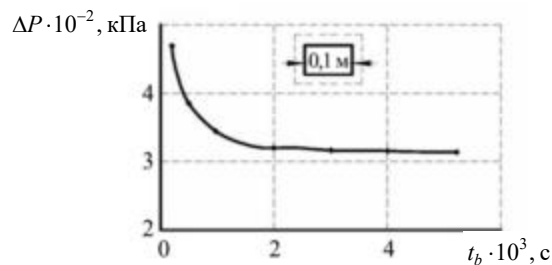


Рис. 3

Если значения параметров соответствуют области разрушения материала при однослойном исполнении, то предотвращение разрушения оболочки может быть обеспечено за счет увеличения числа слоев. Пусть для определенности давление на ударной волне  $P_2 = 400$  кПа, а время действия избыточного давления  $t_b = 3 \cdot 10^{-3}$  с. Значение максимального перепада давления 1135 кПа более чем в три раза превышает  $\Delta P_{\max}$  для однослойной мембраны.

По результатам расчета, нагрузку  $\Delta P_{\max} = 1135$  кН/м при  $t_b = 3 \cdot 10^{-3}$  с выдерживает мембрана в четыре слоя.

Приведем результаты расчета деформирования мембраны при  $\Delta P_{\max} = 1135$  кН/м и  $t_b = 3 \cdot 10^{-3}$  с для ткани в четыре слоя.

Размерные значения прогиба  $f$ , натяжения  $T_{ii}$ , перепада давления  $\Delta P$ , времени  $t$  определяются следующим образом:  $f = \bar{f} \cdot 0,1$  м;  $T_{ii} = \bar{T}_{ii} \cdot 227$  кН/м,  $\Delta P = \bar{\Delta P} \cdot 2270$  кН/м;  $t = \tau / 13600$  с.

На рис. 4 приводится график зависимости безразмерного прогиба  $f$  от безразмерного времени  $\tau$ , на рис. 5 – форма деформированного состояния мембраны в момент времени  $\tau = 2,7570$ , когда максимальный прогиб составляет  $f_{\max} = 0,2965$ .

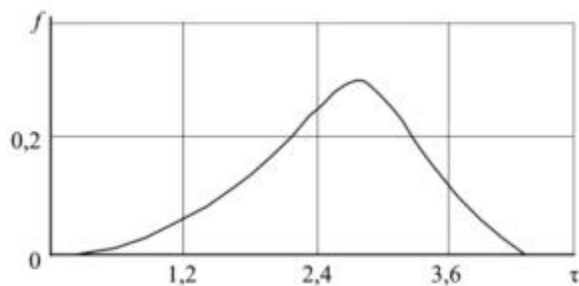


Рис. 4

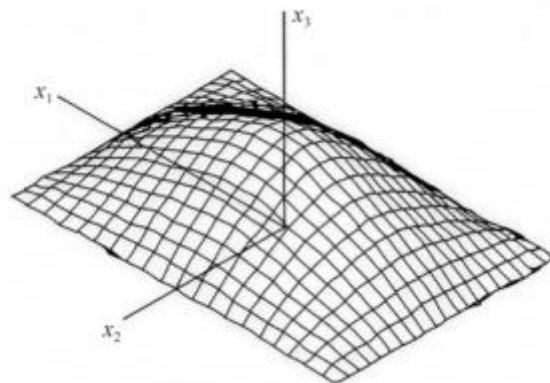


Рис. 5

Рис. 6 демонстрирует изменение натяжения по времени в центральной части мембраны при взаимодействии с фронтом взрывной волны.

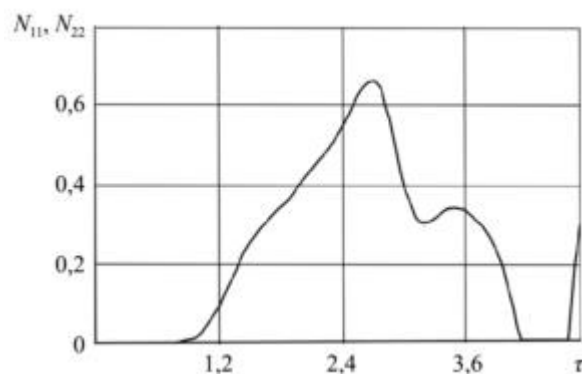


Рис. 6

Таким образом, разработана методика расчета мягкой многослойной оболочки, закрепленной по периметру и взаимодействующей с фронтом взрывной волны.

Слои оболочки целесообразно изготавливать из композитов с текстильным армированием на основе высокопрочных волокон.

С учетом того что материал оболочек работает только на растяжение, предлагаемая преграда должна характеризоваться высокой весовой эффективностью.

Предложенное техническое решение может быть использовано в транспортной отрасли, включая авиационную технику.

Статья подготовлена в рамках реализации Программы создания и развития научного центра мирового уровня «Сверхзвук» на 2020–2025 гг. при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (соглашение от 17.05.2022, № 075-15-2022-1023).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Взрывозащитная панель: пат. № 2548457 Рос. Федерация, № 2014119578/03; заявл. 15.05.2014; опубл. 20.04.2015, Бюл. № 11.
2. Устройство для защиты конструкции от ударной волны: пат. 2326342 Рос. Федерация, № 2006124909/03; заявл. 11.07.2006; опубл. 10.06.2008, Бюл. № 16.
3. Способ защиты объекта от взрывной ударной волны и устройство для его реализации: пат. 2549640 Рос. Федерация, № 2014107652/03; заявл. 27.02.2014; опубл. 27.04.2015, Бюл. № 12.

4. А. с. 976104 РФ (СССР), МПК E21F 5/00. Устройство для гашения энергии ударной волны взрыва в горной выработке / В.М. Плотников (РФ). № А1 СССР, № 3290152; заявл. 18.05.1981; опубл. 23.11.1982.
5. Головки В. Антибомбовые шторы и антивзрывные обои // Наука и техника. 2020. № 10. С. 54–55.
6. Сидоров И.Н. и др. Методика расчета остаточных технологических деформаций и перемещений композитной оболочки одинарной кривизны, подкрепленной стрингерами // Изв. вузов. Авиационная техника. 2020. № 4. С. 169–179.
7. Железнов Л.П. Нелинейное деформирование и устойчивость анизотридных круговых цилиндрических оболочек при чистом изгибе и внутреннем давлении // Изв. вузов. Авиационная техника. 2024. № 1. С. 3–15.
8. Бакулин В.Н. Влияние толщины несущего слоя на напряженно-деформированное состояние в слоях трехслойных цилиндрических отсеков с прямоугольными в плане вырезами // Изв. вузов. Авиационная техника. 2024. № 3. С. 13–19.
9. Туркин И.К. Динамическое поведение неравномерно нагретой тонкостенной параболической оболочки летательного аппарата с учетом наличия дополнительной массы в условиях воздействия ударной волны // Изв. вузов. Авиационная техника. 2024. № 1. С. 16–20.
10. Ильгамов М.А. Введение в нелинейную гидроупругость. М.: Наука, 1991. 195 с.
11. Гимадиев Р.Ш., Куринская В.П., Михайловский Ю.В. Численное и экспериментальное исследование раскрытия ленточного крестообразного парашюта // Изв. вузов. Авиационная техника. 1997. № 1. С. 6–11.
12. Рахматулин Х.А., Демьянов Ю.А. Прочность при интенсивных кратковременных нагрузках. М.: Физматгиз, 1961. 399 с.
13. Гимадиев Р.Ш. Динамика мягких оболочек парашютного типа. Казань, КГЭУ. 2006. 208 с.
14. Отто Ф., Тростель Р. Пневматические строительные конструкции. М.: Стройиздат, 1967. 320 с.
15. Гимадиев Р.Ш., Гимадиева Т.З., Паймушин В.Н. О динамическом процессе раздувания тонких оболочек из эластомеров под действием избыточного давления // Прикладная математика и механика. 2014. № 2. С. 236–248.
16. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978. 736 с.
17. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1988. Т. 4. 736 с.

Поступила в редакцию 18.04.25

После доработки 21.04.25

Принята к публикации 21.04.25

## A Multi-Layer Soft Shell under the Action of Blast Wave

R.SH. GIMADIEV<sup>1</sup>, V.I. KHALIULIN<sup>2</sup>, AND A.F. GARIF'YANOV<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Kazan State Power Engineering University, Kazan

<sup>2</sup> Tupolev Kazan National Research Technical University, Kazan

*The paper presents an algorithm for solving the problem in a spatial formulation of damping a blast wave using a soft shell. The influence of a multilayer textile shell on its overall load-bearing capacity in a blast wave is studied. The number of layers that can withstand an excess pressure is selected. The work is aimed at preserving the elements of aircraft and expensive equipment under the blast wave.*

**Soft shell, deformation, blast wave, calculation method**

## Экспериментальное исследование полимерных композиционных материалов на огнестойкость и огнепроницаемость

**Г.А. ГЛЕБОВ,**  
д-р техн. наук,  
**Д.С. КИРИЧЕНКО,**  
**А.Ш. САБИТОВ,**  
аспирант  
(КНИТУ-КАИ, Казань)  
techscience.ru@gmail.com

*Проведены огневые испытания полимерных композиционных материалов в газовом потоке при температуре примерно 1100 °С. Выявлена существенная зависимость огнестойкости и огнепроницаемости исследованных композиционных материалов от локальных дефектов и изгибающей нагрузки.*

**Композиционный материал, абляция, тепловой поток**

В настоящее время в авиационном и ракетном двигателестроении все больше применяются композиционные материалы в качестве наружной обшивки воздушно-реактивных двигателей самолетов, вертолетов и др. К этим материалам предъявляются требования по огнестойкости и огнепроницаемости. В случае возгорания двигателя данные свойства композиционных материалов должны предотвратить распространение пламени на другие элементы летательного аппарата.

Широко распространенные композиты на основе эпоксидных и фенольных связующих имеют относительно низкую температуру эксплуатации (180–250 °С). Для работы при высоких температурах (до 1600 °С) используются углерод-углеродные и керамоматричные композиционные материалы [1]. Однако из-за высокой стоимости их применение в случае крупногабаритных конструкций нецелесообразно.

В качестве объекта исследования в данной работе использовались пластины, выполненные из полимерного композиционного материала. Пластины квадратной формы (200×200 мм) толщиной 3,4 мм были изготовлены из угольной ткани в формате 2D, пропитаны высокотемпературным фталонитрильным связующим PN-3M.

Пластины были подвергнуты воздействию турбулентной струи горячего газа с температурой примерно 1100 °С, набегающей нормально к поверхности пластины.

Горячий газ создавался с помощью специального горелочного устройства, работающего на пропановоздушной смеси. Коэффициент избытка воздуха соответствовал  $\alpha_b \approx 2$ . Число Рейнольдса, вычисленное по скорости на срезе сопла горелочного устройства и диаметру сопла 60 мм, составило  $4,3 \cdot 10^3$ .

Благодаря конструкции горелочного устройства появилась возможность изменять температуру выхлопной струи за счет регулирования соотношения компонентов горючего (пропан-бутановой смеси) и окислителя (воздуха). Температура (примерно 1100 °С) настраивалась с помощью платиновой-платиновой термодомы ТПР-0555 с мультиметром АРРА 62Т.

Исследуемые пластинки располагались на расстоянии 100 мм в пределах начального участка турбулентной струи (рис. 1).

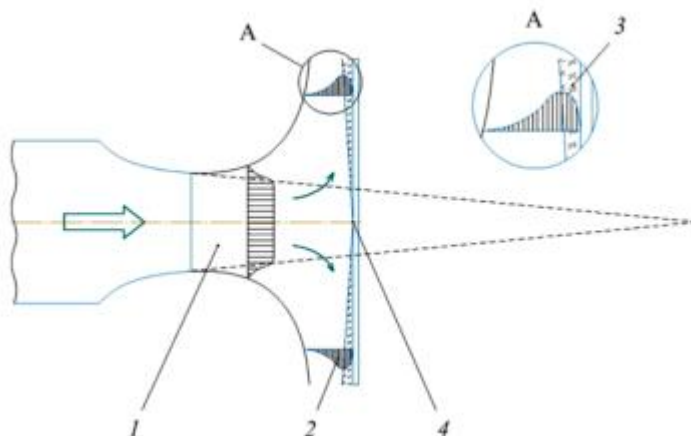


Рис. 1. Схема взаимодействия турбулентной струи с пластиной: 1 – начальный участок струи; 2 – веерная пристеночная струя; 3 – пристеночный пограничный слой; 4 – критическая точка

При взаимодействии струи с нормально расположенной преградой вдоль поверхности струи образуется пристеночная веерная струя. В пристеночном пограничном слое происходят интенсивные процессы конвективного теплообмена, сопровождающиеся процессом абляционного охлаждения в результате выпотевания связующего из композиционного материала. Как будет показано далее, температура пластины существенно ниже адиабатической в результате процесса абляции и интенсивного лучистого теплообмена с обеих поверхностей пластины.

Тепловая мощность горелки составляла примерно 12 кВт. Если предположить, что половина тепловой мощности уносится с веерной струей, то осредненный тепловой поток в поверхность пластины составит приблизительно 150 кВт/м<sup>2</sup>.

Для измерения температуры передней стенки (со стороны горелочного устройства) и задней стенки пластинки использовался пирометр Sight P20LT с диапазоном измерения 0...1300 °С. Настройка и градуировка пирометра осуществлялась с помощью контактной хромель-алюмелевой термопары.

Приведем некоторые результаты испытаний исследуемых пластин.

Одной из первых была испытана пластинка композиционного материала с дефектом в центральной части.

На рис. 2 приведено изменение температуры задней стенки в окрестности критической точки. Температура передней стенки в этой области – 850 °С. Струя обдувала пластинку в течение 900 с. Далее следовал режим остывания.

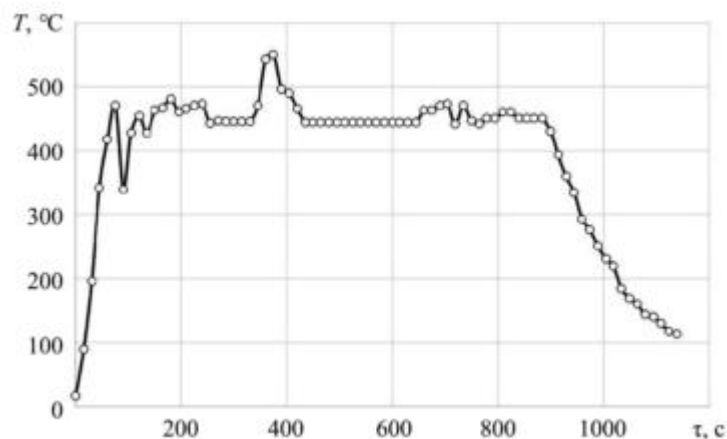


Рис. 2. Изменение температуры задней стенки в центральной области

Как показали эксперименты, прямого горения выпотевающего связующего на передней и задней стенках не наблюдалось. Локальный очаг пламени возник на некоторое время на 90-й секунде в месте дефекта пластины размером 7×12 мм. Горение в данном очаге пламени длилось 20 с, после чего дефект самопроизвольно заправился связующим. При этом вследствие интенсивного выпотевания связующего температура стенки упала и затем восстановилась примерно до 450 °С (см. рис. 2).

На 330-й секунде произошло увеличение температуры от 446 до 551 °С. На 435-й секунде температура восстановилась до прежнего значения (примерно 445 °С). Согласно результату анализа срезов исследуемого материала это произошло в результате образования пустоты в виде пузыря в центральной части пластины, что видно на срезе пластины, полученной с помощью ювелирной высокооборотной тонкой фрезы (рис. 3). В этой части структура материала хрупкая и мягкая, хорошо режется ножом. Это указывает на то, что углеродные волокна значительно выгорели при взаимодействии с воздухом. По всей видимости, связующего в области пузыря практически не осталось. У края пластины, где нагрев был менее значительный, пластину можно только пилить, что невозможно было сделать ножом.

До и после опыта проводилось взвешивание пластины на электронных весах. До опыта ее вес составлял 207 г, после опыта – 186,6 г. Масса пластины уменьшилась приблизительно на 10 %, что связано с выходом связующего в центральной части пластины вследствие абляции.

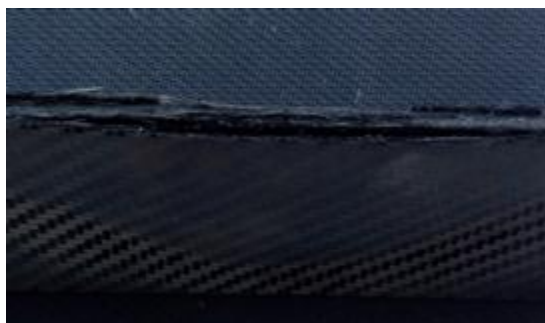


Рис. 3. Срез образца пластины в средней части после испытания

При осмотре задней стенки пластины установлено, что поверхностный слой связующего испарился, что оголило угольную ткань. В еще большей степени произошел унос связующего в передней части стенки со стороны горелки.

По измеренным температурам на передней ( $T_n \approx 850 \text{ }^\circ\text{C}$ ) и задней ( $T_z \approx 450 \text{ }^\circ\text{C}$ ) стенках пластины был определен тепловой поток через пластинку,  $\text{kВт/м}^2$ :

$$q = \frac{\lambda}{\delta}(T_n - T_z) = 70,6,$$

где  $\delta = 0,0034 \text{ м}$  – толщина стенки композиционного материала;  $\lambda = 0,6 \text{ Вт/м}^2\cdot\text{C}$  – коэффициент теплопроводности композиционного материала (взято из работ [1, 2]).

Осмотр поверхности пластин из композиционного материала под микроскопом выявил микротрещины при изгибе, поэтому было проведено исследование одной из пластин при наложении на нее изгибающего момента (рис. 4). Величина изгибающего момента,  $\text{Н}\cdot\text{м}$ :

$$M = mgl = 21,6,$$

где  $m$  – груз ( $5 \text{ кг}$ );  $l = 0,44 \text{ м}$  – длина плеча, приложенного груза;  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$  – ускорение свободного падения. Условия испытания и параметры струи во всех экспериментах задавались одинаковыми.

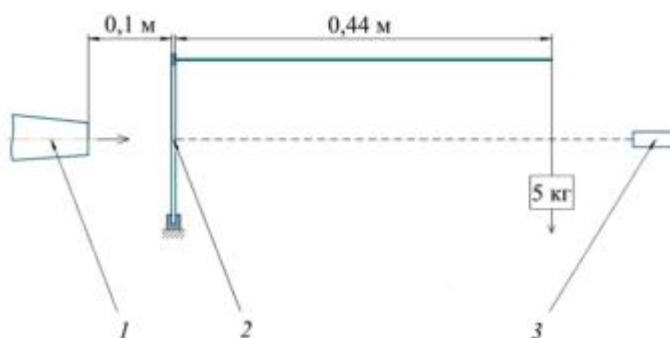


Рис. 4. Приложенный изгибающий момент:

1 – горелка; 2 – пластина полимерного композиционного материала; 3 – пирометр

Эксперимент длился всего 120 с, так как в результате возгорания связующего с обеих сторон пластинки и действия нагрузки пластина к этому времени сильно прогнулась.

На рис. 5 представлено изменение температуры задней стенки по времени. Отмечены характерные точки возгорания передней (точка  $A$  – на 35-й секунде при  $411 \text{ }^\circ\text{C}$ ) и задней (точка  $B$  – на 45-й секунде при  $372 \text{ }^\circ\text{C}$ ) стенок пластин.

Продемонстрируем результаты испытаний передней стенки пластинки (рис. 6,  $a$ ). Поперечный спил по средней части иллюстрирует рис. 6,  $b$ .

Наблюдается существенное выгорание связующего с некоторым разрушением угольной ткани.

После опыта вес пластинки ( $207 \text{ г}$ ) уменьшился на  $8,5 \text{ г}$ , или на  $4,1 \%$ , что объясняется выгоранием и уносом связующего. В результате процесса горения на задней стенке пластины образовался

довольно большой слой сажи, а под ним в месте перегиба – продолговатый пузырь. По краям толщина пластинки не изменилась. В области растекания струи на диаметре примерно 80 мм произошло набухание пластинки. Наибольшее увеличение толщины пластины (до 8,2 мм) произошло в ее центральной части.

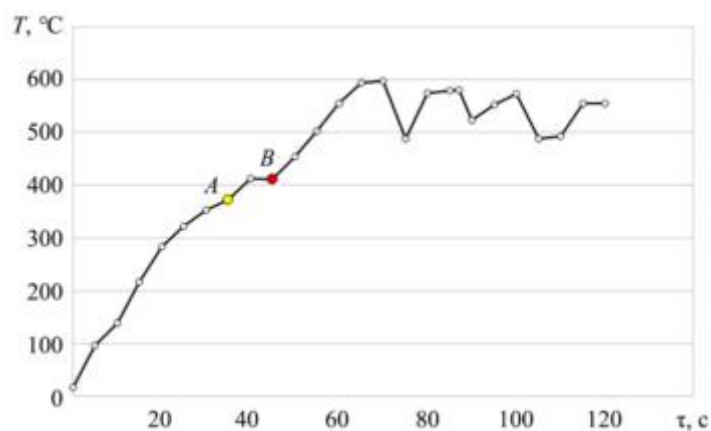


Рис. 5. График изменения температуры задней стенки от времени



Рис. 6. Фотографии пластинки композиционного материала после испытания

Таким образом, в испытаниях с нагрузкой, по сравнению с испытанием без нагрузки, значительно увеличился вынос связующего в результате образования горения в виде пламени как на передней, так и на задней стенке. В момент возгорания задней стенки пластинка резко прогнулась и продолжала прогибаться под действием приложенной силы.

Для того чтобы исключить влияние деформации исследуемого композиционного материала и исключить попадание горячих продуктов сгорания на заднюю часть пластинки, была изготовлена армирующая пластина из нержавеющей стали с квадратным окном, чуть меньшим, чем исследуемая пластина. Пластина композиционного материала по периферии была привинчена к стальной пластине с помощью саморезов. Для исключения утечки тепла от пластины композиционного материала в стальной лист между пластинами в области крепления была проложена теплоизоляция из асбестового волокна.

На задней части пластины для измерения распределения температуры во времени были нанесены девять точек. По этим точкам с помощью пирометра сканировались значения температур.

Опыт проводился в течение 10 мин при двух температурах горячей струи:  $T \sim 1100 \text{ }^\circ\text{C}$  – до 350-й секунды,  $T \sim 1300 \text{ }^\circ\text{C}$  – с 350-й до 600-й секунды.

Результаты измерения температуры по задней поверхности пластины приведены на рис. 7. По сравнению с центральной точкой 5 температура по периферии в точках 2, 4, 6, 8 меньше приблизительно на  $50 \text{ }^\circ\text{C}$ , а в угловых точках 1, 3, 7, 9 она меньше на  $100 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Пластина без дефектов и без изгибающей нагрузки выдержала испытания на огнестойкость и огне-непроницаемость в течение 10–15 мин.

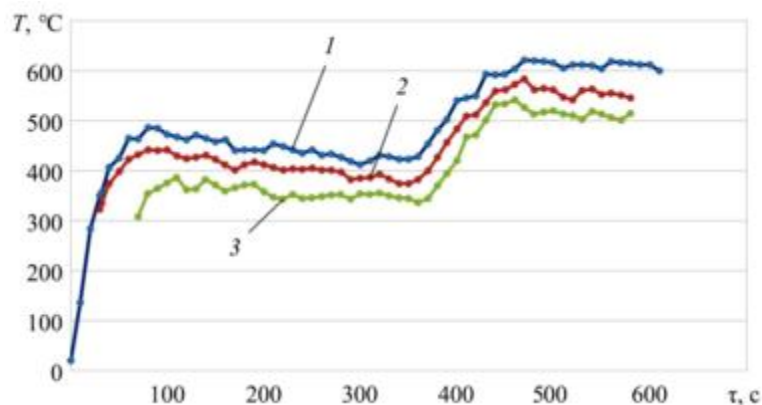


Рис. 7. График распределения температур по поверхности задней стенки:  
 1 – точка 5; 2 – точки 2, 4, 6, 8; 3 – точки 1, 3, 7, 9

Таким образом, в результате проведенного исследования можно сделать следующие выводы.

При изготовлении наружной обшивки двигателей летательных аппаратов и других агрегатов из композиционных материалов поверхность композиционного материала не должна иметь дефектов. В противном случае при аварийном возгорании двигателя возможно возгорание самой обшивки с нарушением ее прочности и перебросом пламени на другие элементы летательного аппарата.

При изготовлении конструкций из композиционных материалов в качестве наружных элементов двигателей конструкция не должна иметь остаточных напряжений в виде изгибающих моментов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Технология производства ракетно-прямоточных двигателей на твердом топливе / Под ред. В.А. Со-рокина, Д.А. Ягодникова. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2019. 328 с.
2. Шмидт Д.Л. Абляционные материалы в космической технике // Вопросы ракетной техники. 1970. № 6. С. 9–36.

Поступила в редакцию 5.04.24  
 После доработки 17.04.24  
 Принята к публикации 17.04.24

## Experimental Study of Polymer Composite Materials for Fire Resistance and Fire Proofness

G.A. GLEBOV, D.S. KIRICHENKO, AND A.SH. SABITOV

Tupolev Kazan National Research Technical University, Kazan

*Firing tests of polymer composites were carried out in a gas stream at a temperature of about 1100 °C. A significant dependence of the fire resistance and fire proofness of the composite materials under study on local defects and bending loads was revealed.*

**Composite material, ablation, heat flow**

## Радиопрозрачные высокотемпературные композитные материалы для изготовления наукоемких изделий для нужд аэрокосмической промышленности

**Э.Р. ЖДАНОВ**,  
канд. физ.-мат. наук,  
**А.В. КРЮКОВ**,  
**О.С. ХАРИНА**,  
канд. экон. наук,  
**Д.С. СТЕПЫНИН**,  
**А.В. ВОЛКОВ**,  
канд. техн. наук  
(ФГБОУ ВО «МИРЭА –  
Российский технологический  
университет», Москва)  
zhdanov@ufanet.ru

*Рассмотрены разработанные в настоящее время высокотемпературные материалы для защиты от внешних воздействий радиотехнических систем, размещенных на современных летательных аппаратах, скорость полета которых многократно превышает скорость звука. Использование деталей, изготовленных из рассмотренных композиционных материалов, обеспечивает увеличение рабочих температур элементов конструкции летательных аппаратов при одновременной защите антенных систем от воздействий аэродинамической среды, что способствует повышению точности наведения на цель. Сделан вывод о перспективности разработки композиционных материалов российского производства на основе высокотемпературных матриц из кремнеземных нитей, пропитанных фталонитрильным связующим.*

**Радиопрозрачные композитные материалы, огнеупорные керамические материалы, высокотемпературные радиопрозрачные композиционные материалы, тугоплавкие волокна, радиопрозрачные обтекатели**

Радиопрозрачные обтекатели летательных аппаратов подвергаются экстремальным нагрузкам со стороны набегающего аэродинамического потока и должны обеспечивать защиту антенных систем в течение всего срока эксплуатации (времени полета). При полете высокоскоростных летательных аппаратов со скоростью выше 6 М температура на поверхности защитных обтекателей, выходящих на их внешний обвод, может достигать 600 °С и выше.

Зарубежная практика производства радиопрозрачных обтекателей базируется на использовании керамических материалов на основе нитрида кремния, например, материала IRBAS (Lockheed Martin Corporation, США). По прочностным характеристикам данный материал превосходит плавленый кварц, широко применявшийся на более ранних этапах. Диэлектрическая постоянная материала IRBAS относительно стабильна при повышении температуры, однако тангенс угла диэлектрических потерь стремительно растет после 1000 °С.

В связи с этим отметим, что при маневрировании на защитный обтекатель, особенно на сверхзвуковых скоростях, воздействуют высокие механические и термические нагрузки, при этом требования к радиопрозрачности исключают возможность применения металлов и многих других конструкционных материалов [1]. Применение керамических материалов для этих изделий не всегда оптимально или возможно. Существенный недостаток керамических материалов – возникновение высоких напряжений в местах соединения металлических и керамических элементов конструкции, вызванных различными температурными коэффициентами линейного расширения, из-за чего могут разрушиться керамические элементы изделия в условиях эксплуатации.

Устранить указанные недостатки возможно использованием высокотемпературных композиционных радиопрозрачных материалов для изготовления радиопрозрачных обтекателей, поскольку свойства композиционного материала могут регулироваться за счет послойного комбинирования исходных компонентов, выбираемых с учетом специфики задач конкретного летательного аппарата.

Изготовление радиопрозрачных обтекателей многослойной конструкции из термостойких композиционных материалов позволит обеспечить максимальные радиотехнические и теплозащитные характеристики, а применение данных материалов в качестве промежуточного слоя между радиопрозрачными обтекателями, изготовленными из керамических материалов, и металлом за счет упругих свойств композиционных материалов на тканой основе будет способствовать снижению скорости прогрева материала оболочки (обеспечит отсутствие растрескивания в местах стыка металла с термостойким композиционным материалом). Кроме того, благодаря данному решению возможно значительно увеличить надеж-

ность и диапазон рабочих температур при эксплуатации изделий в узлах соединения радиопрозрачных обтекателей с элементами корпуса, изготовленными из металла.

Для изготовления радиопрозрачных обтекателей высокоскоростных и высокоманевренных летательных аппаратов используются материалы российского производства на основе неорганических ориентированных тканевых кварцевых, стеклянных и кремнеземных наполнителей, применяемые в конструкциях узлов авиационной и ракетной техники. Использование различных сочетаний армирующих и связующих компонентов позволяет создавать материалы с широким диапазоном регулируемых свойств, что предопределяет большое разнообразие их сфер применения. Наиболее распространенным типом композиционных материалов, сочетающих высокую прочность, небольшую плотность, хорошие диэлектрические свойства и приемлемую цену, являются стеклопластики. Применение стеклопластиков для изготовления радиопрозрачных обтекателей нового поколения позволяет кардинально снизить массу изделий [2]. На основе стекловолокон [3] разработан материал СТМ-К, представляющий собой высокотемпературный композиционный радиопрозрачный материал, предназначенный для изготовления радиопрозрачных деталей (окон, вставок, обтекателей), работающих без оплавления при температурах до 1400 °С. Данный материал изготавливается в форме плит или заготовок в соответствии с согласованной конструкторской документацией.

Приведем характеристики материала СТМ-К: плотность  $\rho$  – 1500–1600 кг/м<sup>3</sup>; разрушающее напряжение при изгибе  $\delta_{изг}$  не менее 45 МПа; разрушающее напряжение при сжатии  $\delta_{сж}$  не менее 50 МПа; диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  при температуре 20 °С и частоте  $1 \cdot 10^6$  Гц не более 3,2; тангенс угла диэлектрических потерь  $tg\delta$  при температуре 20 °С и частоте  $1 \cdot 10^6$  Гц не более 0,005; коэффициент теплопроводности  $\lambda$  при температуре 50 °С не более 0,45–0,5 Вт/(м·К); удельная теплоемкость при температуре 50 °С не менее 730 Дж/(кг·К).

Представим данные об основном сырье, материалах, а также документацию для их изготовления: кремнезоль-25 (ТУ 6-02-01), нить высокотемпературная КС-11-17х4х6-39 (ТУ 6-11-82), ацетон (ГОСТ 2768), тетраэтоксилан (ТУ 6-02-708), ткань кварцевая марки ИТМ (ТУ 5952-015-20524426).

Пример модели изделий из материала СТМ-К, применяющегося для изготовления радиопрозрачных обтекателей высокоскоростных летательных аппаратов, развивающих скорость свыше 6 М, представлен на рис. 1: *а* – обтекатель для защиты антенных элементов летательного аппарата; *б* – обтекатель с платформой [4].



Рис. 1

Существенным недостатком материала СТМ-К является его пористость, в связи с чем возникают дополнительные требования по защите от внешних воздействующих факторов. В большинстве случаев для этой цели используются кремнеорганические материалы, которые ухудшают радиопрозрачность материала.

Еще одним перспективным материалом является высокотермостойкий радиопрозрачный композиционный материал ВРКМ-01 [5], использующийся при разработке монолитных радиопрозрачных конструкций для защиты антенного оборудования при эксплуатации в режимах одностороннего нагрева до 1400 °С. ВРКМ-01 изготавливается посредством автоклавного формования армирующего наполнителя в виде сплетенных в трикотажную ткань кремнеземных и арселеновой нитей, пропитанных порошкообразным фталонитрильным связующим ФНИЗ50. ВРКМ-01, аналогично материалу СТМ-К, изготавливается в форме плит или заготовок в соответствии с согласованной конструкторской документацией.

Приведем характеристики ВРКМ-01: плотность  $\rho$  – 1500–1600 кг/м<sup>3</sup>; разрушающее напряжение при изгибе  $\delta_{изг}$  не менее 46 МПа; разрушающее напряжение при сжатии  $\delta_{сж}$  не менее 144,7 МПа; диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  при температуре 20 °С и частоте  $1 \cdot 10^6$  Гц не более 4,4; тангенс угла диэлектрических потерь  $\text{tg}\delta$  при температуре 20 °С и частоте  $1 \cdot 10^6$  Гц не более 0,025; коэффициент теплопроводности  $\lambda$  при температуре 50 °С не более 0,20 Вт/(м·К); удельная теплоемкость  $C$  при температуре 50 °С не менее 730 Дж/(кг·К). При воздействии соляного (морского) тумана очаги разрушения (коррозия, вспучивание, растрескивание, расслоение, нарушение геометрии) отсутствуют. Воздействие плесневых грибов (грибостойкость материала) – 0 баллов.

Приведем основное сырье, материалы и документацию для изготовления ВРКМ-01: фталонитрильное связующее ФНИ350 (ТУ 20.14.43-002-73047899-2020), нить кремнеземная К11С6-170БА (ТУ 23.14.11-241-18087444-2018), нить арселеновая (ТУ РБ 200048573.142-2001).

Из ВРКМ-01 изготавливают радиопрозрачные обтекатели, по назначению аналогичные радиопрозрачным обтекателям из материала СТМ-К, для высокоскоростных летательных аппаратов со скоростью полета свыше 6 М. Недостатком ВРКМ-01 является неоднородность структуры из-за включения в структуру препрега арселеновой нити.

Актуальным вопросом на данном этапе развития технологий разработки высокотемпературных композиционных радиопрозрачных материалов является анализ результатов проведенных электродинамических испытаний материалов СТМ-К и ВРКМ-01 и последующая разработка нового материала ВРКМ-2. Для проведения данного исследования коэффициент усиления образцов пластин из материалов СТМ-К и ВРКМ-01, выраженный в децибелах (изотропный децибел – децибел относительно изотропного излучателя), определялся сравнением с опорной антенной.

В качестве опорной антенны использовался рупор Пб-124. Был выбран коэффициент усиления рупора с точностью  $\pm 2$  дБ. По результатам проведенных замеров и полученных значений построены диаграммы.

На рис. 2, а приведено сравнение материалов при частоте 4,5 ГГц, на рис. 2, б – при частоте 9 ГГц.

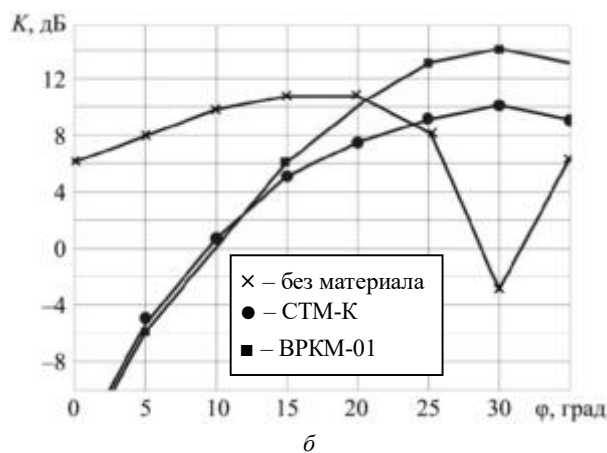
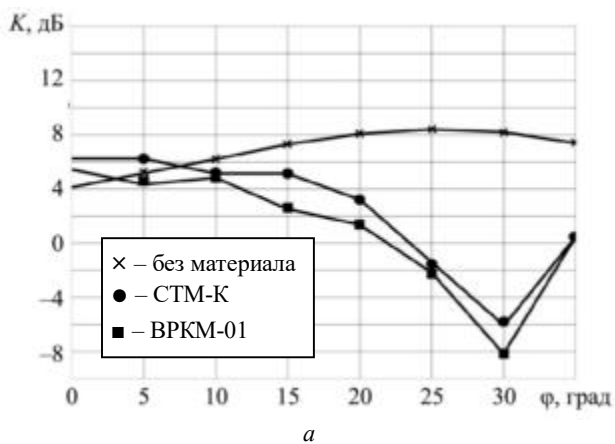


Рис. 2

Измерения диаграмм направленности блока в угломестной плоскости на вертикальной поляризации для трех случаев (двух с использованием материала и одного без его применения), проведенные в восьми точках с шагом 5°, показали значительное различие по форме и уровням в случае без материала и с материалом (см. рис. 2). Разница в значениях коэффициента усиления материалов СТМК и ВРКМ-01 по диаграммам направленности составляет до 4 дБ, при этом общая форма диаграмм сохраняется. Следует учесть, что в формировании диаграммы направленности блоков антенн участвуют не только сами антенные блоки, но и часть проводящей поверхности, по которой текут поверхностные токи, наводимые электромагнитными полями. Эти высокочастотные токи создают в пространстве вторичные электромагнитные поля, взаимодействующие с полями антенн, определяя суммарное электромагнитное поле вокруг летательных аппаратов.

Таким образом, из большого количества разработанных радиопрозрачных материалов лишь некоторые могут применяться для изготовления радиопрозрачных обтекателей перспективных летательных аппаратов, характеризующихся скоростями полета свыше 6 М. В большинстве случаев за рубежом применяются более дорогостоящие и менее технологичные высокотемпературные керамические материалы. Недостатком таких материалов является невозможность осуществления стыковки с металлическими оболочками летательных аппаратов напрямую из-за различных температурных коэффициентов материалов [6, 7].

В российской промышленности разработаны инновационные материалы, имеющие патентную защиту и утвержденные технические условия изготовления. Вместе с тем данные материалы имеют определенные недостатки.

Из-за пористой структуры деталей, изготовленных из материала СТМ-К, для обеспечения их устойчивости к внешним воздействующим факторам требуется нанесение защитных покрытий. Однако в большинстве случаев такие покрытия отрицательно влияют на диэлектрические свойства и, как следствие, ухудшают тактико-технические характеристики изделия в целом.

Свойства ВРКМ-01 неоднородны. Это обусловлено разнородностью физико-механических свойств кремнеземных и арселеновой нитей, применяемых для формирования ткани: в ткань из кремнеземной нити для повышения прочности добавлена арселеновая нить, что приводит к изменению диэлектрической проницаемости.

Работа выполнена за счет средств Российского научного фонда (грант № 24-19-00328).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Каблов Е.Н. и др. Перспективные высокотемпературные керамические композиционные материалы // Российский химический журнал. 2010. № 1. С. 20–24.
2. Русин М.Ю. и др. Композиционные материалы для радиопрозрачных обтекателей летательных аппаратов // Новые огнеупоры. 2014. № 10. С. 19–23.
3. Волков А.В., Крюков А.В., Цветков К.А. Проектирование радиопрозрачных обтекателей для средств радиоэлектронной борьбы из композиционных материалов на основе стекловолокна // Радиотехника. 2022. № 10. С. 72–78.
4. Жданов Э.Р. и др. Моделирование прочностных характеристик композитов при проектировании радиопрозрачных оболочек летательных аппаратов // Космические технологии-2024: Сб. тр. конф., г. Москва, 16–20 сент. 2024. М.: МИРЭА – Российский технологический университет, 2024. С. 165–172.
5. Высокотермостойкий радиопрозрачный композиционный материал: пат. 2830745 Рос. Федерация, № 2023121222, заявл. 11.08.2023; опубл. 25.11.2024, Бюл. 33.
6. Мухаматов Р.Р., Ахмадиева К.Р., Чурсова Л.В. Новые термостойкие гетероциклические связующие и экологически безопасные технологии получения композиционных материалов // Российский химический журнал. 2010. № 1. С. 57–62.
7. Биалов Т.Р., Сабирова А.Д., Попова А.З. Возможности сверхкритических флюидных технологий в задаче модификации полимерных композитных материалов, применяемых в авиационной технике // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 3. С. 135–138.

Поступила в редакцию 27.05.25

После доработки 1.06.25

Принята к публикации 5.06.25

# Radio-Transparent High-Temperature Composite Materials for the Manufacture of High-Tech Products for Aerospace Industry

E.R. ZHDANOV, A.V. KRYUKOV, O.S. KHARINA,  
D.S. STEPYNIN, AND A.V. VOLKOV

MIREA – Russian Technological University, Moscow, Russia

*The paper considers the high-temperature materials currently developed for protection from external influences of radio engineering systems installed on modern aircraft, the flight speed of which is many times higher than the speed of sound. The use of parts made from the considered composite materials ensures an increase in the operating temperatures of aircraft structural elements while protecting antenna systems from the effects of the aerodynamic environment, which improves the accuracy of targeting. It is concluded that the development of domestic high-temperature composite radio-transparent materials based on high-temperature matrices made of silica filaments impregnated with a phthalonitrile binder is promising.*

**Radio-transparent composite materials, refractory ceramic materials, high-temperature radio-transparent composite materials, refractory fibers, radio-transparent fairings**

## Искусственная нейронная сеть как инструмент прогнозирования технического состояния агрегатов винтокрылых летательных аппаратов

**Б.Б. САФОКЛОВ,  
С.А. СЕРЕБРЯНСКИЙ,**  
канд. техн. наук  
(МАИ, Москва)  
safoklobbb@mai.ru

*Представлены алгоритмы идентификации признаков дефектов и прогноза технического состояния хвостового вала вертолета при помощи искусственной нейронной сети.*

**Вертолет, винтокрылый летательный аппарат, искусственная нейронная сеть, дефект, предиктивная модель**

Исследования, направленные на внедрение технологий с использованием инструментов на основе искусственного интеллекта в авиационной отрасли для решения различных прикладных задач, включая анализ и обработку данных, поступающих от современных средств мониторинга летательных аппаратов, интегрированных в комплекс бортового оборудования, являются естественным этапом эволюции в рамках концепции «Индустрия 4.0».

Ранее [1] была представлена концепция применения искусственного интеллекта для отслеживания условий эксплуатации, индивидуального контроля накопления повреждений каждым агрегатом и особо ответственными элементами конструкции, дифференцированного учета расходования ресурса и прогнозирования остаточной долговечности каждого вертолета. В разрабатываемой перспективной технологии саморазвивающейся системы интеллектуального взаимодействия комплексов бортового оборудования и искусственных нейронных сетей (ИНС), когда решения принимаются на основании самообучающихся систем обмена данными, т. е. в автоматическом режиме, в качестве ключевого требования принята необходимость развития средств контроля и фиксации данных мониторинга агрегатов, интегрированных в конструкцию летательного аппарата. Это позволяет непрерывно регистрировать физические параметры работы винтокрылого летательного аппарата и обрабатывать эти данные с целью определения технического состояния агрегатов и их остаточного ресурса [2].

Разрабатываемая «система» позволит повысить качество диагностики и объективности прогнозирования технического состояния агрегатов винтокрылых летательных аппаратов [3, 4] и перейти от традиционных моделей технического обслуживания (регламентного и по состоянию) [5, 6] к более эффективной и в перспективе более экономичной предиктивной модели технического обслуживания [7, 8].

Инструментом диагностики и прогностики интеллектуальной оценки технического состояния по данным отслеживания условий эксплуатации, индивидуального контроля накопления повреждений каждым агрегатом и особо ответственными элементами конструкции [9], дифференцированного учета расходования ресурса и прогнозирования остаточной долговечности каждого вертолета в разрабатываемой системе является ИНС [10].

Схема применения ИНС для диагностики, мониторинга и прогнозирования технического состояния агрегатов винтокрылых летательных аппаратов представлена в работе [2].

Продолжением научно-экспериментальных исследований подтверждения работоспособности инновационного методического подхода интеграции ИНС в комплексы бортового оборудования [11] как инструмента оценки работоспособности и ресурса агрегатов перспективного винтокрылого летательного аппарата является прогнозирование типов дефектов [12, 13].

Метод прогнозирования технического состояния конструкций и агрегатов перспективных винтокрылых летательных аппаратов и обучение ИНС формируется на основе экспериментальной отработки данных диагностики системы мониторинга полунатурного стенда трансмиссии винтокрылого летательного аппарата.

Описание полунатурного стенда, схема размещения датчиков и перечень контролируемых узлов и агрегатов перспективной системы винтокрылого летательного аппарата с ИНС представлен в работах [1, 2].

Для экспериментального полунатурного стенда трансмиссии с колонкой несущего винта и несущим винтом винтокрылого летательного аппарата был сформирован перечень объектов контроля, контролируемых параметров, методов контроля и типов дефектов (табл. 1) [2].

Таблица 1

Номер объекта	Наименование конструкции и/или агрегата	Контролируемые параметры состояния деталей и обнаружение дефектов	Тип повреждения (дефекта)
1	Торсионы	Целостность пластин	Трещины и надрывы пластин
2	Узлы навески лопастей	Наличие трещин и остаточных деформаций	Трещины, пластическая деформация
3	Вал несущего винта	Наличие трещин и остаточных деформаций, крутящий момент	
4	Главный, промежуточный и хвостовой редукторы	Крутящий момент, частота вращения, угол поворота, температура подшипников	Усталостное выкрашивание дорожки или тела качения, разрушение сепаратора, заклинивание подшипника, прогрессивное выкрашивание рабочих поверхностей зубьев, развитие дефектов в зубьях/теле шестерни, разрушение одной из шестерен многопоточной схемы/планетарного редуктора, заедание шестерен, потеря крепежа/затяжки рамы/корпуса редуктора, трещины в корпусных деталях, наличие коррозии
5	Элементы трансмиссии (подшипниковые опоры, муфты)	Повреждения подшипников, частичная или полная потеря работоспособности подшипников, частота вращения, температура подшипников	
6	Несущий винт	Балансировка, нагрузки (изгибные, крутильные), наличие и развитие дефектов, соконусность	Усталостные трещины или иные механические повреждения в тягах, рычагах; механические повреждения на лопастях
7	Хвостовой вал	Крутящий момент, частота вращения, угол поворота, весовая балансировка	Потеря затяжки/разрушение крепежа, возникновение/рост трещины в теле вала

В качестве объекта для оценки технического состояния выбран хвостовой вал (табл. 1, объект № 7).

Мониторинг состояния объекта № 7 в полунатурном стенде включает задачу классификации диагностических признаков [14, 15], а именно определение принадлежности входного набора данных к одному из двух заранее известных типов повреждений (дефектов).

Алгоритм прогностической оценки технического состояния объекта 7 представлен на рис. 1.

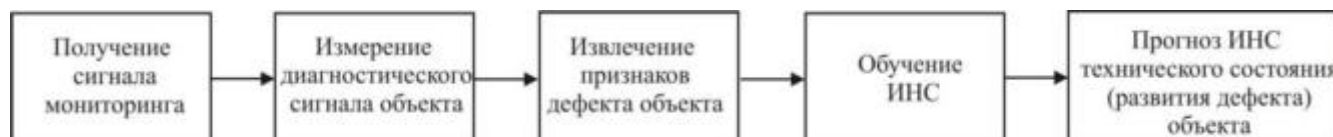


Рис. 1

В ходе эксперимента была проведена калибровка комплекта датчиков из состава объекта испытаний по измерению крутящего момента. Для этого была проведена функциональная проверка трансмиссии на режимах, указанных в табл. 2, с записью данных с датчиков, входящих в состав объекта испытаний.

Таблица 2

Номер режима	Номинальная частота вращения вала, об/мин	Показания крутящего момента на датчике, Н·м
1	500 <sup>+10</sup> <sub>-15</sub>	784 ± 40
2	2800 <sup>+37</sup> <sub>-50</sub>	784 ± 40

Размещение датчиков объекта испытаний на стенде трансмиссии показано на рис. 2. Здесь: 1 – датчики частоты вращения; 2 – электрические кабели; 3 – опора хвостового вала; 4 – датчики вибрации; 5 – хвостовой вал; 6 – блок-регистратор.

После калибровки комплекта датчиков вращения проведена функциональная проверка стенда трансмиссии на всех режимах, указанных в табл. 3.

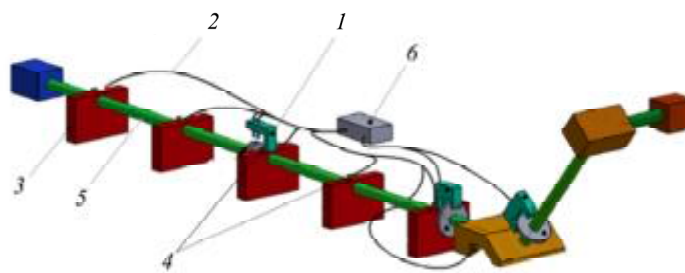


Рис. 2

Таблица 3

Номер режима	Номинальная частота вращения вала, об/мин	Показания крутящего момента на датчике, Н·м
1	$2800^{+37}_{-50}$	$392 \pm 10$
2		$784 \pm 20$
3		$1177 \pm 30$
4		$1569 \pm 40$
5		$1961 \pm 40$

На амплитудном спектре сигнала с датчика вибрации наблюдаются гармоники, соответствующие расчетным.

По данным, собранным с датчиков (см. рис. 2), оценена возможность определения технического состояния элементов трансмиссии методом вибродиагностики.

Для анализа состояния контролируемых деталей необходимо отслеживать уровень вибраций на заданных частотах и сравнивать текущие показатели с исходными значениями, соответствующими бездефектному состоянию изделия.

Значения, соответствующие работе изношенного изделия, получены искусственной разбалансировкой вала.

С целью определения вектора дисбаланса была проведена функциональная проверка с режимом 2800 об/мин в отсутствие крутящего момента. По результатам проведенной гонки определена амплитуда виброускорения датчика вибрации на оборотной частоте. Зарегистрированы вибрационные параметры объекта № 7 трансмиссии для последующего сравнения со значениями, соответствующими бездефектному состоянию, с целью диагностики его технического состояния. В качестве индикатора появления дефекта определены частоты, на которых могут проявляться дефекты по частотам внутреннего и внешнего колец подшипника вала.

Амплитудно-частотный спектр вибросигнала, получаемого с датчика, при гонке трансмиссии на режиме 2800 об/мин и крутящем моменте 784 Н·м представлен на рис. 3.

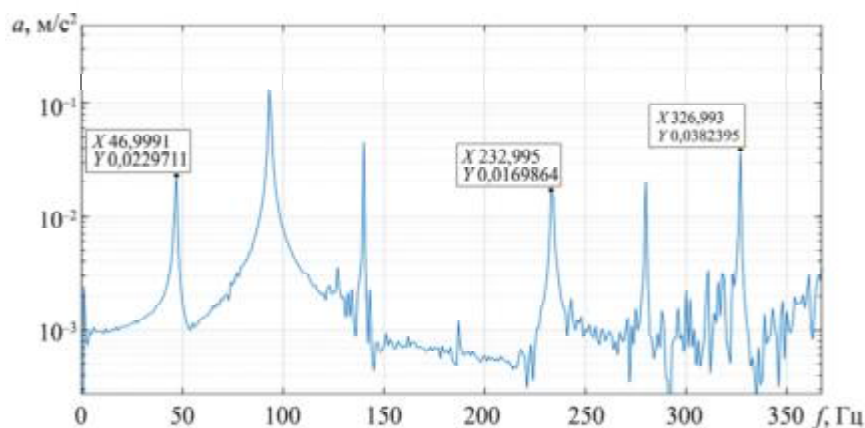


Рис. 3

На спектре отмечены частота вращения и частоты, характеризующие дефекты, которые коррелируют со значениями, полученными ранее [1].

Спектры крутильных колебаний работоспособного состояния объекта № 7 представлены на рис. 4.

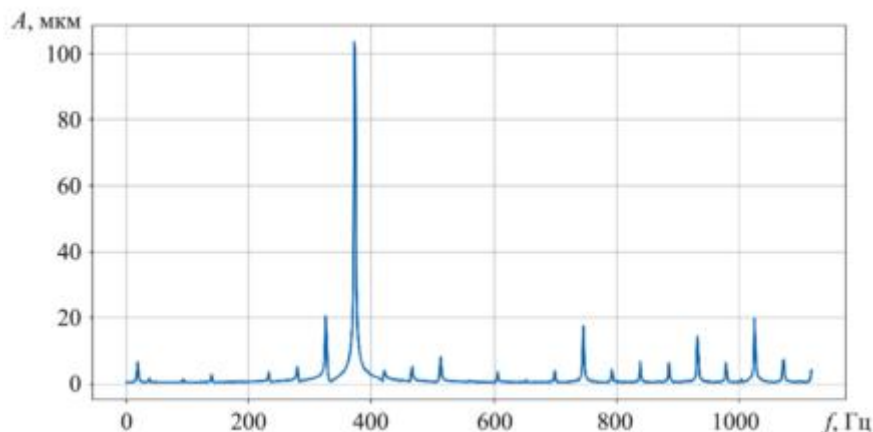


Рис. 4

Данные спектры крутильных колебаний, полученные на стенде в отсутствие внешних воздействий, отображают основные частоты, связанные с конструкцией хвостового вала трансмиссии и ее функционированием.

В эксперименте сравниваемые спектры крутильных колебаний полученные при искусственной разбалансировке, характеризуют работу трансмиссии и могут служить диагностическими признаками дефектного состояния.

На рис. 5, а приведен спектр (начальная стадия формирования дефектов), где зафиксированы первые признаки развития дефектов типа «потеря затяжки/разрушение крепежного соединения» (далее – дефект № 1) и развития второго типа дефектов «возникновение/рост трещины в теле вала» (далее – дефект № 2).

Приведем описание данного спектра.

Дефект № 1:

- частота – 125 Гц, амплитуда – 45 мкм;

- частота – 315 Гц, амплитуда – 2 мкм.

Дефект 2:

- частота – 1030 Гц: амплитуда – 12 мкм;

- частота – 840, 890, 890 Гц, в пределах нормы.

На рис. 5, б приведен спектр (развитие дефектов), где отмечается существенное изменение характеристик.

Дефект № 1:

- частота – 125 Гц, амплитуда – 50 мкм;

- частота – 315 Гц, амплитуда – 18 мкм.

Дефект 2:

- частота – 1030 Гц, амплитуда – 17,5 мкм;

- частота – 840 Гц, амплитуда – 42 мкм;

- частота – 890 Гц, амплитуда – 23 мкм;

- частота – 890 Гц, амплитуда – 31 мкм.

Приведем описание спектра, приведенного на рис 5, в (продолжение развития дефектов).

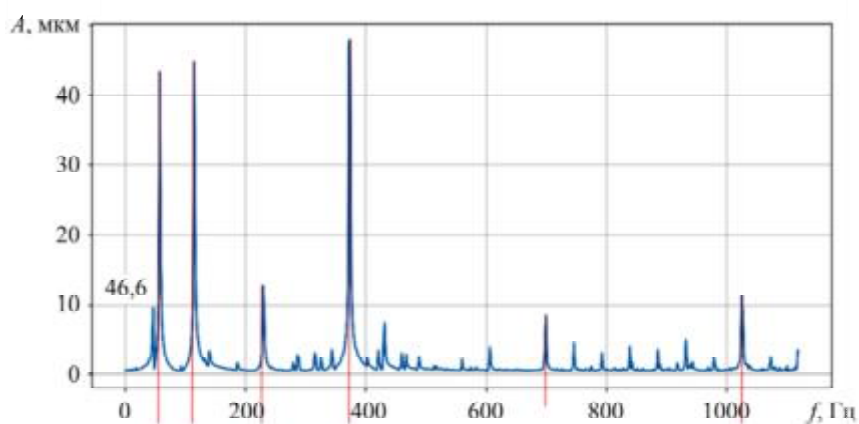
Дефект № 1:

- частота – 125 Гц, амплитуда – 548 мкм;

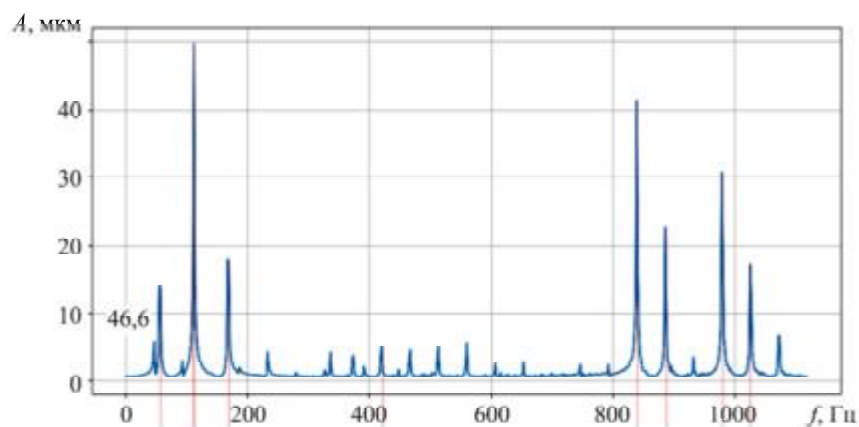
- частота – 315 Гц, амплитуда – 18 мкм.

Дефект 2:

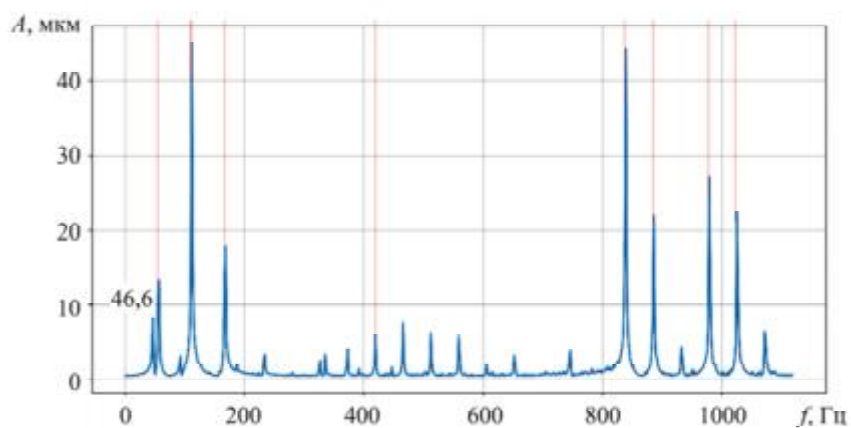
- частота – 1030 Гц, амплитуда – 23 мкм;
- частота – 840 Гц, амплитуда – 46 мкм;
- частота – 890 Гц, амплитуда – 22 мкм;
- частота – 890 Гц, амплитуда – 28 мкм.



а



б



в

Рис. 5

Согласно представленной картине развития дефектов все спектры сохраняют идентичный частотный состав, динамике амплитуд свойственны характерные закономерности, а именно линейные изменения спектров для дефектов, где величина амплитуды отражает степень повреждений.

Представленная в качестве примеров серия спектров наглядно демонстрирует эволюцию дефектов трансмиссии во времени, предоставляя критерии для диагностики и прогнозирования технического состояния оборудования.

На основании возможностей, предоставляемых полунатурным стендом трансмиссии для определения дефектного состояния его элементов, доступны прямая диагностика и прогнозирование проявления и развития дефекта № 1; соответственно, прогнозирование проявления и развития дефекта № 2 возможно при помощи ИНС, но уже на основе индикаторов прогнозных значений общего технического состояния вала. Основанием для упрощения прогнозирования является анализ графиков спектров амплитуд, по которым можно сделать вывод о том, что частоты колебаний сохраняются во времени, не зависят от режимов работы и условий эксплуатации, а количественно изменяется их амплитуда, что обеспечивает количественное сравнение изменений в работе трансмиссии в период эксплуатации.

Таким образом, полученные данные и соответствующие значения по результатам эксперимента можно использовать для решения при помощи ИНС двух задач: 1) прогнозирование времени проявления дефектов № 1, 2) прогнозирование времени работы до предельного состояния [16, 17] для хвостового вала полунатурного стенда трансмиссии винтокрылого летательного аппарата.

С целью прогнозирования времени проявления колебаний, характеризующих дефектное состояние по типу дефекта, используется метод, основанный на обобщенной теореме Байеса. В спектре крутильных моментов рассматриваем изменение амплитуды  $A_i$  и простой признак – временной период  $t_i$ , – проявляющийся в определенные моменты времени:

$$P(A_i t_i) = P(A_i)P(t_i / A_i) = P(t_i)P(A_i / t_i). \quad (1)$$

Отсюда вероятность совместного проявления у объекта состояния  $A_i$  и признака  $t_i$  при условии наличия дефекта  $D$  описывается формулой

$$P(A_i t_i | D) = P(D | A_i t_i) \frac{P(A_i)P(t_i)}{P(D)}, \quad (2)$$

где  $P(D | A_i t_i)$  – вероятность появления дефекта при наблюдении  $t_i$  и  $A_i$  (апостериорная вероятность);  $P(A_i)$  – вероятность проявления амплитуды  $A_i$ ;  $P(t_i)$  – вероятность проявления значения времени;  $P(D)$  – общая вероятность дефекта (нормировочная константа).

С учетом физической природы процесса, при котором наличие дефекта приводит к изменению амплитудного спектра и временных характеристик сигнала, формула принимает следующий вид:

$$P(D | A_i t_i) = \frac{P(D)P(t_i | D)P(A_i | D)}{P(A_i)P(t_i)}, \quad (3)$$

где  $P(A_i | D)$  – гауссово распределение амплитуд  $N(\mu_A, \sigma_A^2)$  при дефекте;  $P(t_i | D)$  – пуассоновское распределение временных периодов  $\lambda_i$  при дефекте.

Таким образом, получение прогнозных значений проявления и развития дефекта объекта № 7 осуществляется байесовской ИНС, набор входных данных в которой состоит из временных рядов спектров амплитуд, включающих  $A_i$  (амплитуды) и  $t_i$  – временные метки, отражающие изменения амплитуд во времени.

Архитектура данной сети: входной слой –  $A_i, t_i$ ; скрытые слои –  $\mu_A, \sigma_A^2, \lambda_i$  (моделируют распределения параметров); выходной слой –  $P(D | A_i t_i)$  через вариационный вывод.

Обучение байесовской ИНС происходит на основе байесовского вывода, что позволяет обновлять распределения весов на основе поступающих данных, для оценки неопределенности в прогнозировании методом Монте-Карло.

Графическое представление архитектуры байесовской ИНС для прогнозирования дефектов приведено на рис. 6.

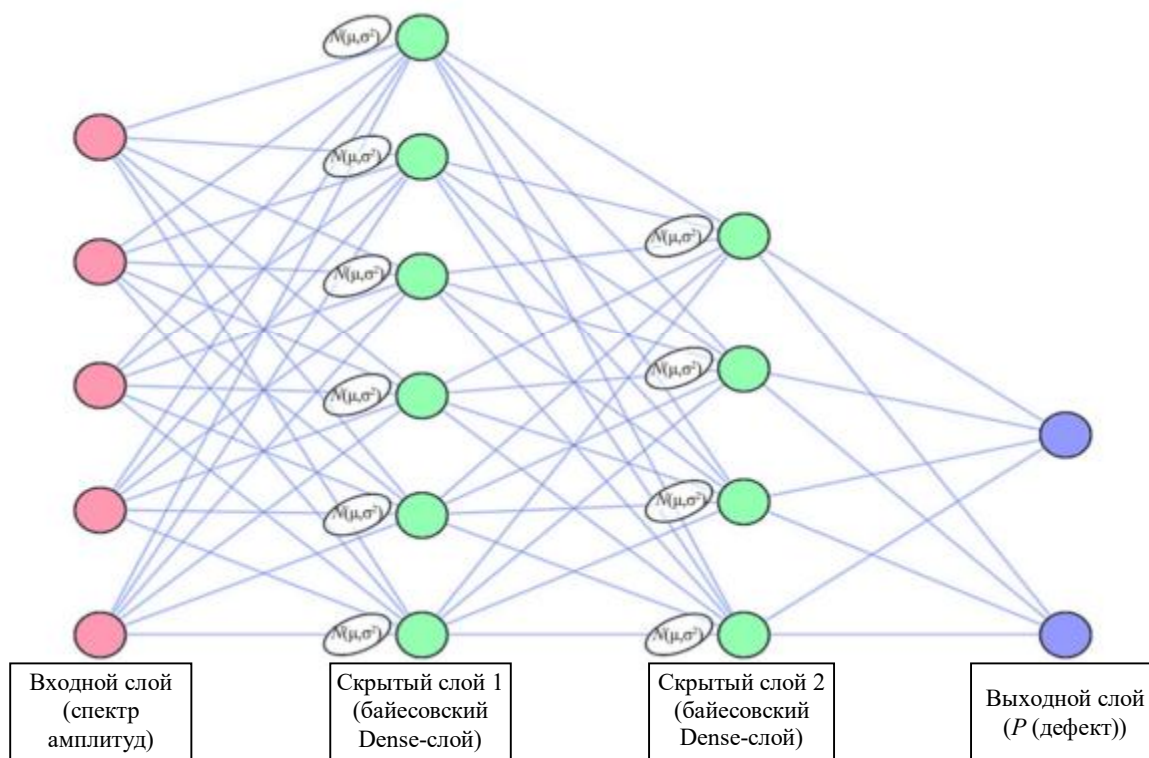


Рис. 6

При помощи байесовской ИНС спрогнозирована временная характеристика проявления значимых амплитуд для частот в спектре крутильных колебаний вала (рис. 7), характеризующих проявление дефектов № 1, 2. На основании обработки экспериментальных данных получен прогноз времени проявления амплитуды в спектрах крутильных колебаний, характеризующих дефектное состояние объекта № 7 (см. табл. 1).

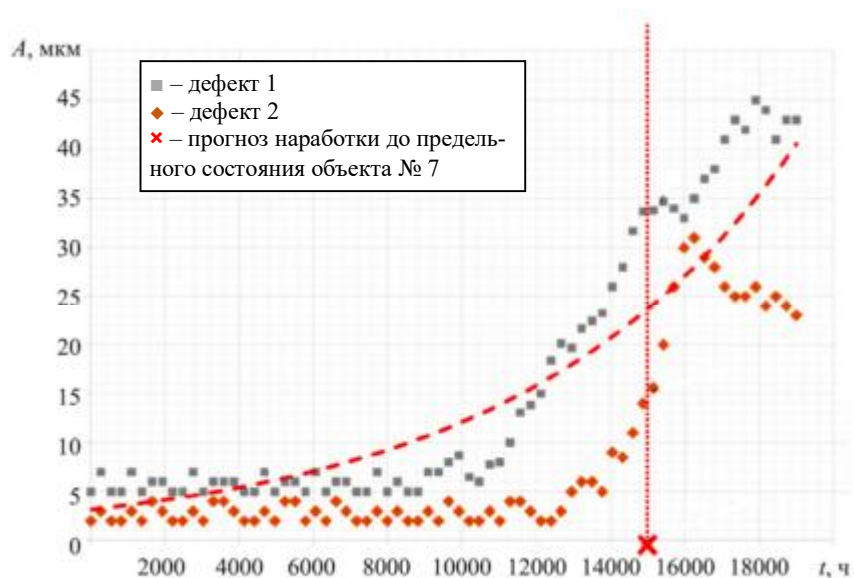


Рис. 7

Получение прогнозных значений ресурса объектов было подробно описано в работах [1, 2]. Алгоритм решения второй задачи применения ИНС как инструмента прогнозирования времени до пре-

дельного состояния ресурса объектов полунатурного стенда трансмиссии винтокрылого летательного аппарата без учета типа дефектов [11] заключается в решении уравнения

$$P(T_{P\gamma}) = \int_{T_{P\gamma}}^{\infty} P(T_P) dT_P, \quad (4)$$

где  $T_{P\gamma}$  – наработка до предельного состояния (ресурса).

По результатам моделирования, представленным ранее в работах [1, 2], получено время работы до предельного состояния  $T_{P\gamma}$ , позволяющее определить прогнозные время для проведения технического обслуживания или ремонтных работ для исследуемого объекта [18].

Получение прогнозных значений второй задачи обработки данных временного ряда осуществлялось рекуррентной ИНС, состоящей из повторяющегося модуля, который на каждом временном шаге  $t$  принимает на вход текущее значение входного вектора  $x_t$  (параметры – вибрация, температура и т. д.), состояние на предыдущем шаге  $h_{t-1}$  (память о предыдущих параметрах), математически описываемое следующим образом:

$$h_t = f(W_h h_{t-1} + W_x x_t + b),$$

где  $h_t$  – скрытое состояние на текущем шаге;  $W_h, W_x$  – веса сети;  $b$  – смещение;  $f$  – функция активации, линейный выпрямитель.

На последнем временном шаге скрытое состояние  $h_t$  используется для вычисления прогноза ресурса вала.

Формируются входные значения из данных мониторинга с датчиков стенда, после чего проводится сбор и стандартизация входных данных [19, 20].

Во избежание проблем затухания временного ряда рекуррентная ИНС была улучшена при помощи двунаправленного закрытого рекуррентного модуля или упрощенной версией долговременной – кратковременной – памяти, добавляющей механизмы запоминания важных данных и забывания менее значимых.

Структура работы рекуррентной ИНС с замкнутым замкнутым рекуррентным узлом для объекта № 7 представлена на рис. 8.

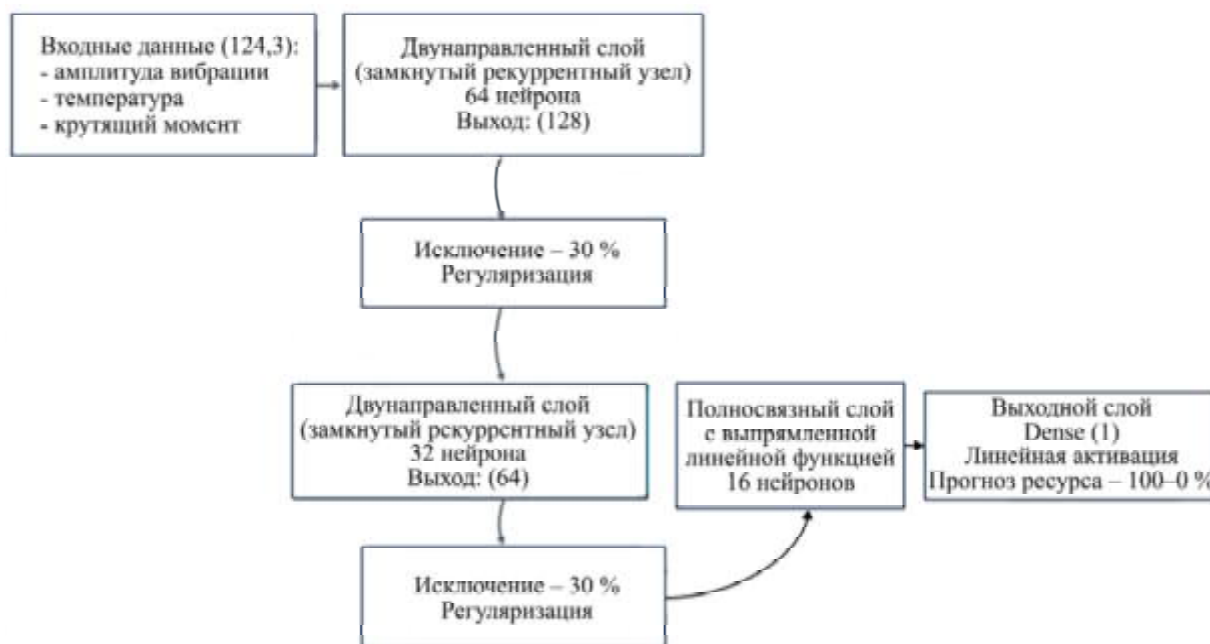


Рис. 8

Приведем описание схемы работы улучшенной ИНС для прогнозирования ресурса (см. рис. 8).

Входной слой принимает заданное количество временных шагов с тремя признаками (амплитуда, температура, крутящий момент).

Двунаправленные слои – два блока, где первый (64 нейрона) возвращает последовательности (Возвращать\_последовательности = Да) для передачи во второй, второй слой (32 нейрона) агрегирует временные зависимости.

Регуляризация – два блока на схеме (исключение 30 %) для предотвращения переобучения.

Полносвязные слои преобразуют выход закрытого рекуррентного модуля в прогнозирование ресурса (от 100 до 0 %).

Выходной слой выдает прогнозное значение ресурса.

Результаты прогнозирования ресурса объекта № 7 приведены на рис. 9.

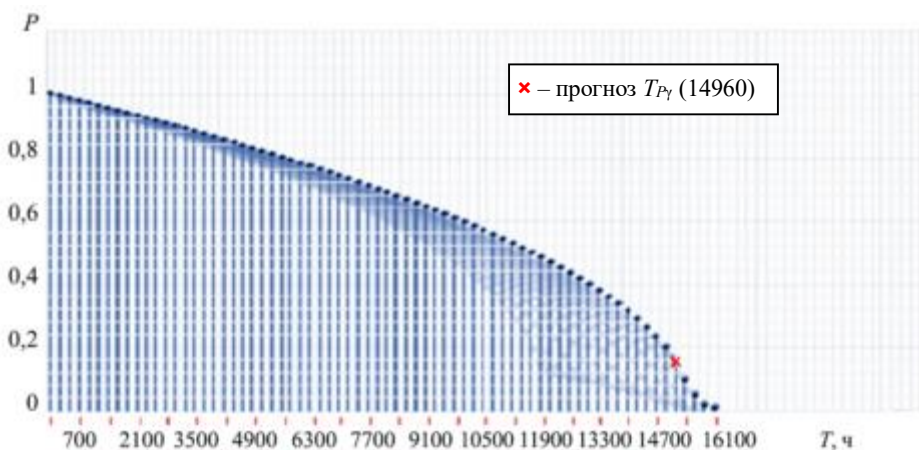


Рис. 9

Полученные результаты экспериментальной отработки метода предиктивной диагностики системы мониторинга для полунатурного стенда винтокрылого летательного аппарата, заключающегося в прогнозировании времени появления и развития дефектов, а также полного ресурса объектов контроля позволяют сформировать направление дальнейших исследований применения искусственного интеллекта в комплексе с бортовым оборудованием. Разработка интеллектуальной модели с применением технологий искусственного интеллекта для комплексного мониторинга, оценки и прогнозирования технического состояния винтокрылых летательных аппаратов создаст новые возможности для оптимизации их послепродажного обслуживания на соответствующем этапе жизненного цикла изделия.

В дальнейшем будут продолжены эксперименты и исследования на базе полунатурного стенда трансмиссии в системе с ИНС как инструментом мониторинга и диагностики винтокрылых летательных аппаратов по определению типов дефектов компонентов системы и прогнозированию предельной возможности эксплуатации винтокрылых летательных аппаратов до ремонта при появлении отдельных видов неисправностей компонентов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бельский А.Б., Есипович О.А., Сафоклов Б.Б. Прогнозирование технического состояния агрегатов винтокрылых летательных аппаратов на основе нейросетевого моделирования // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 4. С. 4–14.
2. Бельский А.Б., Есипович О.А., Сафоклов Б.Б. Экспериментальное апробирование применения искусственных нейронных сетей в системах диагностики для оценки и прогнозирования технического состояния агрегатов винтокрылых летательных аппаратов // Изв. вузов. Авиационная техника. 2024. № 1. С. 109–115.
3. Братухин А.Г. и др. Цифровые технологии в жизненном цикле российской конкурентоспособной авиационной техники. М.: МАИ, 2020. 448 с.
4. Serebryansky S., Shkurin M. Predictive Assessment of the Development of Unmanned Aviation System // Journal of Engineering Science and Technology Review. 2022. Vol. 15. Iss. 6. P. 149–154.

5. ГОСТ Р 55255-2012. Воздушный транспорт. Система технического обслуживания и ремонта авиационной техники. Организация работ по диагностике технического состояния авиационной техники. Основные положения. М.: Стандартинформ, 2014. 20 с.
6. ГОСТ Р 53863-2010. Воздушный транспорт. Система технического обслуживания и ремонта авиационной техники. Термины и определения. М.: Стандартинформ, 2011. 19 с.
7. Бельский А.Б., Ресинец А.И. Систематизация подходов для комплексного решения задачи повышения безопасности полетов вертолетной техники // Качество и жизнь. 2022. № 2. С. 82–90.
8. Долгов О.С., Сафоклов Б.Б., Смагин А.А. Диагностика и прогнозирование ресурса взлетно-посадочных устройств с использованием искусственных нейронных сетей // Изв. вузов. Авиационная техника. 2022. № 2. С. 3–10.
9. Чернов В.Ю. Алгоритм полетного контроля состояния датчиков бортового комплекса управления самолета // Изв. вузов. Авиационная техника. 2005. № 4. С. 49–53.
10. Баутин А.А., Свирский Ю.А. Применение нейросетевых технологий в задачах мониторинга состояния критических мест конструкции транспортных самолетов // Вестник МАИ. 2020. № 4. С. 81–91.
11. Stanton I. et al. Predictive Maintenance Analytics and Implementation for Aircraft: Challenges and Opportunities // Systems Engineering. 2023. Vol. 26. Iss. 2. P. 216–237.
12. Safoklov B. et al. Model of Aircraft Maintenance Repair and Overhaul Using Artificial Neural Networks // Transportation Research Procedia. 2022. Vol. 63. P. 1534–1543.
13. Макаров В.В. Использование методов искусственного интеллекта для оценки технического состояния двигательно-рулевой колонки (ДРК) по вибрационным характеристикам // Учен. зап. физического факультета Московского университета [Электронный журнал]. 2017. № 5. URL: <http://uzmu.phys.msu.ru/file/2017/5/1751406.pdf> (дата обращения: 17.03.2025).
14. Rivas A. et al. A Predictive Maintenance Model Using Recurrent Neural Networks // Proc. of the 14th International Conference on Soft Computing Models in Industrial and Environmental Applications, May 13–15, 2019, Seville, Spain. P. 261–270.
15. Стрелец Д.Ю., Серебрянский С.А., Шкурин М.В. Цифровой двойник изделия в едином информационном пространстве жизненного цикла // Управление развитием крупномасштабных систем: Тр. 13-й Междунар. конф., г. Москва, 28–30 сент. 2020. М.: ИПУ РАН, 2020. С. 1249–1258.
16. Сай Ван Квонг, Щербаков М.В. Метод прогнозирования остаточного ресурса на основе обработки данных многообъектных сложных систем // Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии. 2019. № 1. С. 33–44.
17. Babenko G. et al. Results of the Study of the Influence of External Cargo Parameters on the Helicopter Controllability // Aerospace. 2022. Vol. 9. № 5. Article № 229.
18. Матвеев С.А. и др. Методы диагностики технического состояния и прогнозирования ресурса электронасосных агрегатов космических аппаратов // Изв. вузов. Авиационная техника. 2020. № 4. С. 4–10.
19. Бойко О.Г. О правомерности использования условных вероятностей безотказной работы и условных плотностей вероятностей отказов в математических моделях надежности агрегатов // Вестник СибГАУ. 2010. № 2 (28). С. 113–116.
20. Dli M., Puchkov A., Lobaneva E. Predicting the Equipment Useful Lifetime Based on the Deep Neural Networks // Cyber-Physical Systems: Intelligent Models and Algorithms / Eds. A.G. Kravets, A.A. Bolshakov, M. Shcherbakov. Springer, 2022. P. 135–144.

Поступила в редакцию 17.04.25

После доработки 6.05.25

Принята к публикации 6.05.25

## Artificial Neural Network as a Tool for Predicting the Technical Condition of Rotary-Wing Aircraft Components

B.B. SAFOKLOV AND S.A. SEREBRYANSKII

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow

*The paper presents algorithms for identifying the defect signatures and predicting the technical condition of a helicopter tail rotor shaft using an artificial neural network.*

**Helicopter, rotary-wing aircraft, artificial neural network, defect, predictive model**

## Определение оптимального закона управления вектором тяги космического пенетратора активно-реактивного типа

**Е.В. ГУСЕВ**,  
канд. техн. наук,  
**В.А. ЗАГОВОРЧЕВ**,  
канд. техн. наук,  
**В.В. РОДЧЕНКО**,  
д-р техн. наук,  
**Э.Р. САДРЕТДИНОВА**,  
канд. техн. наук,  
**Е.А. ШИПНЕВСКАЯ**  
(МАИ, Москва)  
ccg-gus@mail.ru

*Рассмотрена задача определения оптимального закона управления вектором тяги пенетратора активно-реактивного типа, предназначенного для проникания и исследования подповерхностного слоя небесных тел. Проведена оптимизация управления вектором тяги пенетратора активно-реактивного типа. Получен закон изменения тяги ракетного двигателя твердого топлива в виде квадратично возрастающей зависимости малой кривизны. Представлен расчет функции изменения массы пенетратора активно-реактивного типа. Сформулированные выводы могут явиться основой для обоснования режима функционирования ракетного двигателя твердого топлива пенетратора активно-реактивного типа для движения в прочных грунтах.*

**Пенетратор, закон управления, вектор тяги, ракетный двигатель твердого топлива**

Для решения целого ряда задач по образованию скважин и доставке полезных грузов в грунтовые массивы высокой прочности (как на Земле, так и на других планетах Солнечной системы) могут быть использованы пенетраторы активно-реактивного типа – автономные аппараты, способные двигаться в грунтах с высокой скоростью и образующие скважину методом уплотнения. Пенетратор активно-реактивного типа размещается в пусковой трубе баллистической установки, откуда посредством метательного механизма осуществляется его направленный выброс. Движение же в грунте осуществляется как за счет кинетической энергии, накопленной при запуске пенетратора активно-реактивного типа из пускового устройства баллистической установки, так и за счет тяги ракетного двигателя, включаемого в момент проникания в грунт [1].

Важной задачей при создании пенетраторов активно-реактивного типа является выбор оптимальной совокупности его проектных параметров, при которой обеспечивается и достижение максимальной глубины проникания пенетратора активно-реактивного типа в грунтовый массив, и снижение нагрузок, действующих как на конструкцию, так и на полезный груз. В работах [2, 3] осуществляется поиск возможных путей увеличения проникающей способности исследовательских модулей-пенетраторов за счет оснащения их импульсными ракетными двигателями с постоянным расходом топлива.

Целью настоящей работы является определение оптимального закона управления вектором тяги импульсного ракетного двигателя твердого топлива для достижения максимальной глубины проникания пенетратором активно-реактивного типа с заданными массогабаритными параметрами.

Рассмотрим случай, когда пусковая труба баллистической установки расположена на некотором удалении от поверхности лунного грунта. Метательное устройство обеспечивает направленный выброс пенетратора активно-реактивного типа из пусковой трубы, сообщая ему определенную скорость приближения к поверхности грунта. В свою очередь, двигательная установка включается в момент входа пенетратора в грунт, при этом тяга двигателя меньше полного сопротивления реголита [4, 5].

В данном случае на глубину проникания в грунт будут влиять не только скорость входа пенетратора активно-реактивного типа, его массогабаритные параметры и характеристики, но также и величина тяги в каждый момент времени функционирования двигателя, т. е. закон управления вектором тяги в процессе движения пенетратора активно-реактивного типа в лунном грунте.

Уравнение движения в грунте пенетратора активно-реактивного типа имеет вид

$$MV \frac{dV}{dx} = R + Mg \sin \theta - F, \quad (1)$$

где  $M = M_k + M_T f$  – текущее значение массы пенетратора активно-реактивного типа;  $f$  – функция изменения массы;  $R = W_a M_T f'_t$  – тяга двигателя;  $M_k$  – масса конструкции пенетратора;  $M_T$  – масса топлива;  $W_a$ ,  $V$  – скорость истечения газов из сопла и скорость движения пенетратора активно-реактивного типа;  $f'_t = V f'_V \frac{dV}{dx}$  – производная функции изменения массы по времени;  $f'_V$  – производная функции массы по скорости;  $F = F_0 + BV^2$  – сопротивление грунта;  $F_0 = F_0^{yA} S_M$  – статическое сопротивление лунного грунта;  $F_0^{yA}$  – удельное статическое сопротивление грунта;  $S_M$  – площадь миделевого сечения;  $B = C_x \frac{\rho_{гр}}{2} S_M$  – коэффициент динамического сопротивления;  $\rho_{гр}$  – плотность лунного грунта;  $C_x$  – коэффициент лобового сопротивления лунного грунта;  $g$  – ускорение свободного падения;  $\theta$  – угол между продольной осью пробойника и горизонтальной плоскостью [6].

Глубина проникания в грунт пенетратора активно-реактивного типа (для варианта включения двигательной установки в момент входа пенетратора активно-реактивного типа в реголит) находится интегрированием уравнения движения (1) и определяется функцией вида

$$L = \int_{V_{k1}}^{V_{k3}} \frac{(M_k + M_T f) - W_a M_T f'_V}{(M_k + M_T f) g \sin \theta - F_0 - BV^2} V dV, \quad (2)$$

где  $V_{k1}$ ,  $V_{k3}$  – скорость входа пенетратора активно-реактивного типа в грунт и конечная скорость движения (в момент времени окончания работы двигателя). Анализ зависимости (2) показывает, что на конечную глубину проникания будет в значительной мере влиять характер изменения массы пенетратора активно-реактивного типа, а следовательно, и закон управления вектором тяги двигателя.

Из теории проектирования реактивных двигателей твердого топлива известно [7, 8], что тяга равна произведению единичного импульса топлива и его секундного расхода, т. е.

$$R = I_{ед} M_c = I_{ед} \rho_T S_{гор} U_{гор}, \quad (3)$$

где  $M_c = \rho_T S_{гор} U_{гор}$  – расход продуктов сгорания через сопло в единицу времени, плотность, поверхность и скорость горения твердого топлива.

Задача выбора оптимальных характеристик пенетратора активно-реактивного типа в данном случае сводится преимущественно к выбору оптимального закона управления вектором тяги, что, с математической точки зрения, соответствует элементарной задаче вариационного анализа и формулируется следующим образом.

Найти экстремум функционала

$$L(f) = \int_{V_{k1}}^{V_{k3}} F(V, f, f'_V) dV$$

при выполнении граничных условий  $f(V_{k1}) = f_0$  и  $f(V_{k3}) = f_k$ , а также в предположении, что  $f(V)$  на интервале  $[V_{k1}, V_{k3}]$  имеет непрерывную производную  $f'_V(V)$ .

Для определения экстремалей записывается уравнение Эйлера – Лагранжа, являющееся необходимым условием их существования:

$$F'_f - F''_{f'_V V} - F''_{f'_V f} f'_V - F''_{f'_V f'_V} f''_{VV} = 0. \quad (4)$$

Здесь:

$$F'_f = \frac{M_T V (M_T g W_a f'_V - F_0 - BV^2)}{[(M_k + M_T f) g \sin \theta - F_0 - BV^2]^2};$$

$$F''_{f'V} = \frac{M_T V (M_T g W_a f'_V - F_0 - BV^2)}{[(M_K + M_T f) g \sin \theta - F_0 - BV^2]^2}; \quad (5)$$

$$F''_{f'f} = \frac{M_T^2 g W_a V}{[(M_K + M_T f) g \sin \theta - F_0 - BV^2]^2};$$

$$F''_{f'f'} = 0.$$

Подставляя формулы (5) в уравнение (4) с учетом граничных условий, получим зависимость для функции расхода в зависимости от скорости проникания пенетратора в грунт:

$$f = \frac{V}{V_{k3}} + \frac{V}{M_T g \sin \theta} \left[ (V_{k3} - V) \left( \frac{M_K g \sin \theta - F_0}{V_{k1} V} + \frac{V_{k3} + V}{2W_a} B + B \right) + \frac{F_0}{W_a} \ln \frac{V_{k3}}{V} \right]. \quad (6)$$

Однако полученную зависимость (6) целесообразнее анализировать не в функции от скорости проникания, а в функции времени, имея в виду, что:

$$\frac{df}{dt} = f'_V \frac{dV}{dt}; \quad \frac{dV}{dt} = V \frac{dV}{dx}.$$

По результатам проведенных расчетов получен закон изменения тяги ракетного двигателя твердого топлива в виде квадратично возрастающей зависимости малой кривизны, которую для реализации на практике в первом приближении можно аппроксимировать линейно возрастающей зависимостью.

Следует отметить, что скорость нарастания тяги должна быть тем выше, чем больше сопротивление грунта и интенсивность его возрастания с глубиной. Однако значительные различия в физико-механических свойствах различных пород не позволяют определить такие технические характеристики пенетратора активно-реактивного типа, которые обеспечивали бы экстремальные значения параметров проникания для каждой породы в отдельности. В связи с этим выбор оптимального закона управления вектором тяги двигателя и расчет других параметров пенетратора должны выполняться не для конкретного типа грунта, а на основе усредненных характеристик с использованием математических ожиданий физико-механических свойств грунта, что позволяет реализовать рациональный режим проникания пенетратора активно-реактивного типа.

Для выполнения расчетов по определению основных параметров пенетратора активно-реактивного типа в качестве аналогов реголита в настоящей работе рассматриваются земные грунты естественного залегания [9].

Поскольку физико-механические свойства грунтов характеризуются значительной группой параметров, которые определяют сопротивление грунта, то с целью упрощения математических выкладок в работе предложено учитывать сопротивление грунта обобщенным критерием

$$\Gamma = \frac{\rho_0}{b} \left( \ln \frac{1}{1-b} + b \right), \quad (7)$$

где  $b = \frac{\rho_0}{\rho}$  – коэффициент сжимаемости;  $\rho_0, \rho$  – начальная и текущая за фронтом ударной волны плотность.

При отсутствии данных о сжимаемости грунтов может быть использована приближенная зависимость

$$\Gamma = 46 \cdot 10^{-4} K_{\Pi}^{-1}, \quad (8)$$

где  $K_{\Pi}$  – коэффициент проникания.

Для грунта, находящегося в замороженном состоянии,  $K_{\Pi}^{\text{зм}} = 0,6 \cdot 10^{-6} + 0,71K_{\Pi}$ .

Тогда по данным таблицы строится гистограмма распределения критерия  $\Gamma$  и выравнивающая кривая (рис. 1).

Тип грунта	Положительная температура		Отрицательная температура	
	$\Gamma$ , $\text{Н} \cdot \text{с}^2/\text{М}^4$	$\rho_0$ , $\text{кг}/\text{М}^3$	$\Gamma$ , $\text{Н} \cdot \text{с}^2/\text{М}^4$	$\rho_0$ , $\text{кг}/\text{М}^3$
Рыхлые отложения четвертичного возраста, щебенчатые россыпи, различные виды ледниковых отложений	0,069–0,115	0,0054	0,0828–0,1196	0,0126
Лессовидный суглинок, обогащенный в отдельных случаях местным обломочным материалом	0,0552–0,0920	0,264	0,0736–0,1104	0,0156
Четвертичные супесчано-суглинистые отложения	0,0644–0,1024	0,0468	0,0828–0,1196	0,0492
Карбонатные почвообразования, псевдомицелий, лессовидные отложения	0,060598–0,138	0,024	0,0736–0,1702	0,012
Лессовидные суглинки, щебенчатые покровные суглинки, гипс	0,0736–0,115	0,0348	0,0874–0,1104	0,0072
Рыхлый лессовидный суглинок, переполненный мелкими кристаллами гипса	0,0322–0,0782	0,09	0,0414–0,0644	0
Элювиальная кора выветривания или продукты ее отложения; известняки; глинистая масса и глинистые минералы	0,0460–0,1518	0,0540	0,0598–0,1702	0
Аллювиальный песок	0,0506–0,1012	0,0222	0,0644–0,1196	0,0018
Делювиальный суглинок, обогащенный местным крупнообломочным материалом	0,0644–0,1150	0,1482	0,0644–0,1334	0,0498
Искусственные грунты	0,092–0,23	0,400	0,092–0,23	0

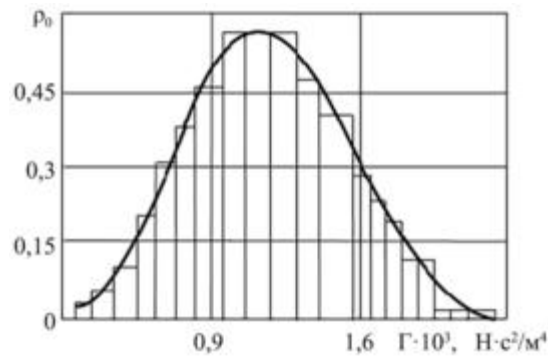


Рис. 1

При построении гистограммы считается, что критерий  $\Gamma$  равномерно распределен внутри указанных диапазонов (см. таблицу), характеризующих определенный грунт [10, 11].

Числовые параметры распределения имеют следующие значения: математическое ожидание критерия  $M[\Gamma] = 1101,7$ ; среднеквадратичное отклонение  $\delta[\Gamma] = 376,9$ ; минимальное  $\Gamma_{\min} = 322,0$  и максимальное  $\Gamma_{\max} = 2300$  значения критерия  $\Gamma$ .

Для выравнивания полученной гистограммы используется нормальный закон распределения

$$f_{\Gamma}(x) = N_{\alpha} \left\{ \sqrt{1 + 0,123n_{\Gamma}^2} - \cos \left[ \pi \left( \delta_{\Gamma} Y_{\Gamma}^2 - \delta_{\Gamma} Y_{\Gamma} + 2 Y_{\Gamma} \right) \right] \right\}^{n_{\Gamma}}, \quad (9)$$

где  $Y_{\Gamma} = \frac{(\Gamma - \Gamma_{\min})}{\Gamma_{\max} - \Gamma_{\min}}$ ;  $N_{\alpha} = 0,03$  нормирующий множитель;  $n_{\Gamma} = 0,8$ ,  $\delta_{\Gamma} = 0,51$  – параметры распределения.

Качество выравнивания гистограммы оценим параметром

$$\eta_{\Gamma} = \sum_{i=1}^k \frac{(P_i - P_{0i})}{P_{0i}},$$

где  $P_i$  – известная частотность попадания в  $i$ -й диапазон ее изменения;  $P_{0i}$  – вероятность попадания в  $i$ -й диапазон, спрогнозированный с помощью закона распределения. При  $k = 10$   $\eta_{\Gamma} = 0,1284$ , что позволяет сделать вывод о высокой точности выравнивания гистограммы распределения [12].

Для расчета  $\frac{df}{dt}$  необходимо выбрать тип грунта. Целесообразно принять этот критерий по верхнему уровню из известного интервала равным  $\Gamma = 1569,7$  в качестве базового значения при определении тяговых характеристик ракетного двигателя на твердом топливе аппарата для движения в грунте. Это обстоятельство обусловлено тем, что двигатель, способствующий перемещению пенетратора в условиях максимального грунтового сопротивления, гарантирует продвижение в средах с меньшей плотностью и прочностью [13].

Грунт, который имеет обобщенный критерий сопротивляемости  $\Gamma = 1569,7 \text{ Н} \cdot \text{с}^2 / \text{м}^4$ , характеризуется коэффициентом сжимаемости, начальной  $\rho_0 = 2619,58 \text{ кг/м}^3$  и текущей  $\rho = 2635,34 \text{ кг/м}^3$  плотностью.

На рис. 2 представлены результаты расчета закона изменения функции  $\frac{df}{dt}$  и скорости проникания по времени для случая запуска грунтового аппарата (с диаметром миделевого сечения  $D = 0,1 \text{ м}$ , начальной массой  $M_0 = 100 \text{ кг}$ , массой топлива  $M_T = 25 \text{ кг}$ ), запускаемого под углом  $\theta = 75^\circ$  к горизонту со скоростями  $V_{k1} = 200 \text{ м/с}$ ,  $V_{k2} = 300 \text{ м/с}$ .

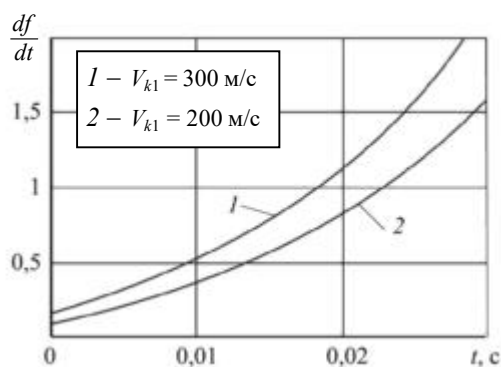


Рис. 2

Тяга двигателя должна возрастать и пропорционально компенсировать изменение (уменьшение) силы сопротивления грунта по мере проникания пенетратора активно-реактивного типа.

Величина тяги в каждый момент времени не превышает значения сопротивления пенетратора при движении в грунте, а градиент нарастания тяги должен быть тем больше, чем выше скорость входа пенетратора активно-реактивного типа в грунт. Рациональный режим изменения скорости представляет собой убывающую зависимость, близкую к экспоненциальному закону.

Время конца работы двигательной установки должно либо соответствовать времени полной остановки пенетратора активно-реактивного типа, либо отличаться не более чем на  $0,02 \dots 0,08 \text{ с}$ .

Полученные заключения могут служить теоретическим фундаментом для разработки режима эксплуатации твердотопливных ракетных двигателей пенетраторов активно-реактивного типа, предназначенных для продвижения в прочных типах грунта.

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (шифр FSFF–2025–0001).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гусев Е.В. и др. Влияние закрутки грунтового реактивного пенетратора на параметры его движения в лунном грунте // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2024. № 1 (63). С. 56–62.
2. Федорова Н.А. и др. Влияние реактивной тяги на проникание пенетраторов при изучении строения поверхностного слоя космических объектов // Наука и образование. Научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2014. № 2. С. 189–197.

3. Федоров С.В., Федорова Н.А. Влияние импульса реактивной тяги на глубину проникания исследовательского зонда в грунт планеты // Инженерный журнал: наука и инновации. 2013. № 1. С 148–157.
4. Антуков В.Н. и др. Численное и экспериментальное исследование проникания снаряда-пробойника в грунтовой массив // Вестник Пермского университета. 2012. № 4 (12). С. 5–11.
5. Родченко В.В. Основы проектирования реактивных аппаратов для движения в грунте. М.: МАИ-Принт, 2009. 359 с.
6. Заговорчев В.А. Метод обоснования технических характеристик многомодульных лунных реактивных пенетраторов: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. М., 2014. 27 с.
7. Белов Г.В., Зоншайн С.И., Оскерко А.П. Основы проектирования ракет. М.: Машиностроение, 1974. 255 с.
8. Зельдович Я.Б. и др. Импульс реактивной силы пороховых ракет. М.: Оборонгиз, 1963. 190 с.
9. Заговорчев В.А., Родченко В.В., Садретдинова Э.Р. Выбор параметров лунных пенетраторов со сквозным каналом // Вестник МАИ. 2014. № 2. С. 32–40.
10. Заговорчев В.А., Родченко В.В. Расчет основных проектных параметров реактивного пенетратора для движения в лунном грунте // Изв. вузов. Авиационная техника. № 4. 2019. С. 65–72.
11. Гусев Е.В. и др. Особенности процесса функционирования двигателя реактивного пенетратора для движения в плотных грунтах // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 4. С. 133–139.
12. Кузьмин В.А. и др. Моделирование теплового излучения гетерогенных продуктов сгорания в камере сгорания модельного двигателя // Изв. вузов. Авиационная техника. 2016. № 1. С. 92–97.
13. Егоров М.Ю. Влияние полетной перегрузки на внутрикамерный процесс в ракетном двигателе на твердом топливе // Изв. вузов. Авиационная техника. 2022. № 2. С. 132–141.

Поступила в редакцию 20.03.25

После доработки 10.04.25

Принята к публикации 10.04.25

## Determination of the Optimal Control Law for the Thrust Vector of an Active-Reactive Type Space Penetrator

E.V. GUSEV, V.A. ZAGOVORCHEV, V.V. RODCHENKO,  
E.R. SADRETDINOVA, AND E.A. SHIPNEVSKAYA

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow

*The paper considers the problem of determining the optimal control law for the thrust vector of an active-reactive type penetrator designed for penetrating and studying the subsurface layer of celestial bodies. Optimization of the thrust vector control for the active-reactive type penetrator was conducted. A law for the variation of the thrust of a solid-propellant rocket engine was derived, represented as a quadratically increasing dependence with low curvature. The calculation of the mass variation function for the active-reactive type penetrator is presented. The formulated conclusions can serve as a basis for justifying the operation mode of the solid-propellant rocket engine of the active-reactive type penetrator for movement in dense soils.*

**Penetrator, control law, thrust vector, solid-propellant rocket engine**

## Стабилизация орбитальной ориентации космического аппарата при измерении только угловых скоростей крена и тангажа или рысканья и тангажа

*Построены стабилизирующие законы управления орбитальной ориентацией космического аппарата при наличии измерений только угловых скоростей крена и тангажа или рысканья и тангажа. Законы получены с помощью аналитического синтеза управления по выходу. Регуляторы по выходу рассчитаны на основе множества регуляторов по состоянию через матричное уравнение связи. Заданный спектр блочной матрицы замкнутой системы управления обеспечен с помощью преобразования подобия в виде транспонирования блоков, что позволило от управления по выходу системой с двумя входами перейти к управлению по состоянию системой с одним входом. Приведены условия, при которых регуляторы по выходу существуют и являются стабилизирующими. Конкретные значения настроечных констант минимизируют длительность переходного процесса при ограничениях на углы и угловые скорости, вызванных линеаризацией. Применимость подхода подтверждается примерами численного моделирования.*

**Н.Е. ЗУБОВ,**  
д-р техн. наук,  
**А.В. ЛАПИН,**  
канд. техн. наук,  
**В.Н. РЯБЧЕНКО,**  
д-р техн. наук  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана,  
Москва)  
nik.zubov@gmail.com

**Гравитационный момент, декомпозиционный метод, орбитальная ориентация, преобразование подобия, управление по выходу**

Управление орбитальной ориентацией космических аппаратов [1] представляет собой важную научно-техническую задачу. Несмотря на значительное количество исследований [1–4], ряд проблем, возникающих при построении и поддержании орбитальной ориентации, остается нерешенным. Одним из актуальных направлений является разработка методов управления при отсутствии или отказе отдельных датчиков, измеряющих компоненты вектора состояния системы [5, 6]. Возможны различные подходы к применению датчиковой аппаратуры. Так, при отсутствии звездных датчиков [7] управление осуществляется автономно [8] – по измерениям двух углов (крена и тангажа) инфракрасной вертикалью и трех компонент вектора угловой скорости датчиком угловых скоростей. Известно, что взаимосвязанное движение в каналах крена и рысканья может рассматриваться отдельно от движения в канале тангажа ввиду слабой связи канала тангажа с каналами крена и рысканья [9, 10]. При отсутствии или поломке инфракрасной вертикали и отказе одного из измерительных каналов датчика угловых скоростей возникает новая научно-техническая задача – стабилизация орбитальной ориентации космического аппарата по измерениям только компонент вектора угловой скорости в двух каналах (крена и тангажа или рысканья и тангажа). Возможное решение этой задачи приведено в данной статье.

Рассматривается линеаризованная модель [10] углового движения космического аппарата на круговой околоземной орбите под действием гравитационного [11] и управляющего моментов. Предполагается, что в результате возможных отказов измерительной аппаратуры доступны только измерения угловых скоростей в каналах крена и тангажа или рысканья и тангажа. Тем не менее по имеющимся измерениям требуется стабилизировать полную трехосную орбитальную ориентацию космического аппарата (три угла и три угловые скорости).

При использовании линеаризованной модели канал тангажа не связан с каналами крена и рысканья. Автономная модель углового движения космического аппарата в канале тангажа [1] в непрерывном времени  $t \in \mathbb{R}$  при измерении только угловой скорости тангажа описывается следующими уравнениями состояния и наблюдения:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\vartheta}(t) \\ \ddot{\vartheta}(t) \end{bmatrix}}_{\dot{x}_z(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_{6,5} & 0 \end{bmatrix}}_{A_z} \underbrace{\begin{bmatrix} \vartheta(t) \\ \dot{\vartheta}(t) \end{bmatrix}}_{x_z(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1/J_z \end{bmatrix}}_{b_z} u_z(t); \quad (1)$$

$$\underbrace{\dot{\vartheta}(t)}_{y_z(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & | & 1 \\ \hline & & \end{bmatrix}}_{c_z^T} \underbrace{\begin{bmatrix} \vartheta(t) \\ \dot{\vartheta}(t) \end{bmatrix}}_{x_z(t)}, \quad (2)$$

где  $\vartheta$  – угол тангажа;  $\dot{\vartheta}$  – угловая скорость тангажа;  $a_{6,5} = -3v^2\kappa_z$ ;  $\kappa_z = (J_x - J_y)/J_z$  – коэффициенты линеаризации;  $v$  – орбитальная угловая скорость космического аппарата;  $J_x, J_y, J_z$  – осевые моменты инерции космического аппарата;  $x_z(t), u_z(t), y_z(t)$  – векторы состояния, управления и наблюдения (векторы управления и наблюдения в данном случае скалярные);  $A_z, b_z, c_z^T$  – матрицы состояния, управления и наблюдения (матрица управления представляет собой вектор-столбец, а матрица наблюдения – вектор-строку).

В работе [11] показано, что для модели (1), (2) закон управления по выходу

$$u_z(t) = -f_z y_z(t) \quad (3)$$

с матрицей регулятора (в данном случае скалярной)

$$f_z = J_z q_1^* \quad (4)$$

при условиях

$$J_x > J_y; \quad (5)$$

$$q_1^* > 0$$

является стабилизирующим и обеспечивает матрицу замкнутой системы управления  $A_z^* = A_z - b_z f_z c_z^T$  желаемый характеристический полином

$$q^*(\lambda) = \lambda^2 + q_1^* \lambda + q_2^*,$$

где  $q_2^* = -a_{6,5}$ . Матрица замкнутой системы управления (1) – (4) в канале тангажа принимает следующий вид:

$$A_z^*(q_1^*) = A_z - b_z f_z (q_1^*) c_z^T = \begin{bmatrix} 0 & | & 1 \\ \hline a_{6,5} & & -q_1^* \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Таким образом, исследование сводится к поиску решения для взаимосвязанных каналов крена и рысканья при измерении только угловой скорости крена или только угловой скорости рысканья.

Уравнение состояния для линеаризованной модели углового движения космического аппарата во взаимосвязанных каналах крена и рысканья имеет вид [10]

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\gamma}(t) \\ \dot{\psi}(t) \\ \ddot{\psi}(t) \end{bmatrix}}_{\dot{x}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & | & 1 & | & 0 & | & 0 \\ a_{2,1} & | & 0 & | & 0 & | & a_{2,4} \\ 0 & | & 0 & | & 0 & | & 1 \\ 0 & | & a_{4,2} & | & a_{4,3} & | & 0 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} \gamma(t) \\ \dot{\gamma}(t) \\ \psi(t) \\ \dot{\psi}(t) \end{bmatrix}}_{x(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & | & 0 \\ 1/J_x & | & 0 \\ 0 & | & 0 \\ 0 & | & 1/J_y \end{bmatrix}}_B \underbrace{\begin{bmatrix} u_x(t) \\ u_y(t) \end{bmatrix}}_{u(t)}, \quad (7)$$

где  $\gamma, \psi$  – углы крена и рысканья;  $\dot{\gamma}, \dot{\psi}$  – угловые скорости крена и рысканья;  $a_{2,1} = -4v^2\kappa_x$ ,  $a_{2,4} = -v(1 - \kappa_x)$ ,  $\kappa_x = (J_z - J_y)/J_x$ ;  $a_{4,2} = v(1 - \kappa_y)$ ,  $a_{4,3} = -v^2\kappa_y$ ,  $\kappa_y = (J_z - J_x)/J_y$  – коэффициенты линеаризации;  $x(t), u(t)$  – векторы состояния и управления;  $A, B$  – матрицы состояния и управления.

Уравнение наблюдения записывается в виде

$$\underbrace{\dot{\gamma}(t)}_{y_{\dot{\gamma}}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{c_{\dot{\gamma}}^T} x(t) \quad (8)$$

в случае измерения только угловой скорости крена или

$$\underbrace{\dot{\psi}(t)}_{y_{\dot{\psi}}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{c_{\dot{\psi}}^T} x(t) \quad (9)$$

в случае измерения только угловой скорости рысканья. Здесь соответственно случаям измерения только угловой скорости крена или рысканья использованы следующие обозначения:  $y_{\dot{\gamma}}(t)$ ,  $y_{\dot{\psi}}(t)$  – векторы наблюдения (в данном случае скалярные);  $c_{\dot{\gamma}}^T$ ,  $c_{\dot{\psi}}^T$  – матрицы наблюдения (в данном случае векторы-строки).

Требуется построить стабилизирующие законы управления по выходу

$$u(t) = -f_{\dot{\gamma}} y_{\dot{\gamma}}(t); \quad (10)$$

$$u(t) = -f_{\dot{\psi}} y_{\dot{\psi}}(t) \quad (11)$$

соответственно с матрицами регуляторов (в данном случае вектор-столбцами)  $f_{\dot{\gamma}}$  и  $f_{\dot{\psi}}$ , обеспечивающие матрицам замкнутых систем управления  $A_{\dot{\gamma}}^* = A - Bf_{\dot{\gamma}}c_{\dot{\gamma}}^T$  и  $A_{\dot{\psi}}^* = A - Bf_{\dot{\psi}}c_{\dot{\psi}}^T$  желаемый характеристический полином

$$p^*(\lambda) = \sum_{i=0}^4 p_i^* \lambda^{4-i} \quad (12)$$

с вещественными коэффициентами  $p_0^* = 1$  и  $p_i^*$  ( $i = \overline{1, 4}$ ).

Закон управления (10) для модели (7), (8) при измерении только угловой скорости крена синтезирован в работе [10]. В связи с этим, используя подход [10], синтезируем закон управления (11) для модели (7), (9) при измерении только угловой скорости рысканья и рассмотрим числовые примеры использования обоих полученных законов.

Рассматриваемая задача управления по выходу осложняется тем, что в обеих системах – (7), (8) и (7), (9) – суммарный размер векторов управления и наблюдения меньше размера вектора состояния. В связи с этим стандартную декомпозиционную схему аналитического синтеза [12] напрямую использовать невозможно. Предлагается альтернативный подход, когда решается задача управления по выходу при наличии еще одного измерения (угла, соответствующего измеряемой угловой скорости). Управление по выходу системой четвертого порядка с двумя входами и двумя выходами строится приведением к управлению по состоянию системой с одним входом [13]. Затем обнуляется первый столбец матрицы регулятора за счет коэффициентов полинома (12).

Найдем решение  $F$  задачи управления по выходу с желаемым полиномом (12) для матриц состояния  $A$ , управления  $B$  из модели (7) и матрицы наблюдения  $C$  вида

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где вторая строка совпадает с вектором  $c_{\dot{\psi}}^T$ .

Согласно доказанной ранее обобщенной формуле Басса – Гура [14] определим полное множество решений (матриц  $K$ ) задачи модального управления по состоянию для пары матриц  $A, B$  из модели (7) и заданного характеристического полинома (12):

$$K = \left( \left[ P_0^* \mid P_1^* \right] - \left[ P_0 \mid P_1 \right] \right) \left( U \left[ \begin{array}{c|c} P_1 & I_2 \\ \hline I_2 & 0_{2 \times 2} \end{array} \right] \right)^{-1} =$$

$$= \underbrace{\left[ P_0^* \mid P_1^* \right]}_{R_1} \left[ \begin{array}{c|c|c|c} J_x & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & J_y & 0 \\ \hline 0 & J_x & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & J_y \end{array} \right] + \underbrace{\left[ \begin{array}{c|c|c|c} J_x a_{2,1} & 0 & 0 & J_x a_{2,4} \\ \hline 0 & J_y a_{4,2} & J_y a_{4,3} & 0 \end{array} \right]}_{R_2}, \quad (13)$$

где  $P_0 = [I_2 \mid 0_{2 \times 2}]P$ ,  $P_1 = [0_{2 \times 2} \mid I_2]P$ ,  $P = -U^{-1}A^2B$ ,  $U = [B \mid AB]$ , а матрицы  $P_0^* \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ ,  $P_1^* \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  выбираются так, чтобы выполнялось равенство

$$\left| \lambda^2 I_2 + \lambda P_1^* + P_0^* \right| = p^*(\lambda). \quad (14)$$

Здесь и далее  $I_n$  – единичная матрица порядка  $n$ ;  $0_{n \times m}$  – нулевая матрица размером  $n \times m$ ,  $\mathbb{R}^{n \times m}$  – множество вещественных матриц размером  $n \times m$ .

Уравнение связи между матрицами регуляторов по состоянию  $K$  и по выходу  $F$

$$FC = K \quad (15)$$

разрешимо относительно матрицы  $F$  при условии [15]

$$\underbrace{\left( \left[ P_0^* \mid P_1^* \right] R_1 + R_2 \right)}_K \underbrace{\left[ \begin{array}{c|c} 1 & 0 \\ \hline 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right]}_{\bar{C}^R} = 0_{2 \times 2} \Rightarrow \left[ P_0^* \mid P_1^* \right] \underbrace{\left[ \begin{array}{c|c} J_x & 0 \\ \hline 0 & 0 \\ \hline 0 & J_x \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right]}_{G=R_1 \bar{C}^R} = \underbrace{\left[ \begin{array}{c|c} J_x a_{2,1} & 0 \\ \hline 0 & J_y a_{4,2} \end{array} \right]}_{H=R_2 \bar{C}^R},$$

где  $\bar{C}^R$  – правый аннулятор максимального ранга [16] матрицы  $C$ . Это условие будет выполнено, если назначить матрицы  $P_0^*$  и  $P_1^*$  такими, что [15]

$$\left[ P_0^* \mid P_1^* \right] = -H \underbrace{\frac{1}{J_x} \left[ \begin{array}{c|c|c|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right]}_{G^+ = (G^T G)^{-1} G^T} + \underbrace{\left[ \begin{array}{c|c} q_{1,1} & q_{1,2} \\ \hline q_{2,1} & q_{2,2} \end{array} \right]}_Q \underbrace{\left[ \begin{array}{c|c|c|c} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]}_{\bar{G}^L} = \left[ \begin{array}{c|c|c|c} -a_{2,1} & q_{1,1} & 0 & q_{1,2} \\ \hline 0 & q_{2,1} & -\tilde{a}_{4,2} & q_{2,2} \end{array} \right], \quad (16)$$

где  $\tilde{a}_{4,2} = (J_y/J_x)a_{4,2}$ ;  $\bar{G}^L$ ,  $G^+$  – левый аннулятор максимального ранга [16] и псевдообращение [17] матрицы  $G$ ;  $q_{1,1}$ ,  $q_{1,2}$ ,  $q_{2,1}$ ,  $q_{2,2}$  – вещественные параметры.

За счет параметров матрицы  $Q$  необходимо аналитически обеспечить заданный характеристический полином  $\text{pol}_y \Phi = \left| \lambda^2 I_2 + \lambda P_1^* + P_0^* \right|$  (14) матрице [18]

$$\Phi = \left[ \begin{array}{c|c} 0_{2 \times 2} & I_2 \\ \hline -P_0^* & -P_1^* \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c|c|c|c} 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline a_{2,1} & -q_{1,1} & 0 & -q_{1,2} \\ \hline 0 & -q_{2,1} & \tilde{a}_{4,2} & -q_{2,2} \end{array} \right].$$

Заметим, что если транспонировать нижние блоки матрицы  $\Phi$ , то ее характеристический полином не изменится:

$$|\lambda^2 I_2 + \lambda P_1^* + P_0^*| = |\lambda^2 I_2 + \lambda P_1^{*\top} + P_0^{*\top}|.$$

Теперь характеристический полином (14) обеспечивается подобной матрице вида

$$\tilde{\Phi} = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} & I_2 \\ -P_0^{*\top} & -P_1^{*\top} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{2,1} & 0 & 0 & \tilde{a}_{4,2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\tilde{A}} - \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\tilde{b}} \underbrace{\begin{bmatrix} q_{1,1} & q_{2,1} & q_{1,2} & q_{2,2} \end{bmatrix}}_{\tilde{k}^\top}.$$

Таким образом, задача управления по выходу системой с двумя входами и двумя выходами свелась к задаче управления по состоянию системой с одним входом – нахождению вектора  $\tilde{k}^\top$ , обеспечивающего заданный полином  $\text{poly}(\tilde{A} - \tilde{b}\tilde{k}^\top) = p^*(\lambda)$ . Эта задача имеет единственное решение, которое находится по формуле Аккермана [19]:

$$\begin{aligned} \tilde{k}^\top &= [0 \mid 0 \mid 0 \mid 1] \left[ \tilde{b} \mid \tilde{A}\tilde{b} \mid \tilde{A}^2\tilde{b} \mid \tilde{A}^3\tilde{b} \right]^{-1} p^*(\tilde{A}) = \\ &= \left[ \begin{array}{c|c} p_3^* + p_1^* a_{2,1} & -p_4^* \\ \hline \tilde{a}_{4,2} & a_{2,1} \end{array} \mid \begin{array}{c} 1 \\ \hline \tilde{a}_{4,2} \end{array} \left( a_{2,1} + p_2^* + \frac{p_4^*}{a_{2,1}} \right) \mid p_1^* \right] = \\ &= [q_{1,1} \mid q_{2,1} \mid q_{1,2} \mid q_{2,2}]. \end{aligned}$$

Полученные значения параметров  $q_{1,1}$ ,  $q_{1,2}$ ,  $q_{2,1}$ ,  $q_{2,2}$  подставляются в формулу (16), а матрица  $\begin{bmatrix} P_0^* & P_1^* \end{bmatrix}$  – в формулу (13). Затем определяется единственное решение [12] уравнения (15) – искомая матрица регулятора по выходу:

$$\begin{aligned} F &= \left( \underbrace{\begin{bmatrix} P_0^* & P_1^* \end{bmatrix} R_1 + R_2}_{K} \right) \underbrace{C^\top}_{C^+} = \\ &= \begin{bmatrix} J_x & 0 \\ 0 & J_y \end{bmatrix} \left[ \begin{array}{c|c} \frac{p_3^* + p_1^* a_{2,1}}{a_{4,2}} & a_{2,4} + \frac{1}{a_{4,2}} \left( a_{2,1} + p_2^* + \frac{p_4^*}{a_{2,1}} \right) \\ \hline a_{4,3} - \frac{p_4^*}{a_{2,1}} & p_1^* \end{array} \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

Обнулив первый столбец матрицы (17), соответствующий неизвестному (в настоящем исследовании) углу рысканья, получим условия

$$\begin{cases} p_4^* - a_{2,1} a_{4,3} = 0; \\ p_3^* + a_{2,1} p_1^* = 0. \end{cases} \quad (18)$$

Этим условиям должны удовлетворять коэффициенты полинома (12), для того чтобы имела решение задача управления по выходу с измерением только угловой скорости рысканья. Искомое решение – второй столбец матрицы (17) с подстановкой условий (18):

$$\mathbf{f}_{\dot{\psi}} = \begin{bmatrix} f_{\dot{\psi}1} \\ f_{\dot{\psi}2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_x \left( a_{2,4} + \frac{p_2^* + a_{2,1} + a_{4,3}}{a_{4,2}} \right) \\ J_y p_1^* \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Для проверки результата (19), полученного при условиях (18), рассчитаем непосредственно характеристический полином  $|\lambda I_4 - A - Bf_{\psi}c_{\psi}^T|$  замкнутой системы управления (7), (9), (11) и приравняем его коэффициенты к соответствующим коэффициентам желаемого полинома (12):

$$\left[ \begin{array}{c|c} \frac{f_{\psi 2}}{J_y} & -a_{2,1} - a_{4,3} - a_{2,4}a_{4,2} + \frac{a_{4,2}}{J_x} f_{\psi 1} \\ \hline & -a_{2,1} \frac{f_{\psi 2}}{J_y} \end{array} \middle| \begin{array}{c} a_{2,1}a_{4,3} \\ \hline \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c|c|c|c} p_1^* & p_2^* & p_3^* & p_4^* \end{array} \right].$$

Из соотношений для третьего и четвертого коэффициентов в явном виде следуют условия (18), а из соотношений для первого и второго коэффициентов – вектор регулятора (19).

Согласно критерию Гурвица [20], характеристический полином (12) будет иметь свойство устойчивости, если все угловые миноры матрицы Гурвица

$$P^* = \left[ \begin{array}{c|c|c|c} p_1^* & p_3^* & 0 & 0 \\ \hline 1 & p_2^* & p_4^* & 0 \\ \hline 0 & p_1^* & p_3^* & 0 \\ \hline 0 & 1 & p_2^* & p_4^* \end{array} \right]$$

положительны, т. е.

$$p_1^* > 0, \quad p_1^* p_2^* > p_3^*, \quad p_3^* (p_1^* p_2^* - p_3^*) > (p_1^*)^2 p_4^*, \quad p_4^* > 0. \quad (20)$$

Неравенства (20) при условиях (18) выполняются, если

$$\underbrace{-4v^2(J_z - J_y)/J_x}_{a_{2,1}} < 0, \quad \underbrace{-v^2(J_z - J_x)/J_y}_{a_{4,3}} < 0, \\ p_1^* > 0, \quad p_2^* > -a_{2,1} - a_{4,3}.$$

Таким образом, закон управления (11) с вектором обратной связи (19)

$$f_{\psi}(p_1^*, \tilde{p}_2^*) = \left[ J_x(a_{2,4} + \tilde{p}_2^*/a_{4,2}) \mid J_y p_1^* \right]^T, \quad (21)$$

где  $\tilde{p}_2^* = p_2^* + a_{2,1} + a_{4,3}$ , существует и является стабилизирующим, если

$$J_z > J_x, \quad J_z > J_y; \\ p_1^* > 0, \quad \tilde{p}_2^* > 0. \quad (22)$$

Матрица замкнутой системы управления (7), (9), (11), (21) имеет вид

$$A_{\psi}^*(p_1^*, \tilde{p}_2^*) = A - Bf_{\psi}(p_1^*, \tilde{p}_2^*)c_{\psi}^T = \left[ \begin{array}{c|c|c|c} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline a_{2,1} & 0 & 0 & -\tilde{p}_2^*/a_{4,2} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & a_{4,2} & a_{4,3} & -p_1^* \end{array} \right]. \quad (23)$$

Вектор регулятора по выходу, аналогичный вектору (21), но при измерении только угловой скорости крена  $\dot{\gamma}$  был получен в работе [10]:

$$f_{\dot{\gamma}}(p_1^*, \tilde{p}_2^*) = \left[ J_x p_1^* \mid J_y (a_{4,2} + \tilde{p}_2^*/a_{4,4}) \right]^T. \quad (24)$$

Матрица замкнутой системы управления (7), (8), (10), (24) имеет вид

$$A_i^*(p_1^*, \tilde{p}_2^*) = A - Bf_{\dot{\gamma}}(p_1^*, \tilde{p}_2^*)c_{\dot{\gamma}}^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{2,1} & -p_1^* & 0 & a_{2,4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\tilde{p}_2^*/a_{2,4} & a_{4,3} & 0 \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Таким образом, закон управления (10), (24) или (11), (21) во взаимосвязанных каналах крена и рысканья, а также закон управления (3), (4) в канале тангажа, заимствованный из работы [11], определяют аналитическое решение поставленной задачи исследования.

Далее на конкретном примере покажем, как выбираются (оптимизируются) параметры  $p_1^* > 0$  и  $\tilde{p}_2^* > 0$ , а также параметр  $q_1^* > 0$  в законах управления по критерию минимизации времени переходного процесса при ограничениях на углы (примерно  $30^\circ$ ) и угловые скорости (примерно  $0,75v$ ), вызванных линеаризацией [1].

В качестве примера рассмотрим орбитальную ориентацию гипотетического космического аппарата с осевыми моментами инерции  $[J_x \mid J_y \mid J_z] = [1,9 \mid 1,8 \mid 2,6] \cdot 10^4$  кг · м<sup>2</sup> на круговой околоземной орбите высотой 300 км ( $v = 0,0664$  град/с, 1 виток = 5424 с). Моменты инерции удовлетворяют условиям (5), (22).

За момент окончания переходного процесса  $\tau$  принимается момент времени, когда точность стабилизации по углам достигает  $0,2^\circ$  и далее не выходит за пределы этой величины.

Будем выбирать (оптимизировать) параметры  $p_1^* > 0$  и  $\tilde{p}_2^* > 0$  в законах управления (10), (24) и (11), (21) а также параметр  $q_1^* > 0$  в законе управления (3), (4) с точностью до четырех значащих цифр из условия уменьшения (насколько возможно) времени переходного процесса при вызванных линеаризацией ограничениях на углы и угловые скорости в пределах переходного процесса:

$$\forall t \in [0; \tau] \quad \begin{aligned} \max(|\gamma(t)|, |\psi(t)|, |\vartheta(t)|) &\leq 30^\circ; \\ \max(|\dot{\gamma}(t)|, |\dot{\psi}(t)|, |\dot{\vartheta}(t)|) &\leq 0,05 \text{ град/с}. \end{aligned} \quad (26)$$

Опишем процесс выбора параметров  $p_1^*$ ,  $\tilde{p}_2^*$  в законах управления (10) (24) и (10), (21). Выбор параметра  $q_1^*$  в законе управления (3), (4) осуществляется аналогично.

Для различных значений параметров  $p_1^*$ ,  $\tilde{p}_2^*$  в среде MATLAB [21] с шагом 1 с моделировались переходные процессы

$$x(t) = \expm(A^*(p_1^*, \tilde{p}_2^*)t)x(0), \quad (27)$$

где  $\expm$  – функция матричной экспоненты [21];  $A^*(p_1^*, \tilde{p}_2^*)$  – матрица замкнутой системы управления (23) или (25), при  $2^4 = 16$  комбинациях начальных условий, отличающихся знаками:  $[\gamma(0) \mid \psi(0)] = [\pm 5 \mid \pm 5]$  град,  $[\dot{\gamma}(0) \mid \dot{\psi}(0)] = [\pm 0,01 \mid \pm 0,01]$  град/с.

В каждой серии из шестнадцати переходных процессов с указанными начальными условиями определялись наибольшие по модулю (за все время переходных процессов из всех шестнадцати переходных процессов) значения компонент вектора состояния (углы  $\gamma_{\max}$ ,  $\psi_{\max}$ , град; угловые скорости  $\dot{\gamma}_{\max}$ ,  $\dot{\psi}_{\max}$ , град/с), а также наибольшие (из шестнадцати переходных процессов) значения длительности переходного процесса  $\tau_{\max}$ , с.

Оптимизация выполнялась с помощью функции `fminsearch` [21] в три этапа. Стартовые значения параметров  $p_1^*$ ,  $\tilde{p}_2^*$  на первом этапе задавались случайным образом (равномерное распределение). Стар-

товыми значениями параметров  $p_1^*$ ,  $\tilde{p}_2^*$  на втором и третьем этапах становились оптимальные (локальный экстремум) значения этих параметров, полученные на предыдущем этапе.

На первом этапе, без моделирования процессов (27), определялся наилучший возможный запас устойчивости  $\eta$ . Этап является предварительным и необходим для уменьшения общего времени моделирования процессов (27). Критерий оптимизации:

$$Q_1(p_1^*, \tilde{p}_2^*) = \eta(p_1^*, \tilde{p}_2^*) = \min_{i=1,4} \left| \operatorname{Re} \phi_i^*(p_1^*, \tilde{p}_2^*) \right| \rightarrow \max_{p_1^*, \tilde{p}_2^*},$$

где  $\phi_i^*$  – собственные значения матрицы  $A^*$ .

На втором этапе, с моделированием процессов (27), обеспечивалось выполнение условий (26) с наилучшим возможным запасом, а также с некоторым контролем длительности переходного процесса. Критерий оптимизации:

$$Q_2(p_1^*, \tilde{p}_2^*) = \max \left( \begin{array}{l} \gamma_{\max}(p_1^*, \tilde{p}_2^*) \\ \Psi_{\max}(p_1^*, \tilde{p}_2^*) \end{array} \right) + 10 \max \left( \begin{array}{l} \dot{\gamma}_{\max}(p_1^*, \tilde{p}_2^*) \\ \dot{\Psi}_{\max}(p_1^*, \tilde{p}_2^*) \end{array} \right) + \frac{\tau_{\max}(p_1^*, \tilde{p}_2^*)}{5000} \rightarrow \min_{p_1^*, \tilde{p}_2^*}.$$

На третьем этапе, с моделированием процессов (27), минимизировалась длительность переходного процесса при выполнении условий линеаризации (26). Критерий оптимизации:

$$Q_3(p_1^*, \tilde{p}_2^*) = \tau_{\max}(p_1^*, \tilde{p}_2^*) \rightarrow \min_{p_1^*, \tilde{p}_2^*, \text{ усл. лин.}}$$

Результаты оптимизации параметров  $p_1^*$ ,  $\tilde{p}_2^*$  для управляемого движения рассматриваемого космического аппарата, описываемого матрицей (25), во взаимосвязанных каналах крена и рысканья при изменении только угловой скорости крена представлены в табл. 1.

Таблица 1

Этап	$p_1^*; \tilde{p}_2^*$	$\eta$	$\gamma_{\max}$ , Град; $\dot{\gamma}_{\max}$ , град/с	$\Psi_{\max}$ , Град; $\dot{\Psi}_{\max}$ , град/с	$\tau_{\max}$ , с
1	$15,700 \cdot 10^{-3}$ $16,460 \cdot 10^{-6}$	$4,312 \cdot 10^{-4}$	5,516 0,010	34,303 0,025	24488
2	$13,880 \cdot 10^{-3}$ $4,602 \cdot 10^{-6}$	$1,632 \cdot 10^{-4}$	5,607 0,010	22,897 0,016	27541
3	<b><math>11,590 \cdot 10^{-3}</math></b> <b><math>8,867 \cdot 10^{-6}</math></b>	$3,491 \cdot 10^{-4}$	5,681 0,010	29,892 0,021	<b>13503</b>

Примечание: Полужирным выделены окончательно выбранные значения, принятые оптимальными.

Результаты оптимизации параметров  $p_1^*$ ,  $\tilde{p}_2^*$  для управляемого движения рассматриваемого космического аппарата, описываемого матрицей (23), во взаимосвязанных каналах крена и рысканья при изменении только угловой скорости рысканья представлены в табл. 2.

Таблица 2

Этап	$p_1^*; \tilde{p}_2^*$	$\eta$	$\gamma_{\max}$ , Град ; $\dot{\gamma}_{\max}$ , град/с	$\Psi_{\max}$ , Град ; $\dot{\Psi}_{\max}$ , град/с	$\tau_{\max}$ , с
1	$2,071 \cdot 10^{-3}$ $2,821 \cdot 10^{-6}$	$5,164 \cdot 10^{-4}$	13,467 0,021	8,953 0,010	12367
2	$2,129 \cdot 10^{-3}$ $1,300 \cdot 10^{-6}$	$2,550 \cdot 10^{-4}$	10,626 0,016	9,692 0,010	15148
3	<b><math>1,723 \cdot 10^{-3}</math></b> <b><math>2,446 \cdot 10^{-6}</math></b>	$4,270 \cdot 10^{-4}$	13,237 0,020	9,475 0,010	<b>9911</b>

Примечание: Полужирным выделены окончательно выбранные значения, принятые оптимальными.

Результаты оптимизации параметра  $q_1^*$  для управляемого движения рассматриваемого космического аппарата, описываемого матрицей (6), в канале тангажа при измерении только угловой скорости тангажа представлены в табл. 3.

Таблица 3

Этап	$q_1^*$	$\eta$	$\vartheta_{\max}$ , град	$\dot{\vartheta}_{\max}$ , град/с	$\tau_{\max}$ , с
1	$0,787 \cdot 10^{-3}$	$3,935 \cdot 10^{-4}$	13,187	0,010	17766
2	$0,703 \cdot 10^{-3}$	$3,517 \cdot 10^{-4}$	13,770	0,010	14482
3	<b><math>0,634 \cdot 10^{-3}</math></b>	$3,170 \cdot 10^{-4}$	14,318	0,010	<b>12715</b>

**Примечание:** Полужирным выделены окончательно выбранные значения, принятые оптимальными.

Для проверки работы законов управления (10), (24) и (11), (21) с оптимальными параметрами  $p_1^*$ ,  $\tilde{p}_2^*$  (табл. 1, 2, этап 3), а также закона управления (3), (4) с оптимальным параметром  $q_1^*$  (табл. 3, этап 3) промоделированы по  $10^4$  переходных процессов при случайных (равномерное распределение) начальных условиях из следующих диапазонов

$$\max(|\gamma(0)|, |\psi(0)|, |\vartheta(0)|) \leq 5^\circ; \max(|\dot{\gamma}(0)|, |\dot{\psi}(0)|, |\dot{\vartheta}(0)|) \leq 0,01 \text{ град/с}.$$

Моделированием подтвержден факт о стабилизирующей природе разработанных законов управления. Каждый из предложенных законов обеспечивает выполнение условий линеаризации (26) при всех рассмотренных вариантах случайных начальных условий.

Для управляемого процесса трехосной орбитальной стабилизации космического аппарата при измерении только угловых скоростей крена и тангажа наибольшая (из  $10^4$  вариантов начальных условий) длительность переходного процесса, составившая 13464 с (2,48 витка), была получена при следующих начальных условиях:

$$\begin{aligned} [\gamma(0) \mid \psi(0) \mid \vartheta(0)] &= [-4,384 \mid 4,302 \mid 4,958] \text{ град}, \\ [\dot{\gamma}(0) \mid \dot{\psi}(0) \mid \dot{\vartheta}(0)] &= [-9,090 \mid -9,870 \mid -9,830] \cdot 10^{-3} \text{ град/с}. \end{aligned}$$

Наиболее длительный переходный процесс стабилизации углового положения космического аппарата при измерении только угловых скоростей крена и тангажа иллюстрирует рис. 1.

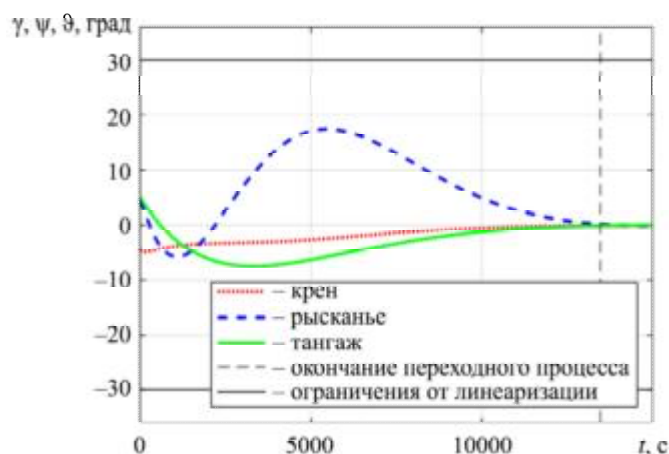


Рис. 1

Наиболее длительный переходный процесс стабилизации угловых скоростей космического аппарата при измерении только угловых скоростей крена и тангажа приведен на рис. 2.

Для управляемого процесса трехосной орбитальной стабилизации космического аппарата при измерении только угловых скоростей рысканья и тангажа наибольшая (из  $10^4$  вариантов начальных усло-

вий) длительность переходного процесса, составившая 12701 с (2,34 витка), была получена при начальных условиях

$$[\gamma(0) \mid \psi(0) \mid \vartheta(0)] = [2,902 \mid 3,469 \mid 4,958] \text{ град};$$

$$[\dot{\gamma}(0) \mid \dot{\psi}(0) \mid \dot{\vartheta}(0)] = [9,467 \mid 9,954 \mid -9,830] \cdot 10^{-3} \text{ град/с}.$$

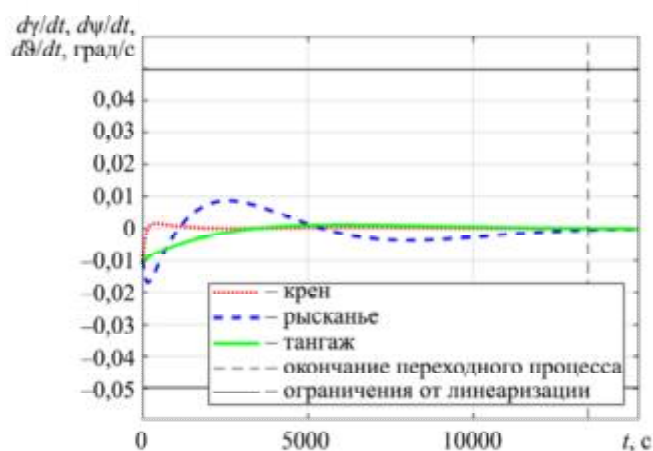


Рис. 2

Наиболее длительный переходный процесс стабилизации углового положения космического аппарата при измерении только угловых скоростей рысканья и тангажа иллюстрирует рис. 3.

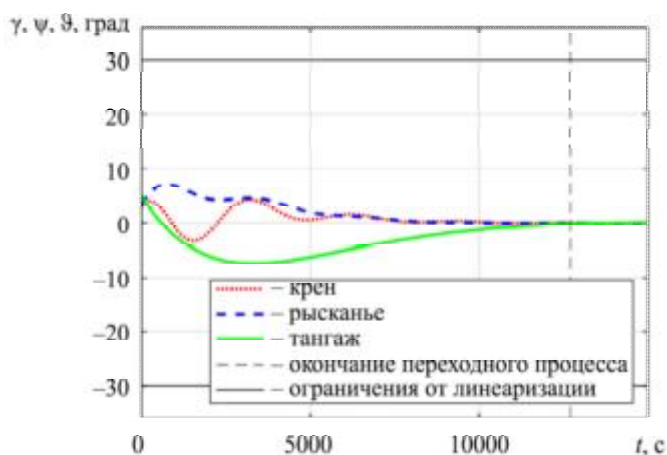


Рис. 3

Наиболее длительный переходный процесс стабилизации угловых скоростей космического аппарата при измерении только угловых скоростей рысканья и тангажа приведен на рис. 4.

При измерении только угловых скоростей крена и тангажа (см. рис. 1, 2) переходный процесс в канале тангажа завершается раньше, чем во взаимосвязанных каналах крена и рысканья. При измерении только угловых скоростей рысканья и тангажа (см. рис. 3, 4) быстрее протекает переходный процесс во взаимосвязанных каналах крена и рысканья. Это связано с ограничением (5), наложенным на моменты инерции.

В силу того что при использовании линеаризованной модели углового движения космического аппарата на круговой орбите канал тангажа не связан с каналами крена и рысканья, в работе построены стабилизирующие законы управления орбитальной ориентацией во взаимосвязанных каналах крена и рысканья при измерении только угловой скорости крена или только угловой скорости рысканья, а также заимствовано полученное ранее управление в канале тангажа при измерении только угловой скорости тангажа.

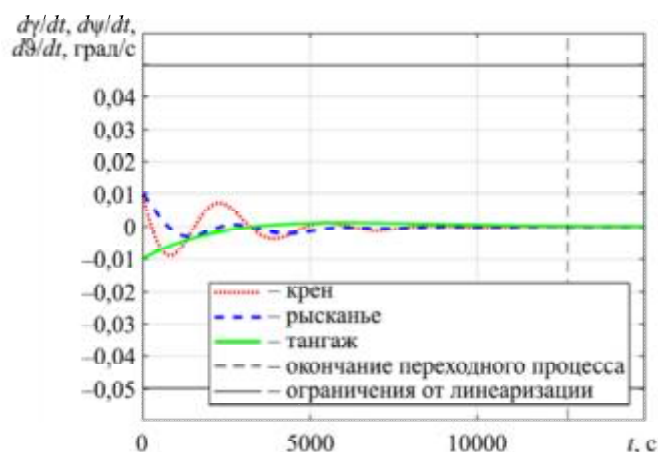


Рис. 4

Законы получены с помощью аналитического синтеза управления по выходу для линейной стационарной системы управления четвертого порядка с двумя входами и одним выходом. Регулятор по выходу рассчитан на основе решения аналогичной задачи с двумя входами и двумя выходами (добавляется угол крена или рысканья) и обнуления столбца, соответствующего добавленному углу. Выполнена оптимизация коэффициентов желаемого характеристического полинома по длительности переходного процесса при ограничениях на углы и угловые скорости, вызванных линеаризацией. Применимость подхода подтверждена примерами численного моделирования.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борисенко Н.Ю., Сумароков А.В. Об ускоренном построении орбитальной ориентации грузовых и транспортных кораблей серий «Союз МС» и «Прогресс МС» // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2017. № 5. С. 131–141.
2. Зубов Н.Е., Латин А.В., Рябченко В.Н. Аналитический алгоритм построения орбитальной ориентации космического аппарата при неполном измерении компонент вектора состояния // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2019. № 6. С. 128–138.
3. Зубов Н.Е. и др. Аналитический синтез законов стабилизации орбитальной ориентации космического аппарата по информации об одном угле и полном векторе угловой скорости // Изв. вузов. Авиационная техника. 2018. № 2. С. 53–63.
4. Зубов Н.Е. и др. Идентификация положения равновесной ориентации Международной космической станции как задача матричного пополнения с устойчивостью // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2012. № 2. С. 130–144.
5. Романенко Л.Г., Романенко А.Г., Самарова Г.Г. Управление продольным движением летательного аппарата при отсутствии в автопилоте сигнала по углу тангажа // Изв. вузов. Авиационная техника. 2014. № 4. С. 25–29.
6. Романенко Л.Г., Самарова Г.Г., Романенко А.Г. Управление боковым движением летательного аппарата при отсутствии в автопилоте сигнала по углу крена // Изв. вузов. Авиационная техника. 2014. № 2. С. 19–23.
7. Богачев А.В. и др. Разгрузка кинетического момента инерционных исполнительных органов космического аппарата в канале тангажа // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2011. № 3. С. 132–139.
8. Сумароков А.В., Платонов В.Н. Обеспечение точностных характеристик стабилизации перспективного космического аппарата дистанционного зондирования Земли // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2018. № 4. С. 193–205.
9. Зубов Н.Е., Латин А.В., Рябченко В.Н. Аналитический синтез модального регулятора по выходу для управления ориентацией спускаемого аппарата при спуске в атмосфере Земли // Изв. вузов. Авиационная техника. 2019. № 3. С. 46–59.
10. Латин А.В., Зубов Н.Е. Стабилизация орбитальной ориентации космического аппарата в каналах крена и рысканья при измерении только угловой скорости крена // 48-е Академические чтения по космонавтике, посвященные памяти академика С.П. Королева и других выдающихся отечественных ученых – пионеров освоения космического пространства. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2024. Т. 2. С. 469–473.

11. *Зубов Н.Е., Лапин А.В., Рябченко В.Н.* Синтез аналитических законов стабилизации орбитальной ориентации космического аппарата при отсутствии информации об измерении углов ориентации // Космическая техника и технологии. 2024. № 3 (46). С. 131–39.
12. *Зубов Н.Е. и др.* Управление по выходу спектром линейной динамической системы на основе подхода Ван дер Воуда // Докл. АН. 2017. Т. 476. № 3. С. 260–263.
13. *Зубов Н.Е., Лапин А.В.* Приведение модального управления по выходу для стационарных систем четвертого порядка с двумя входами и двумя выходами к управлению по состоянию системой с одним входом // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2023. № 2. С. 26–43.
14. *Lapin A.V., Zubov N.E.* Generalization of Bass – Gura Formula for Linear Dynamic Systems with Vector Control // Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Natural Sciences. 2020. Vol. 89. Iss. 2. P. 41–64.
15. *Galiaskarov I.M. et al.* Non-Parametric Method for Identification and Prediction of Events in the Power System Based on Digital Signal Processing Device // AIP Conference Proceedings. 2023. Vol. 2552. Iss. 1. Article № 050009.
16. *Gadzhiev M.G. et al.* Reduction and Equivalencing of Equations of Electrical Network Based on Matrix Annihilators // Energy System Research. 2018. Vol. 1. Iss. 1. P. 94–99.
17. *Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N., Zybin E.Yu.* Block Algebraic Problem Solution and its Application in Calculations of Electrical Networks and Systems // IEEE Russia Power Tech, June 27–30, 2005, St. Petersburg, Russia. P. 1–5.
18. *Гантмахер Ф.П.* Теория матриц. М.: Физматлит, 2010. 560 с.
19. *Ackermann J., Utkin V.* Sliding Mode Control Design Based on Ackermann’s Formula // IEEE Transactions on Automatic Control. Vol. 43. Iss. 2. P. 234–237.
20. *Bodson M.* Explaining the Routh – Hurwitz Criterion: A Tutorial Presentation (Focus on Education) // IEEE Control Systems Magazine. 2020. Vol. 40. Iss. 1. P. 45–51.
21. *Kisacanin B., Agarwal G.C.* Linear Control Systems: with Solved Problems and MATLAB Examples [Electronical Resource]. URL: <https://z-library.sk/book/2093868/bd078d/linear-control-systems-with-solved-problems-and-matlab-examples.html> (дата обращения: 10.03.2025).

Поступила в редакцию 10.04.25

После доработки 16.04.25

Принята к публикации 17.04.25

## **Stabilizing the Orbital Orientation of a Spacecraft at Measuring only Angular Rates of Roll and Pitch or Angular Rates of Yaw and Pitch**

N.E. ZUBOV, A.V. LAPIN, AND V.N. RYABCHENKO

Bauman Moscow State Technical University, Moscow

*The stabilizing laws are built for controlling the orbital orientation of a spacecraft at measuring only angular rates of roll and pitch or angular rates of yaw and pitch. The laws are obtained via analytical synthesis of control by output. The controllers by output are calculated based on a set of controllers by state using the matrix equation of coupling. The specified spectrum of a block matrix for the closed-loop control system is provided by means of similarity transformation in the form of block transposing that made it possible to switch from control by output for a system with two inputs to control by state for a system with a single input. The conditions are given at which controllers by output exist and become stabilizing. Specific values of adjusting constants minimize the duration of transient at restrictions on angles and angular rates caused by linearization. The applicability of suggesting approach is confirmed by examples of numerical simulation.*

**Gravitational torque, decomposition approach, orbital orientation, similarity transformation, control by output**

## Виртуальная модель динамики маневренного самолета

**А.З. ТАРАСОВ,**  
канд. техн. наук  
(ПАО «ОАК» ОКБ Сухого,  
Москва),  
**В.Н. ТИХОНОВ,**  
канд. техн. наук  
(МАИ, Москва)  
pvl@mai.ru

*Предложена методика формирования обобщенной математической модели динамики управляемого движения самолета на ранних стадиях проектирования авиационного комплекса, востребованной при опережающей отработке различных составных частей авиационного комплекса, а также в целях внешнего проектирования.*

**Математическое и полунатурное моделирование, виртуальная обобщенная модель движения, пилотажные характеристики самолета, нормирующие функции**

При проектировании современных летательных аппаратов самолетного типа, являющихся составной частью сложных авиационных комплексов, часто на ранних этапах проектирования используются модели движения будущего самолета, для которого еще не сформирована база данных аэродинамических характеристик, а также законы работы и алгоритмы системы управления. Это необходимо для обеспечения разработки перспективных комплексов бортового оборудования [1], информационно-управляющей системы [2] и других самолетных систем [3], а также для решения задач внешнего проектирования [4, 5]. Разрешение указанного противоречия возможно применением упрощенной виртуальной модели динамики движения самолета с заданными и/или прогнозируемыми летными характеристиками [6].

Основное требование к виртуальной обобщенной модели состоит в том, что она должна обеспечивать приемлемое (желаемое, в зависимости от решаемой задачи) подобие с ожидаемой по результатам предварительных оценок динамикой движения самолета как относительно центра масс, так и по параметрам траекторного движения. Это требование предполагает возможность гибкой и быстрой адаптации модели под особенности динамических характеристик, обусловленные спецификой решаемой задачи. При этом определяющим является требование к возможности применения методики построения модели для широкого класса объектов, в том числе маневренных самолетов, в пределах условий стационарности и линейности их характеристик. Важнейшим является требование к вектору входных управляющих координат при полунатурном (стендовом) моделировании, которыми должны являться положения рычагов управления самолетом и рычагов управления двигателем, а также при необходимости внешние возмущения по поточным углам и/или скорости полета.

Обобщенная модель движения самолета должна описывать его как твердое тело с полным набором фазовых координат, характерных для самолета, – трех углов Эйлера (угол тангажа  $\vartheta$ , угол крена  $\gamma$ , угол курса  $\psi$ ), трех линейных координат в нормальной земной системе координат ( $H, X_g, Z_g$ ), трех угловых скоростей ( $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ ) в связанной системе координат, углов атаки  $\alpha$  и скольжения  $\beta$ , а также скорости полета  $V$  [6]. Здесь и далее все обозначения и сокращения приведены в соответствии с ГОСТ 20058-80 [7] и работой [6].

Так как наиболее важным с точки зрения подобия движения по восприятию летчика является соответствие параметров внутренних контуров управления (короткопериодическое движение в продольном канале и быстрые движения в боковом канале) [8–10], целесообразно формировать параметры этих видов движения с использованием передаточных функций, а описание движения самолета выполнять с использованием полной системы уравнений пространственного движения по результатам управляющих воздействий ( $X_b, X_z, X_n, X_{руд}$ ) и внешних возмущений.

В этом случае параметры передаточных функций можно выбирать исходя из широко применяемых нормативных требований к пилотажным характеристикам самолетов [6, 8, 9, 11]. Такой подход положен в основу методики формирования виртуальной модели динамики маневренного самолета.

Модель строится по следующим основным принципам.

Используются полные кинематические дифференциальные уравнения углового движения самолета – уравнения Эйлера для углов  $\vartheta, \gamma, \psi$  через угловые скорости вращения самолета относительно связанных осей координат. Допускаются и другие способы получения углов тангажа, крена и рыскания при заданных значениях угловых скоростей (направляющие косинусы, кватернионы и т. п.).

Используется полная система дифференциальных уравнений, описывающих изменения поточных углов  $\alpha$ ,  $\beta$  и изменения скорости полета  $V$  (уравнения сил), которые имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \omega_z + (\omega_y \sin \alpha - \omega_x \cos \alpha) \operatorname{tg} \beta - \frac{g}{V} \frac{n_{ye}}{\cos \beta} + \frac{g}{V} \frac{\sin \vartheta \sin \alpha + \cos \vartheta \cos \gamma \cos \alpha}{\cos \beta}; \\ \dot{\beta} = \omega_y \cos \alpha + \omega_x \sin \alpha + \frac{g}{V} (n_z \cos \beta - n_{xe} \sin \beta) + \\ + \frac{g}{V} [(\sin \vartheta \cos \alpha - \cos \vartheta \cos \gamma \sin \alpha) \sin \beta + \cos \vartheta \sin \gamma \cos \beta]; \\ \dot{V} = g [n_{xe} \cos \beta + n_z \sin \beta - (\cos \alpha \sin \vartheta - \sin \alpha \cos \vartheta \cos \gamma) \cos \beta + \sin \beta \cos \vartheta \sin \gamma], \end{cases} \quad (1)$$

где  $n_{xe}$ ,  $n_{ye}$  – продольная и нормальная перегрузки в полусвязанной системе координат;  $n_z$  – боковая перегрузка в полусвязанной системе координат. Выражения для полусвязанных продольной и нормальной перегрузок

$$\begin{cases} n_{ye} = \frac{qS}{G} C_{ye}(\alpha, M) + \Delta n_{хгп}(H, M, P_{\text{РРД}}) \sin \alpha; \\ n_{xe} = \Delta n_{хгп} \cos \alpha - \frac{qS}{G} \Delta C_{xe\alpha}; \Delta C_{xe\alpha} = C_{xe}(C_{ye}(\alpha), M) - C_{xe}(C_{ye}(\alpha_{\text{гп}}), M); \\ \Delta n_{хгп} = \frac{P - qSC_{хгп}}{mg}; C_{хгп} = (C_{x0} + C_{xi}) = C_x(C_{yгп}); C_{yгп} = \frac{G}{qS}; \\ G = mg; q = 0,7 p_H M^2; M = \frac{V}{a}; a = 20,05 \sqrt{T_H}, \end{cases} \quad (2)$$

где  $P_{\text{РРД}}$  – режим работы двигателя, описывают эффективную тягу и лобовое сопротивление (рис. 1).

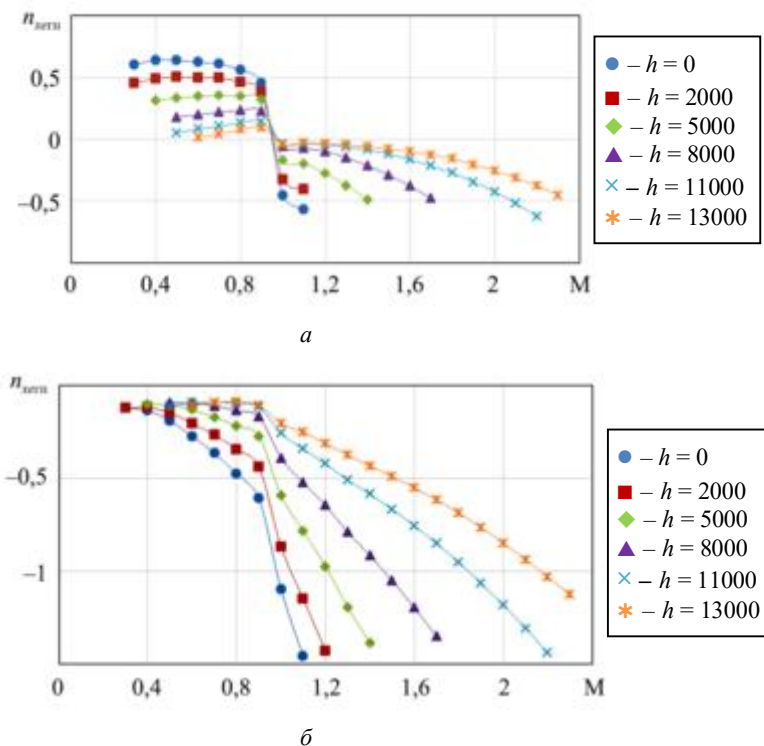


Рис. 1. Избыточные продольные перегрузки в полусвязанной системе координат ( $h$  – высота, м):  
 $a$  – режим «максимал»;  $b$  – режим «малый газ»

Для упрощения примем, что вектор тяги проходит через центр масс самолета по строительной оси. Как правило, высотно-скоростные характеристики силовой установки определяются еще на этапе созда-

ния научно-технического задела. Характеристики лобового сопротивления принимаются по статистическим данным либо эмпирическим зависимостям [12].

Степень дросселирования  $\bar{X}_{РВД}$  и приемистость двигателя представляются в виде простейшей модели типа апериодического звена:

$$\begin{cases} T_{дв} \frac{d}{dt}(\Delta n_{хгп}) + \Delta n_{хгп} = \Delta n_{хгп}(H, M) \bar{X}_{РВД}; \\ T_{дв0} = (0,8 + 1,2 \bar{X}_{РВД}); T_{дв} = T_{дв0} K_H K_M, \end{cases} \quad (3)$$

где  $T_{дв}$  – постоянная времени;  $K_H, K_M$  – коэффициенты, характеризующие изменение приемистости по высоте и числу Маха. При активации форсажных режимов добавляется чистое запаздывание  $\tau = 0,3 \div 0,5$  с.

Считаем, что система улучшения устойчивости и управляемости обеспечивает определенные (проектируемые) динамические характеристики движения самолета и эффективность управления по угловым скоростям, углам атаки и скольжения. При этом пренебрегаем динамическими характеристиками различных фильтров в системе управления, приводов и т. п. Кроме того, считаем, что система управления в боковом канале обеспечивает практически идеальную развязку движений крена и рыскания, т. е. при развитии крена возмущения по углу скольжение минимально и определяется только весовыми составляющими. В итоге уравнения движения в скоростной и полусвязанной системах координат совпадают. Командные отклонения обобщенных органов продольного, путевого и поперечного управления ( $\delta_3, \delta_n, \varphi$ ) задаются отклонениями соответствующих рычагов управления самолета –  $X_b, X_3, X_n, X_{РВД}$ . Допускаем, что максимальным отклонениям рычагов управления самолета соответствуют располагаемые отклонения соответствующих органов управления, а регулируются значения коэффициентов эффективности управления, т. е. используются некоторые эффективные значения аэродинамических производных по параметрам движения  $\omega_{xe}, \omega_{ye}, \omega_z, \alpha, \beta$ , а также управления ( $\delta_3, \delta_n, \varphi$ ), которые можно трактовать как аэродинамические производные, записанные с учетом работы системы улучшения устойчивости и управляемости. Уравнения углового движения самолета относительно центра масс в связанной системе координат записываются с допущением о равенстве нулю центробежного момента инерции  $I_{xy} = 0$ .

Таким образом, имеем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \omega_z + (\omega_y \sin \alpha - \omega_x \cos \alpha) \operatorname{tg} \beta - \frac{g}{V} \frac{n_{ye}}{\cos \beta} + \frac{g}{V} \frac{\sin \vartheta \sin \alpha + \cos \vartheta \cos \gamma \cos \alpha}{\cos \beta}; \\ \dot{\beta} = \omega_y \cos \alpha + \omega_x \sin \alpha + \frac{g}{V} (n_z \cos \beta - n_{xe} \sin \beta) + \frac{g}{V} [(\sin \vartheta \cos \alpha - \cos \vartheta \cos \gamma \sin \alpha) \sin \beta + \cos \vartheta \sin \gamma \cos \beta]; \\ \dot{\gamma} = g [n_{xe} \cos \beta + n_z \sin \beta - (\cos \alpha \sin \vartheta - \sin \alpha \cos \vartheta \cos \gamma) \cos \beta + \sin \beta \cos \vartheta \sin \gamma]; \\ \dot{\omega}_x = \bar{M}_x + \frac{I_y - I_z}{I_x} \omega_y \omega_z; \\ \dot{\omega}_y = \bar{M}_y + \frac{I_z - I_x}{I_y} \omega_x \omega_z; \\ \dot{\omega}_z = \bar{M}_z + \frac{I_x - I_y}{I_z} \omega_x \omega_y; \\ \dot{\vartheta} = \omega_z \cos \gamma + \omega_y \sin \gamma; \\ \dot{\psi} = \frac{1}{\cos \vartheta} (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma); \\ \dot{\gamma} = \omega_x - \operatorname{tg} \vartheta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma); \\ \frac{dH}{dt} = V [\cos \alpha \cos \beta \sin \vartheta - \sin \alpha \cos \beta \cos \vartheta \cos \gamma - \sin \beta \cos \vartheta \sin \gamma]; \\ \frac{dX_g}{dt} = V [\cos \alpha \cos \beta \cos \vartheta \cos \psi + \sin \alpha \cos \beta (\sin \vartheta \cos \gamma \cos \psi - \sin \gamma \sin \psi) + \sin \beta (\sin \vartheta \sin \gamma \cos \psi + \cos \gamma \sin \psi)]; \\ \frac{dZ_g}{dt} = -V [\cos \alpha \cos \beta \cos \vartheta \sin \psi + \sin \alpha \cos \beta (\sin \vartheta \cos \gamma \sin \psi + \sin \gamma \cos \psi) + \sin \beta (\sin \vartheta \sin \gamma \sin \psi - \cos \gamma \cos \psi)]. \end{cases} \quad (4)$$

В системе (4) моменты в связанной системе координат:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{M}_x = \frac{M_x}{I_x}, M_x = M_{xe} \cos \alpha + M_{ye} \sin \alpha, \bar{M}_{xe} = \bar{M}_{xe}^{\omega_{xe}} \omega_{xe} + \bar{M}_{xe}^{\delta_3} \delta_3; \\ \bar{M}_y = \frac{M_y}{I_y}, M_y = -M_{xe} \sin \alpha + M_{ye} \cos \alpha; \\ \bar{M}_{ye} = \bar{M}_{ye}^{\beta} \beta + \bar{M}_{ye}^{\omega_{ye}} \left( \omega_{ye} + \frac{g}{V} \cos \vartheta \sin \gamma \right) + \bar{M}_{ye}^{\delta_H} \delta_H; \\ \bar{M}_z = \frac{M_z}{I_z} = \bar{M}_z^{\alpha} \alpha + \bar{M}_z^{\omega_z} \omega_z + \bar{M}_z^{\varphi} \varphi. \end{array} \right. \quad (5)$$

Здесь эффективные моменты в полусвязанной системе координат выражены с учетом работы системы улучшения устойчивости и управляемости.

Параметры представленной модели динамики самолета (4) задаются через обобщенные характеристики устойчивости и управляемости [9–11, 13].

Для задания в системе (4) параметров, определяющих динамические характеристики движения самолета и эффективность управления, уравнения движения самолета приводятся к передаточным функциям по параметрам движения на управления  $\delta_3$ ,  $\delta_H$ ,  $\varphi$  при опорном движении в прямолинейном горизонтальном полете и без учета весовых составляющих:

- продольный канал управления (командный сигнал  $\varphi$ )

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ \frac{\alpha}{\varphi} \right\} = \frac{\bar{M}_z^{\varphi}}{s^2 + 2\xi_0 s + \omega_0^2}; \\ \left\{ \frac{\omega_z}{\varphi} \right\} = \frac{\bar{M}_z^{\varphi} (s + \bar{Y}^{\alpha})}{s^2 + 2\xi_0 s + \omega_0^2}; \end{array} \right. \quad (6)$$

- поперечный канал управления (командный сигнал  $\delta_H$ )

$$\left\{ \frac{\omega_{xe}}{\delta_3} \right\} = \frac{\bar{M}_x^{\delta_3}}{s - \lambda_{кр}}; \left\{ \frac{\beta}{\delta_3} \right\} = 0; \quad (7)$$

- путевой канал управления (командный сигнал  $\delta_H$ )

$$\left\{ \frac{\omega_{ye}}{\delta_H} \right\} = \frac{\bar{M}_y^{\delta_H} (s - \bar{Z}^{\beta})}{s^2 + 2\xi_6 s + \omega_6^2}; \left\{ \frac{\omega_{xe}}{\delta_H} \right\} = 0; \quad (8)$$

$$\left\{ \frac{\beta}{\delta_H} \right\} = \frac{\bar{M}_y^{\delta_H}}{s^2 + 2\xi_6 s + \omega_6^2}; \bar{Z}^{\beta} = \frac{g}{V} \frac{qS}{G} C_z^{\beta}.$$

В этом случае применимы следующие соотношения.

Для продольного канала управления:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{M}_z^{\omega_z} = \bar{Y}^{\alpha} - 2\xi_0 \omega_0; \bar{M}_z^{\alpha} = -\omega_0^2 - \bar{M}_z^{\omega_z} \bar{Y}^{\alpha}; \\ \bar{Y}^{\alpha} = \frac{g}{V} \frac{qS}{G} C_y^{\alpha}; C_y^{\alpha} = C_{y0}^{\alpha} \bar{C}_y^{\alpha}, C_{y0}^{\alpha} = C_y^{\alpha} (M < M_{крит}), \end{array} \right. \quad (9)$$

где  $M_{крит}$  – критическое число Маха. Для примера:  $C_{y0}^{\alpha} = 0,085$  1/град.

Нормирующая функция  $\bar{C}_y^{\alpha}(M)$  задается, например, как на рис. 2, а [6, 14].

Частота недемпфированных колебаний  $\omega_0$  и относительный коэффициент демпфирования  $\xi_0$  продольного короткопериодического движения задаются таким образом, чтобы обеспечивалось необходи-

мое качество пилотажных характеристик [9, 11] с учетом специфики рассматриваемой задачи. Для первого уровня продольных пилотажных характеристик эти величины принимаются в виде функций от параметра  $\bar{Y}^\alpha$  (рис. 2, б).

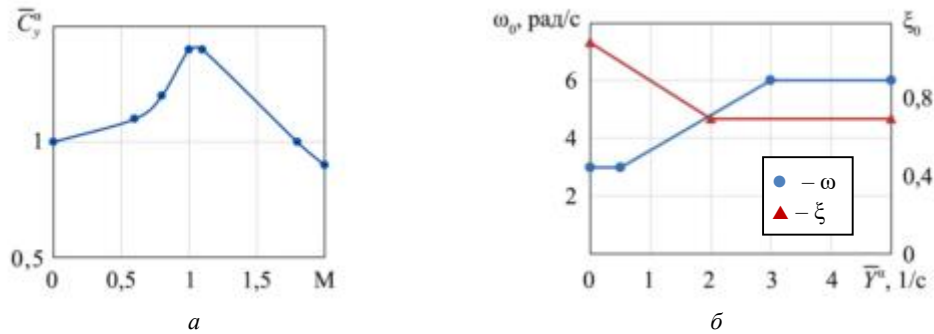


Рис. 2. Параметры продольного движения: а – нормирующая функция  $\bar{C}_y^\alpha(M)$ ; б – недемпфированная частота и демпфирование

Для определения параметра  $\bar{M}_z^\varphi$  необходимо задать максимально допустимую величину нормальной перегрузки в связанной системе координат  $n_{y\max}$  и максимально допустимый угол атаки самолета  $\alpha_{\text{допmax}}$ , град. В этом случае параметр  $\bar{M}_z^\varphi$  будет определяться следующим выражением:

$$\begin{cases} \bar{M}_z^\varphi = \frac{\omega_0^2 \min\{1; n_{y\max}/n_{ym}\} \alpha_{\text{допmax}}}{57,3\varphi_{\max}}; \\ n_{ym} = \frac{qS}{G} C_y(\alpha_{\text{допmax}}, M), \end{cases} \quad (10)$$

где  $\varphi_{\max}$  – располагаемый угол отклонения стабилизатора (ручки управления в продольном канале:  $|\varphi|_{\max} = K_{\text{шв}} |X|_{\text{вmax}}$ ). Значение  $|\varphi|_{\max}$  соответствует либо максимальному углу атаки на режимах полета с малыми скоростными напорами, либо максимальной перегрузке на режимах полета с большими значениями скоростного напора. При заданных зависимостях  $C_y(\alpha, M)$  максимальные допустимые значения угла атаки и перегрузки могут быть заданы следующими характерными для современных истребителей зависимостями [14]:

$$\begin{cases} \alpha_{\text{макс доп}} = \begin{cases} 24^\circ, & \text{если } M \leq 0,9; \\ 12^\circ, & \text{если } M > 1,3; \\ \text{линейно между ними,} & \text{если } 0,9 < M \leq 1,3; \end{cases} \\ n_{y\max} = \begin{cases} 9,0, & \text{если } M \leq 0,8; \\ 6,5, & M > 0,9; \\ \text{линейно между ними,} & \text{если } 0,8 < M \leq 0,9. \end{cases} \end{cases} \quad (11)$$

Для минимальных допустимых значений угла атаки и перегрузки ограничения и коэффициент эффективности управления задаются аналогично.

Для бокового канала управления:

$$\begin{cases} \bar{M}_{xe}^{\omega_{xe}} = \lambda_{\text{кр}}; \bar{M}_{ye}^{\omega_{ye}} = -2\zeta_6 - \bar{Z}^\beta; \bar{M}_{ye}^\beta = -\omega_0^2 + \bar{Z}^\beta \bar{M}_{ye}^{\omega_{ye}}; \\ \bar{Z}^\beta = \frac{g}{V} \frac{qS}{G} C_z^\beta / 57,3; \zeta_6 = \xi_6 \omega_0; C_{z0}^\beta \Big|_{M \leq 0,1} = 0,014. \end{cases} \quad (12)$$

При  $M > 0,1$   $C_z^\beta = C_{z0}^\beta \bar{C}_y^\alpha$ .

Входящие в выражения (12) параметры  $\lambda_{кр}$ ,  $\xi_{\delta}$ ,  $\omega_{\delta}$ ,  $C_z^{\beta}$  являются функциями режима полета и задаются из условий задачи моделирования и требуемого качества пилотажных характеристик, например, следующим образом [6, 9–12]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{кр} = \lambda_{кр}(q/V) \bar{\lambda}_{кр}(\alpha) \bar{C}_y^{\alpha}; \quad \xi_{\delta} = \xi_{\delta 0} \bar{\zeta}_{\delta}(\alpha), \quad \xi_{\delta 0} = 0,4; \\ \omega_{\delta} = \omega_{\delta}(q) \bar{\omega}_{\delta}(\alpha); \quad \bar{M}_{xe}^{\delta_3} = \left\{ \frac{\omega_{xe \max}}{\delta_{\max}} \right\} \lambda_{кр}; \\ \left\{ \frac{\omega_{xe \max}}{\delta_{\max}} \right\} = f_1(V) \bar{f}_2(\alpha) \bar{f}_3(q), \quad \bar{f}_3(q) = 1 - \frac{q}{1,44 q_{\max}}; \quad q_{\max} = 80000; \\ \bar{M}_{ye}^{\delta_n} = -\omega_{\delta}^2 \min \left\{ 1; \frac{n_{z \max}}{n_{zm}} \right\} \frac{\beta_{\max} f_4(M)}{57,3 \delta_{n \max}}; \quad \beta_{\max} = 15, \quad n_{zm} = \left| \frac{qS}{G} C_z^{\beta} \beta_{\max} \right|. \end{array} \right. \quad (13)$$

Входящие в эти соотношения функции  $\lambda_{кр}(q/V)$ ,  $\bar{\lambda}_{кр}(\alpha)$ ,  $f_1(V)$ ,  $\bar{f}_2(\alpha) = \bar{\omega}_{x \max}$ ,  $\bar{\zeta}_{\delta}(\alpha)$ ,  $\omega_{\delta}(q)$ ,  $\bar{\omega}_{\delta}(\alpha)$ ,  $f_4(M)$  представлены на рис. 3, 4.

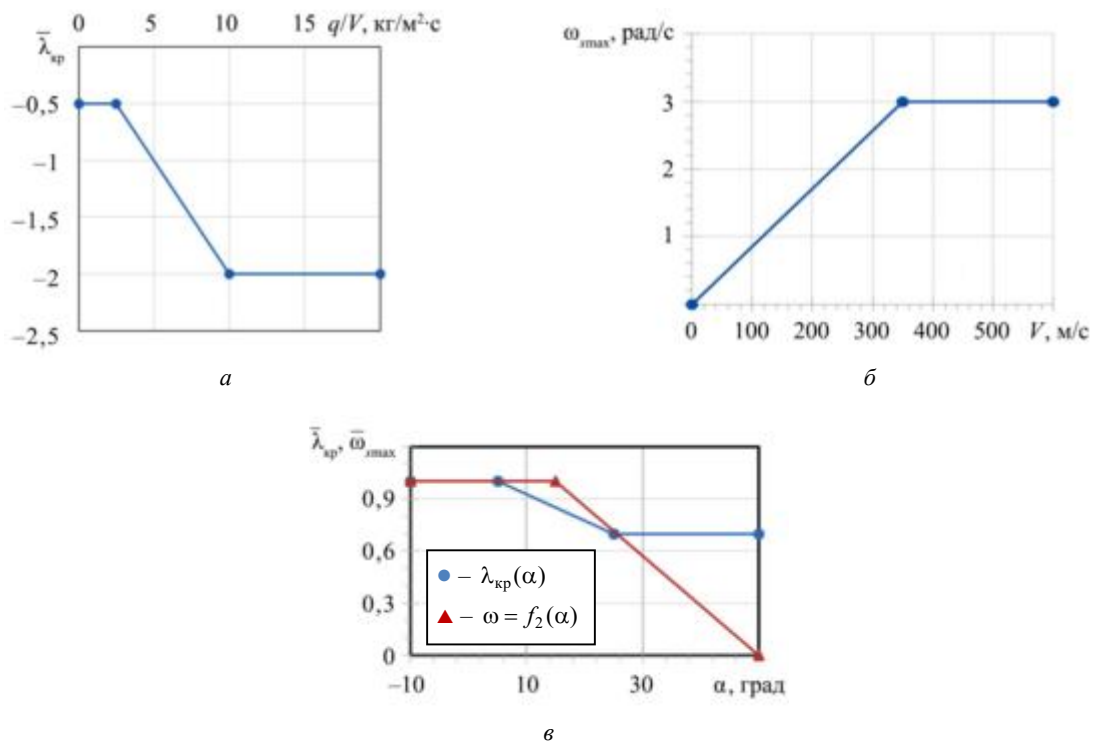


Рис. 3. Функции поперечного движения: а – нормирующая функция корня крена;

б – располагаемая максимальная скорость крена; в – нормирующие функции корня крена и максимальной скорости крена

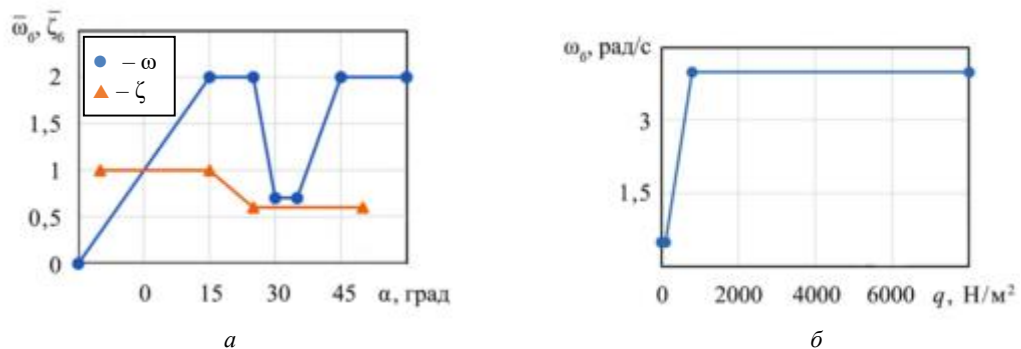


Рис. 4. Параметры колебательного бокового движения:

а – нормирующие функции в зависимости от угла атаки; б – боковая недемпфированная частота

Приведенные функции имеют следующий физический смысл:  $\lambda_{кр}(q/V)$ ,  $\bar{\lambda}_{кр}(\alpha)$  – нормирующие функции изменения корня крена по режимам полета и углу атаки;  $f_1(V)$ ,  $\bar{f}_2(\alpha)$  – нормирующие функции эффективности поперечного управления по скорости и углу атаки;  $\bar{f}_3(q)$  – нормирующая функция эффективности поперечного управления с учетом упругости крыла;  $\bar{\zeta}_6(\alpha)$  – нормирующая функция коэффициента демпфирования бокового движения в зависимости от угла атаки;  $\omega_6(q)$ ,  $\bar{\omega}_6(\alpha)$  – нормирующие функции изменения частоты боковых колебаний по скоростному напору и по углу атаки.

Типичный вид ограничений по углу скольжения [6] – нормирующая функция  $f_4(M)$  располагаемого угла скольжения по числу Маха из-за ограничений по органам путевого управления (например, по шарнирным моментам на руле/рулях направления):

$$f_4(M) = \bar{\beta}_{\max} = \begin{cases} 1,0, & \text{если } M \leq 0,9; \\ 0,5, & \text{если } M > 1,1; \\ \text{линейно между ними,} & \text{если } 0,9 < M \leq 1. \end{cases} \quad (14)$$

При необходимости можно изменять параметры модели самолета корректировкой вида функций (2), (3), (6) – (14), массоинерционных ( $G, I_x, I_y, I_z$ ) и геометрических ( $S$ ) характеристик модели самолета, а также изменяя другие параметры модели. Возможно формирование модели на основе информации только об относительных параметрах будущего самолета ( $G/S, P/S$  и т.д.) и среднестатистических значениях основных констант ( $\varphi_{\max}, K_{ш}, q_{\max}$  и т. д.).

Особенностью предложенной методики является возможность имитации пилотажных характеристик на любом заданном уровне качества, что не реализуется в моделях известных вычислительных комплексов.

Представленная методика построения упрощенной виртуальной модели управляемого движения позволяет оперативно разработать инструмент имитации полета, предназначенный для решения различных задач исследования и предварительного проектирования самолетных систем, а также задач внешнего проектирования в условиях варьирования параметров движения в широком диапазоне.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Джанжгава Г.И., Орехов М.И., Бобиченко А.В. Моделирование комплексов БРЭО боевых летательных аппаратов // Моделирование авиационных систем: Сб. тез. докл. 4-й Всерос. науч.-техн. конф., г. Москва, 26–27 нояб. 2020. М.: ФАУ «ГосНИИАС», 2020. С. 6–8.
2. Венда В.Ф. Инженерная психология и синтез систем отображения информации. М.: Машиностроение, 1982. 344 с.
3. Доброленский Ю.П. и др. Методы инженерно-психологических исследований в авиации. М.: Машиностроение, 1975. 280 с.
4. Гуляев В.В. и др. Математическое моделирование при формировании облика летательного аппарата. М.: Машиностроение – Полет, 2005. 496 с.
5. Белоцерковский С.М. и др. Создание и применение математических моделей самолетов. М.: Наука, 1984. 144 с.
6. Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов / Под ред. Г.С. Бюшгенса. М.: Наука. Физматлит, 1998. 816 с.
7. ГОСТ 20058-80. Динамика летательных аппаратов в атмосфере. Термины, определения и обозначения. М.: Госкомитет СССР по стандартам, 1980. 54 с.
8. Летчик как динамическая система в контуре управления летательным аппаратом // Обзоры ОНТИ ЦАГИ. 1984. № 635. 167 с.
9. Критерии оценки продольных пилотажных характеристик: По материалам иностранной печати, 1965–1990. Обзор. ЦАГИ, 1992. № 267. 143 с.
10. Ефремов А.В. и др. Летчик как динамическая система. М.: Машиностроение, 1992. 336 с.
11. Чок К.Р. и др. Основная информация и руководство по пользованию MIL-F-8785B. Требования к пилотажным характеристикам военных самолетов. Технический перевод ЦАГИ № 1245. 1973. Ч. 1, 3. 568 с.
12. Проектирование самолетов / Под. ред. М.А. Погосьяна. М.: Инновационное машиностроение. 2018. 864 с.

13. Гаркушенко В.И., Лазарева П.А. К задаче проектирования системы управления самолета с заданными динамическими свойствами // Изв. вузов. Авиационная техника. 2015. № 4. С. 21–25.
14. Абдуллина Э.Ю., Ефанов В.Н. Синтез системы управления углом тангажа с каналом ограничения угла атаки // Изв. вузов. Авиационная техника. 2020. № 1. С. 25–32.

Поступила в редакцию 8.04.25

После доработки 15.04.25

Принята к публикации 16.04.25

## Virtual Model of a Highly Maneuverable Aircraft Dynamics

A.Z. TARASOV<sup>1</sup> AND V.N. TIKHONOV<sup>2</sup>

<sup>1</sup> PAO “UAC” Sukhoi Design Bureau, Moscow

<sup>2</sup> Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow

*The paper proposes a method for developing a generalized mathematical model of controlled aircraft motion dynamics in the early stages of aviation system design. This model is essential for the advance development of various aircraft system components and for external design purposes.*

**Mathematical and hardware-in-the-loop simulation, virtual generalized motion model, aircraft handling qualities, normalization functions**

# Synthesis of Proportional-Integral-Derivative Guidance Law for Homing Missiles Using the PSO Algorithm

*This paper discusses using the particle swarm optimization (PSO) algorithm to synthesize the proportional-integral-derivative (PID) guidance law in order to improve performance of a guidance system of homing missiles. The PSO algorithm is used to tune the parameters of the PID guidance law. The goal of optimal tuning is to minimize the zero-effort miss and the integral of the absolute value of the desired acceleration command. The performance of the proposed guidance law was investigated and compared with that of proportional navigation and augmented proportional navigation laws.*

**CAO HUU TINH**

*(Le Quy Don Technical University, Hanoi, Vietnam),*

**VU XUAN THIN**

*(Academy of Military Science and Technology, Hanoi, Vietnam)*  
caohuutinh@lqdtu.edu.vn

**PID guidance law, proportional navigation guidance, augmented proportional navigation guidance, PSO algorithm**

# Experimental and Numerical Investigation of Trailing Edge Wing Morphing to Improve the Aerodynamic Performance and Stability Characteristics of a Fixed Wing UAV

*This study presents a wing design with the NACA 0018 airfoil and integrating the trailing edge morphing feature. Through 3D printing and testing in a low-speed wind tunnel, the wing aerodynamic performance was comprehensively estimated under diverse conditions. Simultaneously, computational fluid dynamics analysis using the ANSYS software provided valuable insights into the wing behavior with results closely aligned with experimental findings. Additionally, the wing was enhanced with sensors and electronic components, enabling autonomous functionality. This advancement allows the wing configuration to be real-time adjusted, enhancing its adaptability and responsiveness. By leveraging the capabilities of artificial intelligence and sensor technology, the possibilities for optimizing aerospace system performance and efficiency have been expanded.*

**S. BABU,**

**L. LIVIN,**

**L. PRAWIN,**

**S. VENKATACHALAM,**

**A.R. RAJENDRAN**

*(Karunya Institute  
of Technology and Sciences,  
Coimbatore, Tamil Nadu, India)*  
ajithraj@karunya.edu

**Wing morphing, aerodynamic performance, fixed wing UAV, wind tunnel testing**

**A. NARAYAN**

(Ramgarh Engineering College,  
Ramgarh Jharkhand, India),

**S. KUMAR**

(SR University, Warangal,  
Telangana, India),

**H. RAZA**

(Cambridge Institute  
of Technology, Ranchi,  
Jharkhand, India),

**M. KUMAR**

(National Institute  
of Technology, Jamshedpur,  
Jharkhand, India),

**G.S. REDDY**

(Mahaveer Institute  
of Science and Technology,  
Hyderabad, India),

**R. KUMAR**

(CSIR-Central Institute  
of Mining and Fuel Research,  
Dhanbad, Jharkhand, India)  
subodhkumarism@gmail.com

## Supersonic Flow Past a Bi-Conic Nose Cone: A Computational Parametric Study

*The paper presents a complete computational study of a flow passed over a bi-conic nose cone at a Mach number of 2 at a zero angle of attack. This research focuses on optimizing the bi-conic nose cone design parameters to minimize the aerodynamic drag and heating. It has been found that bi-conic nose cones with a lower semi-cone angle and a cone base ratio of 0.25 produce the least amount of drag. To ascertain its impact on aerodynamic drag, a thorough comparison of the flow/shock characteristics for different cone base ratios as well as semi-cone angles of bi-conic nose cone was carried out. A regression study for a bi-conic nose cone led to derive an empirical correlation, which shows that the overall drag coefficient is mostly dependent on the cone base ratio as well as semi-cone angles of first and second nose cones. Overall, this study shows that in order to achieve greater drag reduction and heating in hypervelocity vehicles, bi-conic nose cones at lower cone base ratio with a lower semi-cone angle are favored.*

**Bi-conic nose cone, supersonic flow, drag, cone base ratio, aerodynamics**

## Новое точное решение уравнений Навье – Стокса для описания неустановившихся течений вертикально завихренной жидкости

*Построено точное решение уравнений Навье – Стокса для описания неустановившихся сдвиговых изобарических течений вязкой несжимаемой жидкости. Исходная система уравнений гидродинамики редуцируется к переопределенной нелинейной системе уравнений в частных производных. Для этой системы в классе Линя – Сидорова – Аристова построено нетривиальное точное решение с функциональным произволом. Для аналитического исследования свойств системы уравнений использовалось порождающее решение, которое позволяет тиражировать (размножать) точные решения для уравнений гидродинамики. Описание неустановившихся течений основано на модификации метода разделения переменных Фурье. Выведены уравнения для определения структуры гидродинамического поля. Развивается идея построения новых типов точных решения для поля скоростей с нелинейной зависимостью от двух пространственных координат. Анонсированные точные решения позволяют описывать течения вертикально завихренной жидкости без предварительной закрутки.*

**Е.Ю. ПРОСВИРЯКОВ,**

*д-р физ.-мат. наук  
(Институт машиноведения  
УрО РАН, Екатеринбург;  
УрФУ, Екатеринбург;  
КНИТУ-КАИ, Казань)*

**Л.С. ГОРУЛЕВА**

*(Институт машиноведения  
УрО РАН, Екатеринбург;  
УрФУ, Екатеринбург)*

**О.А. ЛЕДЯНКИНА,**

*канд. техн. наук,  
(КНИТУ-КАИ, Казань)  
evgen\_pros@mail.ru*

**Точное решение, класс Линя – Сидорова – Аристова, уравнение Навье – Стокса, переопределенная система, неустановившиеся течения, вертикально завихренная жидкость**

Исследование крупномасштабных течений вязких несжимаемых сред осуществляется интегрированием уравнений Навье – Стокса и их различных модификаций [1–7]. Движение несжимаемых жидкостей или газов индуцируется граничными или начально-краевыми условиями в различных силовых полях [1–5]. Известно, что интегрирование трехмерных уравнений Навье – Стокса для несжимаемых сред является чрезвычайно сложной и до конца не решенной проблемой [1–5]. Принципиальная сложность интегрирования уравнений Навье – Стокса заключается в отсутствии эволюционного уравнения для определения давления через компоненты вектора скорости и в наличии нелинейности, обусловленной конвективной производной для записи ускорения представительного объема несжимаемой сплошной среды [1–7].

Для устранения теоретического пробела по исследованию крупномасштабных потоков предложено приближение тонкого слоя [1, 6–11]. Это аппроксимация основана на введении геометрической изотропии для канала, по которому движется вязкая несжимаемая жидкость. Обычно выделяют два направления – горизонтальное (продольное) и вертикальное (поперечное) [1, 6, 12–15]. Традиционно один из масштабов длины на несколько порядков выше (как правило, горизонтальный), чем другой (как правило, вертикальный) [1, 6, 12–15]. Учет геометрической анизотропии в уравнениях движения Навье – Стокса для описания течений в тонком слое в научной литературе называется гидростатическим приближением [1, 6, 12–15].

Приближение тонкого слоя используется для описания гидродинамических процессов в Мировом океане, изучения атмосферы на планетах [1–15]. Уравнения, описывающие крупномасштабные течения в гидростатическом приближении, в океанологии и физике атмосферы называют примитивными уравнениями [1, 4, 5].

Основная идея гидростатического приближения заключается в том, что поле скоростей  $V$  описывается вектором  $V = (V_x(t, x, y, z), V_y(t, x, y, z), 0)$ . Таким образом, гидростатическое приближение отфильтровывает существенно трехмерные течения, а вводятся в рассмотрение неоднородные сдвиговые потоки [12–15]. Отметим, что в настоящее время построены математические модели для вектора  $V = (V_x(t, x, y, z), V_y(t, x, y, z), w)$  с постоянной вертикальной (поперечной) скоростью  $w$  [16, 17]. Использование математического аппарата для примитивных уравнений океана и атмосферы важно для конструирования авиационной техники [14, 18–22].

Исследование неоднородных сдвиговых течений  $V = (V_x(t, x, y, z), V_y(t, x, y, z), 0)$  осложняется тем, что система уравнений движения является переопределенной. Простейшим точным решением для описания однородных сдвиговых течений является поле скоростей вида  $V = (V_x(t, z), V_y(t, z), 0)$ . Данное точное решение автоматически удовлетворяет уравнению несжимаемости, т. е. это уравнение является «лишним». Выражение для вектора скорости описывает суперпозицию однонаправленных потоков Куэтта – Пуазейля – Нуссельта [2–5].

К неоднородным сдвиговым движениям  $V = (V_x(t, z) - \Omega y, V_y(t, z) + \Omega x, 0)$  относится твердотельное вращение жидкости с угловой скоростью  $\Omega$ , которое описывается в инерциальной системе отсчета [1–6]. Точное решение Экмана во вращающихся системах координат описывается однородным профилем Куэтта – Пуазейля – Нуссельта. Точное решение Экмана, как и анзацы типа Куэтта – Пуазейля – Нуссельта, определяется из простейших систем уравнений типа теплопроводности. Обобщением сдвиговых потоков Экмана – Куэтта – Пуазейля – Нуссельта является точное решение  $V = (V_x(t, z) + u(t, z)y, V_y(t, z), 0)$ , приведенное в статьях [12–20]. Оно принадлежит полиномиальному классу Линя – Сидорова – Аристова [4, 5, 21, 23–27].

Точное решение  $V = (V_x(t, z) + u(t, z)y, V_y(t, z), 0)$  изучалось для описания изотермических и конвективных  $T = T_0(t, z) + T_1(t, z)y + T_2(t, z)y$  установившихся потоков вязких несжимаемых жидкостей [12–20]. Это точное решение описывает вертикально завихренные потоки жидкости без предварительной закрутки [12–20], а также противотечения жидкости с усилением скоростей относительно граничных возмущений. Благодаря использованию данного точного решения для описания колебаний жидкости в точной постановке установлена область применимости решения второй задачи Стокса для установившегося пространственного градиента [13, 15, 28, 29]. В этом случае точное решение для нестационарных уравнений гидродинамики может быть получено классическим методом разделения переменных Фурье [30, 31].

В данной статье предложено решение нелинейной начально-краевой задачи с нестационарным распределением пространственного градиента скорости. Показано, как можно использовать метод Фурье для описания колебательных движений вязкой несжимаемой жидкости. В этом случае учет нелинейной силы инерции приводит к увеличению гармоник для описания поля скоростей. Обсуждается возможность обобщения приведенного точного решения, и приведены методы для тиражирования анонсированного абзаца.

Изобарическое движение вязкой несжимаемой жидкости в бесконечном горизонтальном слое описывается векторным уравнением Навье – Стокса и скалярным уравнением неразрывности (несжимаемости) [2]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial t} + (V, \nabla)V &= \nu \Delta V; \\ (\nabla, V) &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

В системе (1) введены следующие стандартные обозначения для уравнений гидродинамики:  $V = (V_x(t, x, y, z), V_y(t, x, y, z), V_z(t, x, y, z))$  – вектор скорости жидкости;  $\nu$  – кинематическая (молекулярная) вязкость. Отметим, что уравнение Навье – Стокса в системе (1) можно трактовать шире, чем описание потоков жидкости при постоянном давлении. Градиент давления, деленного на постоянную плотность жидкости, может балансировать потенциалом консервативных сил, что эквивалентно с формальной точки зрения записи определяющих соотношений в виде (1), хотя течение жидкости уже не является изобарическим.

Неоднородное сдвиговое течение  $V = (V_x(t, x, y, z), V_y(t, x, y, z), 0)$  вязкой несжимаемой жидкости (размерности «два с половиной») описывается следующей нелинейной переопределенной системой уравнений в частных производных второго порядка [12–15]:

$$\frac{\partial V_x}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} = \nu \left( \frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2} \right); \quad (2)$$

$$\frac{\partial V_y}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_y}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_y}{\partial y} = v \left( \frac{\partial^2 V_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial z^2} \right);$$

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0.$$
(2)

Точное решение для системы уравнений (2) будем искать в следующем полиномиальном виде [12–15]:

$$V_x = U(t, z) + \Omega(t, z)y;$$

$$V_y = V(t, z).$$
(3)

Поле скоростей (3) принадлежит классу точных решений Линя – Сидорова – Аристова. Оно описывается линейными формами относительно части координат с функциональным произволом, вид которого будет определяться структурой системы уравнений (2).

Отметим, что структура точного решения (3) такая, что в системе (2) уравнение несжимаемости  $\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0$  автоматически удовлетворяется. Таким образом, в классе (3) для представления гидродинамического поля уравнение несжимаемости является «лишним» уравнением. Следовательно, система уравнений (2) становится разрешимой [12–15]. В статьях [12, 30–34] было построено преобразование поворота:

$$x \rightarrow x \cos \varphi - y \sin \varphi;$$

$$y \rightarrow x \sin \varphi + y \cos \varphi,$$

позволяющего размножать (тиражировать) точное решение (3) до семейства вида [12–15, 23–27]:

$$V_x = A(t, z) + a_1(t, z)x + a_2(t, z)y;$$

$$V_y = B(t, z) + b_1(t, z)x + b_2(t, z)y;$$

$$a_1^2 + a_2 b_1 = 0.$$

Для определения неизвестных функций  $U$ ,  $V$ ,  $\Omega$  подставим выражения (3) в систему (2), вычислив соответствующие частные производные по времени и пространственным переменным:

$$\frac{\partial V_x}{\partial t} = \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial \Omega}{\partial t} y; \quad \frac{\partial V_y}{\partial t} = \frac{\partial V}{\partial t};$$

$$\frac{\partial V_x}{\partial y} = \Omega; \quad \frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + \frac{\partial \Omega^2}{\partial z^2} y; \quad \frac{\partial^2 V_y}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 V}{\partial z^2};$$

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} = \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0.$$

Отметим, что трехмерный оператор конвективной производной  $(\mathbf{V}, \nabla)$  и трехмерный оператор Лапласа  $\Delta \mathbf{V}$  записываются следующим образом:

$$(\mathbf{V}, \nabla) = \left( V_x \frac{\partial}{\partial x} + V_y \frac{\partial}{\partial y}, V_x \frac{\partial}{\partial x} + V_y \frac{\partial}{\partial y}, 0 \right);$$

$$(\mathbf{V}, \nabla) \mathbf{V} = \left( V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y}, V_x \frac{\partial V_y}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_y}{\partial y}, 0 \right) = (\Omega V, 0, 0);$$

$$\Delta \mathbf{V} = \left( \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + \frac{\partial \Omega^2}{\partial z^2} y, \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}, 0 \right).$$

Система уравнений (2) в силу точного решения (3) и вычисленных частных производных первого и второго порядка примет вид

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial \Omega}{\partial t} y + \Omega V = v \left( \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + \frac{\partial \Omega^2}{\partial z^2} y \right);$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = v \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}.$$

Используя метод неопределенных коэффициентов, получим следующие соотношения для определения неизвестных функций, формирующих гидродинамическое поле (3):

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \Omega V = v \frac{\partial^2 U}{\partial z^2};$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} = v \frac{\partial^2 \Omega}{\partial z^2};$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = v \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}.$$
(4)

Система уравнений в частных производных (4) состоит из двух однородных уравнений типа теплопроводности второго порядка и одного простейшего параболического уравнения, наследующего нелинейные свойства вязкой несжимаемой жидкости.

Для системы уравнений в частных производных (4) построим точные решения в следующей форме:

$$\Omega(z, t) = \Omega_1 \cos(\omega t) + \Omega_2 \sin(\omega t);$$

$$V(z, t) = V_1 \cos(\omega t) + V_2 \sin(\omega t);$$

$$U(z, t) = U_0(z) + U_1(z) \cos(\omega t) + U_2(z) \sin(\omega t) +$$

$$+ U_3(z) \cos(2\omega t) + U_4(z) \sin(2\omega t).$$
(5)

Отметим, что в формулах (5) выражения для функций  $\Omega$  и  $V$  получены обобщенным применением метода разделения переменных Фурье. Представление для функций двух переменных –  $\Omega$  и  $V$  – может быть обобщено в виде конечной или бесконечной суммы по кратным гармоникам синусов и косинусов [30, 31].

Выражение точного решения для определения скорости  $U$  было получено после предварительного изучения структуры слагаемого  $\Omega V$  конвективной производной в первом уравнении системы (3):

$$\begin{aligned} \Omega V &= (\Omega_1 \cos(\omega t) + \Omega_2 \sin(\omega t))(V_1 \cos(\omega t) + V_2 \sin(\omega t)) = \\ &= \Omega_1 V_1 \cos^2(\omega t) + \Omega_2 V_2 \sin^2(\omega t) + (\Omega_1 V_2 + \Omega_2 V_1) \sin(\omega t) \cos(\omega t) = \\ &= \Omega_1 V_1 \left( \frac{1 + \cos(2\omega t)}{2} \right) + \Omega_2 V_2 \left( \frac{1 - \cos(2\omega t)}{2} \right) + (\Omega_1 V_2 + \Omega_2 V_1) \frac{\sin(2\omega t)}{2}. \end{aligned}$$

Вычислим далее частные производные, входящие в систему (4), в силу точного решения (3):

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -U_1 \omega \sin(\omega t) + U_2 \omega \cos(\omega t) - 2U_3 \omega \sin 2(\omega t) + 2U_4 \omega \cos(2\omega t);$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 U_0}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 U_1}{\partial z^2} \cos(\omega t) + \frac{\partial^2 U_2}{\partial z^2} \sin(\omega t) + \frac{\partial^2 U_3}{\partial z^2} \cos(2\omega t) + \frac{\partial^2 U_4}{\partial z^2} \sin(2\omega t);$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} = \Omega_2 \omega \cos(\omega t) - \Omega_1 \omega \sin(\omega t);$$

$$\frac{\partial^2 \Omega}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \Omega_1}{\partial z^2} \cos(\omega t) + \frac{\partial^2 \Omega_2}{\partial z^2} \sin(\omega t);$$
(6)

$$\begin{aligned}\frac{\partial V}{\partial t} &= V_2 \omega \cos(\omega t) - V_1 \omega \sin(\omega t); \\ \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} &= \frac{\partial^2 V_1}{\partial z^2} \cos(\omega t) + \frac{\partial^2 V_2}{\partial z^2} \sin(\omega t).\end{aligned}\quad (6)$$

Подставим точное решение для поля скорости (4) и выражения для частных производных (6) в систему (3), получим уравнения

$$\begin{aligned}& U_2 \omega \cos(\omega t) + 2U_4 \omega \cos(2\omega t) - U_1 \omega \sin(\omega t) - 2U_3 \omega \sin(2\omega t) + \\ & + \frac{1}{2}(\Omega_1 V_1 - \Omega_2 V_2) \cos(2\omega t) + \frac{1}{2}(\Omega_1 V_2 + \Omega_2 V_1) \sin(2\omega t) + \frac{1}{2}(\Omega_1 V_1 - \Omega_2 V_2) = \\ & = v \left( \frac{\partial^2 U_0}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 U_1}{\partial z^2} \cos(\omega t) + \frac{\partial^2 U_2}{\partial z^2} \sin(\omega t) + \frac{\partial^2 U_3}{\partial z^2} \cos(2\omega t) + \frac{\partial^2 U_4}{\partial z^2} \sin(2\omega t) \right); \\ & \Omega_2 \omega \cos(\omega t) - \Omega_1 \omega \sin(\omega t) = v \left( \frac{\partial^2 \Omega_1}{\partial z^2} \cos(\omega t) + \frac{\partial^2 \Omega_2}{\partial z^2} \sin(\omega t) \right); \\ & V_2 \omega \cos(\omega t) - V_1 \omega \sin(\omega t) = v \left( \frac{\partial^2 V_1}{\partial z^2} \cos(\omega t) + \frac{\partial^2 V_2}{\partial z^2} \sin(\omega t) \right).\end{aligned}$$

Приравнивая коэффициенты при одинаковых гармониках, формирующих конечный тригонометрический базис  $\{1, \sin(\omega t), \cos(\omega t), \sin(2\omega t), \cos(2\omega t)\}$ , получим систему для определения неизвестных функций  $\Omega_1, \Omega_2, V_1, V_2, U_0, U_1, U_2, U_3, U_4$ :

$$v \frac{d^2 U_0}{dz^2} = \frac{1}{2}(\Omega_1 V_1 - \Omega_2 V_2);$$

$$U_2 \omega = v \frac{d^2 U_1}{dz^2}, \quad U_1 \omega = -v \frac{d^2 U_2}{dz^2};$$

$$4U_4 \omega + (\Omega_1 V_1 - \Omega_2 V_2) = 2v \frac{d^2 U_3}{dz^2};$$

$$-4U_3 \omega + (\Omega_1 V_2 + \Omega_2 V_1) = 2v \frac{d^2 U_4}{dz^2}; \quad (7)$$

$$\Omega_2 \omega = v \frac{d^2 \Omega_1}{dz^2}, \quad \Omega_1 \omega = -v \frac{d^2 \Omega_2}{dz^2}; \quad (8)$$

$$V_2 \omega = v \frac{d^2 V_1}{dz^2}, \quad V_1 \omega = -v \frac{d^2 V_2}{dz^2}. \quad (9)$$

Интегрирование системы уравнений (7) – (9) начнем с построения точного решения уравнений (9) для определения функций  $V_1$  и  $V_2$ , являющихся амплитудами. Уравнения (9) в гидродинамике известны как система уравнений Экмана, используемая для описания крупномасштабных течений в бесконечно протяженном вращающемся горизонтальном слое жидкости конечной или бесконечной глубины. Система (9) сводится к интегрированию уравнения

$$\frac{d^4 V_1}{dz^4} + k^4 V_1 = 0, \quad (10)$$

где  $k^4 = \left(\frac{\omega}{v}\right)^2$  – дисперсионное соотношение. Для вывода уравнения (10) первое уравнение (9) дважды дифференцируем, а затем выражение для второй производной функции  $V_2$  подставляем во второе уравнение (9).

Решая однородное линейное дифференциальное уравнение, получим следующее:

$$V_1 = C_1 \exp(kz) \cos(kz) + C_2 \exp(kz) \sin(kz) + C_3 \exp(-kz) \cos(kz) + C_4 \exp(-kz) \sin(kz). \quad (11)$$

Вычисляем первую производную функции  $V_1$ :

$$\frac{dV_1}{dz} = (C_1 + C_2)k \exp(kz) \cos(kz) + (C_2 - C_1)k \exp(kz) \sin(kz) + \\ + (C_4 - C_3)k \exp(-kz) \cos(kz) - (C_3 + C_4)k \exp(-kz) \sin(kz)$$

и вторую производную

$$\frac{d^2V_1}{dz^2} = 2C_2k^2 \exp(kz) \cos(kz) - 2C_1k^2 \exp(kz) \sin(kz) + \\ + 2C_3k^2 \exp(-kz) \sin(kz) - 2C_4k^2 \exp(-kz) \cos(kz).$$

Имеем следующее точное решение:

$$V_2 = 2C_2 \exp(kz) \cos(kz) - 2C_1 \exp(kz) \sin(kz) + 2C_3 \exp(-kz) \sin(kz) - 2C_4 \exp(-kz) \cos(kz). \quad (12)$$

По аналогии получаем выражения для амплитуд пространственного градиента скорости, которые являются точными решениями системы обыкновенных дифференциальных уравнений (8):

$$\Omega_1 = C_5 \exp(kz) \cos(kz) + C_6 \exp(kz) \sin(kz) + C_7 \exp(-kz) \cos(kz) + C_8 \exp(-kz) \sin(kz); \quad (13) \\ \Omega_2 = 2C_6 \exp(kz) \cos(kz) - 2C_5 \exp(kz) \sin(kz) + 2C_7 \exp(-kz) \sin(kz) - 2C_8 \exp(-kz) \cos(kz).$$

Представление части компонент скорости  $U$ , являющихся решениями второй подсистемы (7), имеет следующий вид:

$$U_1 = C_9 \exp(kz) \cos(kz) + C_{10} \exp(kz) \sin(kz) + C_{11} \exp(-kz) \cos(kz) + C_{12} \exp(-kz) \sin(kz); \quad (14) \\ U_2 = 2C_{10} \exp(kz) \cos(kz) - 2C_9 \exp(kz) \sin(kz) + 2C_{11} \exp(-kz) \sin(kz) - 2C_{12} \exp(-kz) \cos(kz).$$

Очевидно, что выражения для остальных функций могут быть получены стандартным интегрированием неоднородных дифференциальных уравнений (7) с подстановкой формул (11) – (14), точные решения которых здесь не приводятся из-за их громоздкости.

Полученные точные решения (11) – (14) описывают пространственную спиралевидную структуру Экмана, которая описывает сложную нелинейную стратификацию. В этом случае в жидкости возможны противотечения и усиление скоростей относительно граничных возмущений, для исследований которых необходимо решить краевые и начально-краевые задачи. Полученное точное решение позволяет исследовать новые способы передачи импульса в жидкости.

Отметим, что точное решение (3), как было показано в статьях [32–36], может быть обобщено до следующего представления поля скоростей:

$$V_y = U(t, z) + \sum_{n=1}^N \frac{u_n(t, z) y^n}{n!}; \quad (15) \\ V_y = V(t, z).$$

Благодаря применению абзаца (15) возможно лучше понять структуру уравнений Навье – Стокса с подходом статистической гидродинамики для описания турбулентных потоков методами осреднения, поскольку для определения неизвестных функций (15) в работах [32, 33, 37] приведена цепочка уравнений, вид которых подобен уравнениям Рейнольдса, но не для пульсаций поля скорости.

Таким образом, в данной работе предложено новое точное решение уравнений Навье – Стокса для исследования неустановившихся изобарических неоднородных сдвиговых течений размерности «два с половиной». Двумерное поле скоростей, линейно зависящее от двух пространственных координат, описывает

вертикально завихренную жидкость без предварительной закрутки. При нахождении точного решения учитывалась сила инерции в уравнениях Навье – Стокса, что существенно затрудняло нахождение нетривиального точного решения переопределенной системы уравнений в частных производных. Построение точного решения осуществлялось методом мультипликативного и аддитивного разделения переменных. Для части уравнений использовался классический метод Фурье. Для одного из уравнений при определении поля скорости применялась модификация метода Фурье, обусловленная нелинейностью изучаемого процесса. Показано, что при учете пространственного ускорения (вертикальной закрутки) в жидкости возникают застойные точки, которые становятся причиной формирования противотечений, и реализуется такой способ переноса импульса в несжимаемой среде, приводящий к усилению граничных периодических возмущений.

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, тема № 123030100016-5, FZSU-2023-0005.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Аристов С.Н., Шварц К.Г.* Вихревые течения адвективной природы во вращающемся слое жидкости. Пермь: ПГНИУ, 2006. 155 с.
2. *Drazin P.G., Riley N.* The Navier–Stokes Equations: A Classification of Flows and Exact Solutions. Cambridge: Cambridge University Press, 2006. 196 p.
3. *Ershkov S.V. et al.* Towards Understanding the Algorithms for Solving the Navier–Stokes Equations // Fluid Dynamics Research. 2021. Vol. 53. № 4. Article № 044501.
4. *Ershkov S. et al.* Exact Solutions of the Oberbeck–Boussinesq Equations for the Description of Shear Thermal Diffusion of Newtonian Fluid Flows // Symmetry. 2023. Vol. 15. № 9. Article № 1730.
5. *Ershkov S.V. et al.* Solving the Hydrodynamical System of Equations of Inhomogeneous Fluid Flows with Thermal Diffusion: A Review // Symmetry. 2023. Vol. 15. Iss. 10. Article № 1825.
6. *Фрик П.Г.* Становление исследований турбулентности в Перми (памяти Валерия Дмитриевича Зимина) // Вестник Пермского федерального исследовательского центра. 2023. № 2. С. 81–94.
7. *Челпанов М.А. и др.* Обзор и сравнение особенностей МГД-волн на Солнце и в магнитосфере Земли // Солнечно-земная физика. 2022. № 4. С. 3–28.
8. *Аристов С.Н., Фрик П.Г.* Адвективные течения в плоском вращающемся слое проводящей жидкости // Магнитная гидродинамика. 1988. № 1. С. 13–20.
9. *Аристов С.Н., Фрик П.Г.* Нелинейные эффекты взаимодействия конвективных вихрей и магнитного поля в тонком слое проводящей жидкости // Магнитная гидродинамика. 1990. № 1. С. 82–88.
10. *Аристов С.Н., Пичугин А.М.* Монотонная устойчивость адвективного течения проводящей жидкости в слабом поперечном магнитном поле // Магнитная гидродинамика. 1989. № 3. С. 127–129.
11. *Шварц К.Г.* Устойчивость адвективного течения во вращающемся слое проводящей жидкости, помещенной в постоянное однородное магнитное поле // Вестник Пермского университета. Физика. 2022. № 3. С. 12–20.
12. *Аристов С.Н., Просвиряков Е.Ю.* Неоднородные течения Куэтта // Нелинейная динамика. 2014. № 2. С. 177–182.
13. *Аристов С.Н., Просвиряков Е.Ю.* Волны Стокса в завихренной жидкости // Нелинейная динамика. 2014. № 3. С. 309–318.
14. *Аристов С.Н., Просвиряков Е.Ю.* Крупномасштабные течения завихренной вязкой несжимаемой жидкости // Изв. вузов. Авиационная техника. 2015. № 4. С. 50–54.
15. *Аристов С.Н., Просвиряков Е.Ю.* Нестационарные слоистые течения завихренной жидкости // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2016. № 2. С. 25–31.
16. *Привалова В.В., Просвиряков Е.Ю.* Новый класс точных решений уравнений Обербека – Буссинеска, описывающих несжимаемую жидкость // Теоретические основы химической технологии. 2022. № 3. С. 337–344.
17. *Privalova V.V., Prosviryakov E.Yu., Simonov M.A.* Nonlinear Gradient Flow of a Vertical Vortex Fluid in a Thin Layer // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. 2019. Vol. 15. № 3. P. 271–283.
18. *Просвиряков Е.Ю. и др.* Точные решения уравнений Навье – Стокса в приближении Буссинеска для описания течений бинарных жидкостей // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 3. С. 77–84.
19. *Просвиряков Е.Ю., Ледянкина О.А., Горулева Л.С.* Точные решения уравнений Навье – Стокса для описания течений многокомпонентных жидкостей с учетом внутреннего тепловыделения // Изв. вузов. Авиационная техника. 2024. № 1. С. 55–63.
20. *Ледянкина О.А., Просвиряков Е.Ю., Романова Е.В.* Точные решения уравнений Навье Стокса для описания вращающейся жидкости // Изв. вузов. Авиационная техника. 2022. № 2. С. 184–188.
21. *Князев Д.В., Ражиков В.Н., Щеглов К.Н.* Анализ течения смазочной жидкости в электродвигателе герметичного насоса // Изв. вузов. Авиационная техника. 2018. № 3. С. 4–8.

22. *Гараев К.Г.* О неклассическом подходе к построению автомодельных решений в теории ламинарного пограничного слоя // *Изв. вузов. Авиационная техника.* 2022. № 1. С. 184–188.
23. *Lin C.C.* Note on a Class of Exact Solutions in Magnetohydrodynamics // *Archive for Rational Mechanics and Analysis.* 1957. Vol. 1. P. 391–395.
24. *Сидоров А.Ф.* О двух классах решений уравнений механики жидкости и газа и их связи с теорией бегущих волн // *Прикладная механика и техническая физика.* 1989. № 2. С. 34–40.
25. *Аристов С.Н.* Вихревые течения в тонких слоях жидкости: Автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук. Владивосток, 1990. 32 с.
26. *Аристов С.Н., Князев Д.Е., Полянин А.Д.* Точные решения уравнений Навье – Стокса с линейной зависимостью компонент скорости от двух пространственных переменных // *Теоретические основы химической технологии.* 2009. № 5. С. 547–566.
27. *Аристов С.Н., Просвирыков Е.Ю.* Новый класс точных решений трехмерных уравнений термодиффузии // *Теоретические основы химической технологии.* 2016. № 3. С. 294–301.
28. *Stokes G.G.* On the Effect of the Internal Friction of Fluids on the Motion of Pendulums // *Transactions of the Cambridge Philosophical Society.* 1851. Vol. 9. P. 8–106.
29. *Букреев В.И.* Экспериментальное изучение диапазона применимости решения второй задачи Стокса // *Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа.* 1988. № 4. С. 26–31.
30. *Полянин А.Д., Журов А.И.* Методы разделения переменных и точные решения нелинейных уравнений математической физики. М.: ИПМех РАН, 2020. 384 с.
31. *Polyanin A.D., Zhurov A.I.* Separation of Variables and Exact Solutions to Nonlinear PDEs. CRC Press, 2022. 401 p.
32. *Зубарев Н.М., Просвирыков Е.Ю.* О точных решениях для слоистых трехмерных нестационарных изобарических течений вязкой несжимаемой жидкости // *Прикладная механика и техническая физика.* 2019. № 6. С. 65–71.
33. *Varanovskii E.S., Burmasheva N.V., Prosviryakov E.Yu.* Exact Solutions to the Navier–Stokes Equations with Couple Stresses // *Symmetry.* 2021. Vol. 13. Iss. 8. Article № 1355.
34. *Просвирыков Е.Ю.* Новый класс точных решений уравнений Навье – Стокса со степенной зависимостью скоростей от двух пространственных координат // *Теоретические основы химической технологии.* 2019. № 1. С. 112–120.
35. *Горулева Л.С., Просвирыков Е.Ю.* Новый класс точных решений уравнений Навье – Стокса с учетом внутреннего тепловыделения // *Химическая физика и мезоскопия.* 2022. № 1. С. 82–92.
36. *Burmasheva N. et al.* Exact Solutions of Navier–Stokes Equations for Quasi–Two–Dimensional Flows with Rayleigh Friction // *Fluids.* 2023. Vol. 8. № 4. Article № 123.
37. *Горулева Л.С., Просвирыков Е.Ю.* Новый класс точных решений уравнений магнитной гидродинамики для описания конвективных течений бинарных жидкостей // *Химическая физика и мезоскопия.* 2023. № 4. С. 447–462.

Поступила в редакцию 1.04.25  
 После доработки 7.04.25  
 Принята к публикации 7.04.25

## A New Exact Solution of the Navier–Stokes Equations for Describing the Unsteady Flows of Vertically Swirled Fluid

E.YU. PROSVIRYAKOV<sup>1,2,3</sup>, L.S. GORULEVA<sup>1,2</sup>, AND O.A. LEDYANKINA<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Institute of Engineering Science, Ural Branch of the RAS, Ekaterinburg

<sup>2</sup> Ural Federal University, Ekaterinburg

<sup>3</sup> Tupolev Kazan National Research Technical University, Kazan

*An exact solution of the Navier–Stokes equations is constructed to describe unsteady shear isobaric flows of a viscous incompressible fluid. The original system of hydrodynamic equations is reduced to an overdetermined nonlinear system of partial differential equations. For this system, a nontrivial exact solution with functional arbitrariness is constructed in the Lin–Sidorov–Aristov class. For an analytical study of the properties of the system of equations, a generating solution was used, which allows replicating (multiplying) exact solutions for the equations of hydrodynamics. The description of unsteady flows is based on a modification of the Fourier variable separation method. Equations are derived to determine the structure of the hydrodynamic field. The development of the idea of constructing new types of exact solutions for a velocity field with a nonlinear dependence on two spatial coordinates is presented. The exact solutions announced in the paper allow describing flows of a vertically swirled fluid without preliminary swirling.*

**Exact solution, Lin–Sidorov–Aristov class, Navier–Stokes equation, overdetermined system, unsteady flows, vertically swirled fluid**

## Законы распределения случайных диагностических параметров искровых разрядов в полупроводниковых свечах емкостных систем зажигания

*Анализируется возможность проведения допускового контроля параметров искровых разрядов в полупроводниковых свечах емкостных систем зажигания на основе измерения легкодоступными методами двух диагностических величин – напряжения на накопительном конденсаторе в момент перехода подготовительной стадии разряда в свече в искровую стадию и остаточного напряжения на конденсаторе в момент погасания разряда. На основе экспериментальных исследований разрядных процессов в емкостной системе зажигания, в том числе с использованием оригинальной схемы отсечки разрядного тока в свече в момент окончания подготовительной стадии разрядов, определены и подтверждены законы распределения диагностических параметров для использования при проведении допускового контроля эффективности емкостных систем зажигания.*

**Ф.А. ГИЗАТУЛЛИН,**  
д-р техн. наук,  
**О.А. ЮШКОВА,**  
канд. техн. наук  
(УУНУТ, Уфа)  
yushkova-usatu@bk.ru

**Емкостная система зажигания, искровой разряд, допусковой контроль, законы распределения диагностических параметров**

Основными выходными параметрами, характеризующими эффективность емкостных систем зажигания авиационных двигателей, являются параметры искровых разрядов в полупроводниковых свечах – энергия, разрядный ток и длительность разрядов, – от которых зависит процесс воспламенения топливовоздушной смеси. Воспламеняющая способность, как главный показатель эффективности систем зажигания, может быть оценена разными способами, например, по площади пусковой характеристики камеры сгорания газотурбинного двигателя или воспламенителя, по максимальной высоте, при которой возможен повторный запуск в полете после выключения двигателя, по предельным значениям скорости воздуха на входе в камеру сгорания для успешного воспламенения топливовоздушной смеси и др. [1–3].

В работах [3, 4] предложен экспериментально-расчетный метод определения параметров разрядных цепей, включая входную мощность, емкость накопительного конденсатора и индуктивность. При этом отмечено, что заданной величиной при проектировании емкостных систем зажигания может быть не энергия искровых разрядов в свече или начальная энергия накопительного конденсатора, которые, как показано [1, 5], не характеризуют однозначно воспламеняющую способность, а установленные в работах [3, 5] критерии воспламеняющей способности для случаев электроискровой и аэродинамической стабилизации пламени в пусковых воспламенителях или камерах сгорания газотурбинных двигателей.

В работе [3] получены выражения для максимального разрядного тока через полупроводниковую свечу  $I_m$ , длительности искровой стадии разрядов  $t_{и}$ , энергии разрядов  $W_{св}$  и критерия воспламеняющей способности емкостных систем зажигания  $K$  в функции параметров разрядных цепей – емкости накопительного конденсатора емкостной системы зажигания  $C$ ; индуктивности разрядной цепи  $L$ ; активного сопротивления разрядной цепи  $R$ ; напряжения заряда накопительного конденсатора  $U_0$ ; амплитудного значения напряжения в свече в течение искровой стадии разряда  $U_m$ ; частоты следования разрядов в свече  $f$ ; коэффициента, зависящего от свойств свечи  $b$ ; длительности подготовительной стадии разрядов в свече  $t_{пс}$ ; остаточного напряжения на накопительном конденсаторе после погасания разряда в свече  $U_{ост}$ .

Величины  $t_{пс}$  и  $U_{ост}$ , как показано в работе [3], являются случайными и меняются в достаточно широких пределах даже в течение одного цикла запуска газотурбинного двигателя. При этом меняются и параметры разрядов в свечах  $W_{св}$ ,  $I_m$ ,  $t_{и}$ , а следовательно, и значение критерия воспламеняющей способности  $K$ .

В случае отклонения указанных параметров за пределы установленных допустимых значений проектируемая система зажигания может утратить способность обеспечивать необходимую эффективность процесса воспламенения [6, 7].

В работе [3] в качестве диагностических параметров выбраны  $t_{\text{пс}}$ ,  $U_{\text{ост}}$ . Экспериментальное измерение этих параметров доступными методами в условиях реальных двигателей позволяет рассчитать значения величин  $W_{\text{св}}$ ,  $I_m$ ,  $t_{\text{и}}$ ,  $K$ .

Параметры  $t_{\text{пс}}$ ,  $U_{\text{ост}}$  показаны на графике зависимости напряжения на накопительном конденсаторе во времени в емкостной системе зажигания [3]. Характерная временная зависимость для напряжения на накопительном конденсаторе  $U_C$  емкостной системы зажигания показана на рис. 1.

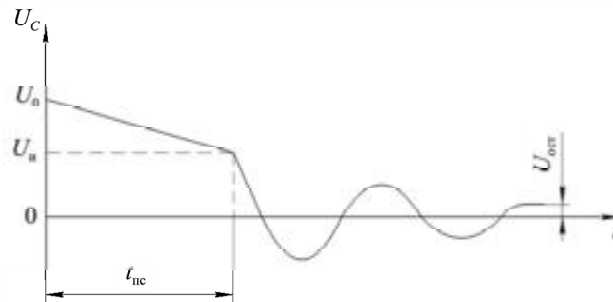


Рис. 1

Длительность подготовительной стадии разрядов  $t_{\text{пс}}$  является параметром, который определяет величину  $U_{\text{и}}$ , неявно входящую в выражения для параметров  $W_{\text{св}}$ ,  $I_m$ ,  $t_{\text{и}}$ ,  $K$ . При этом величина  $U_{\text{и}}$  определяется в работе [3] аппроксимацией зависимости  $U_C = f(t)$  в течение времени  $t_{\text{пс}}$ , например, линейной убывающей функции вида

$$U_C = U_0 - bt. \quad (1)$$

Соответственно, для  $U_{\text{и}}$  на основании выражения (1) имеем:

$$U_{\text{и}} = U_0 - bt_{\text{пс}}. \quad (2)$$

Зависимость (1) является достаточно приближенной и может быть не только линейной, но и квадратичной с различными вариациями в зависимости от типа материала полупроводникового элемента свечи. В связи с этим при использовании приближенного выражения (2) при определении параметров искровых разрядов могут возникать существенные погрешности. Использование величины  $U_{\text{и}}$  вместо  $t_{\text{пс}}$  в качестве одного из диагностических параметров существенно упрощает расчеты значений  $I_m$ ,  $t_{\text{и}}$ ,  $W_{\text{св}}$ ,  $K$  за счет исключения лишнего звена в расчетах и необходимости аппроксимации зависимости  $U_C = f(t)$ , что повышает точность расчетов.

С учетом нового введенного диагностического параметра  $U_{\text{и}}$  выражения для величин  $I_m$ ,  $t_{\text{и}}$ ,  $W_{\text{св}}$ ,  $K$  получены в работе [8] в виде

$$I_m = \sqrt{\frac{C}{L}} U_{\text{и}} \exp\left(-\frac{\pi}{4Q}\right);$$

$$t_{\text{и}} = \frac{2L}{R} \ln \left| \frac{U_{\text{и}}}{U_{\text{ост}}} \right|;$$

$$W_{\text{св}} = CU_m \frac{1 + \exp\left(-\frac{\pi}{4Q}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{\pi}{4Q}\right)} (U_{\text{и}} - |U_{\text{ост}}|);$$

$$K = \frac{RU_m (U_{и} - |U_{ост}|) \left(1 + \exp\left(-\frac{\pi}{4Q}\right)\right)}{\sqrt{LC} U_0^2 f U_{и} \ln \left| \frac{U_{и}}{U_{ост}} \right| \left(1 - \exp\left(-\frac{\pi}{4Q}\right)\right)},$$

где  $Q = \sqrt{\frac{L}{C}} \frac{1}{R}$  – добротность разрядной цепи.

Целью настоящего исследования является развитие предложенного в работах [6, 7] подхода к оценке эффективности емкостных систем зажигания, заключающееся в экспериментальном определении и подтверждении законов распределения случайных диагностических величин  $U_{и}$  и  $U_{ост}$  в условиях специально разработанного стенда с более точной регистрацией случайных параметров.

В ходе исследований, испытаний и оценки эффективности емкостных систем зажигания в условиях газотурбинных двигателей или специализированных стендов диагностические параметры  $U_{и}$ ,  $U_{ост}$  могут фиксироваться осциллографическим методом, а также с использованием разработанных для этих целей цифровых измерителей [9–11].

Определение и уточнение законов распределения диагностических параметров  $U_{и}$ ,  $U_{ост}$  проводилось осциллографическим методом на разработанной физической модели установки (рис. 2), воспроизводящей разрядные процессы в серийной полупроводниковой свече типа СП-70. Для имитации условий работы системы зажигания, приближенных к реальным, свеча смачивалась авиационным керосином.

Особенностью физической модели (см. рис. 2) является наличие схемы отсечки разрядного тока в момент перехода подготовительной стадии разряда в искровую [12], когда напряжение на накопительном конденсаторе равно  $U_{и}$ .

Схема отсечки разрядного тока необходима для повышения достоверности измерения параметра  $U_{и}$ , который фиксировался осциллографически со схемой отсечки и без нее.

Схема отсечки тока работает следующим образом. Блок управления с помощью измерительного трансформатора тока  $T_5$  реагирует на резкое увеличение тока в разрядной цепи при переходе подготовительной стадии разрядов в свече  $F$  в искровую и выдает импульс на открытие тиристора  $VS$ . Предварительно заряженный конденсатор  $C_2$  разряжается через первичную обмотку высоковольтного трансформатора  $T_4$ , импульс на вторичной обмотке которого обеспечивает принудительный пробой вспомогательного разрядника  $FV_2$ . После этого накопительный конденсатор  $C_1$  разряжается через разрядник  $FV_2$ , минуя свечу  $F$ .

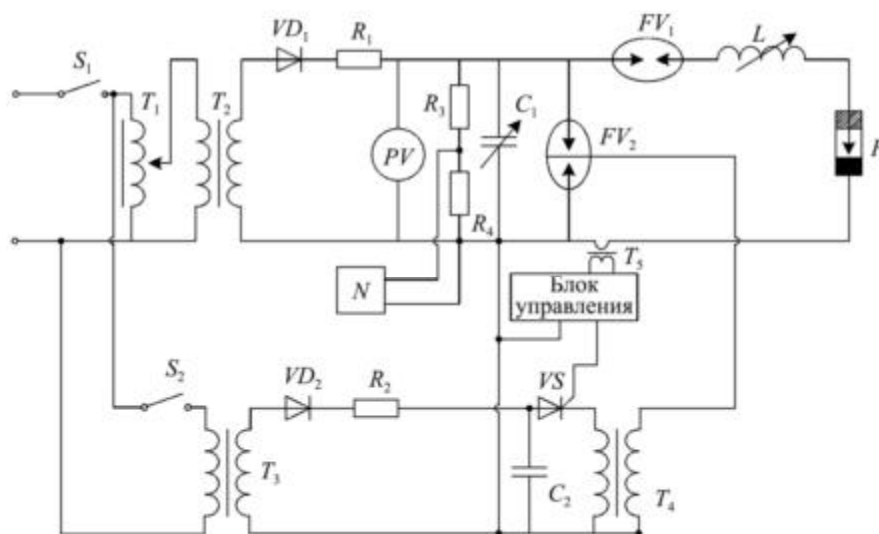


Рис. 2

Осциллографирование напряжения на накопительном конденсаторе  $C_1$  проводилось с использованием омического делителя напряжения  $R_3 - R_4$ . В ходе осциллографирования емкость накопительного конденсатора принимала значения  $C = 0,5; 1; 2$  мкФ, использовался омический делитель напряжения  $R_3 - R_4$  с коэффициентом передачи, равным 100. Катушка индуктивности  $L$  в разрядной цепи имела индуктивность, равную 4, 100, 140 мкГн. Характерные осциллограммы напряжения на накопительном конденсаторе в качественном плане соответствуют рис. 1.

По результатам исследований, величина  $U_{и}$  может меняться в пределах 2,7...3,5 кВ до 150...200 В в зависимости от пробивного напряжения коммутирующего разрядника (например, промышленно производимых разрядников Р-22, Р-26, Р-44). Величина  $U_{ост}$  в условиях эксперимента менялась в пределах 50...1100 В.

При измерении параметра  $U_{и}$  с использованием схемы отсечки разрядного тока и без ее применения получены практически идентичные значения с незначительными отклонениями.

Приведем гистограммы для случайных параметров  $U_{и}$  (рис. 3) и  $U_{ост}$  (рис. 4), полученные в результате статистической обработки большого массива экспериментальных данных, сформированного при изменении емкости накопительного конденсатора и индуктивности разрядной цепи.

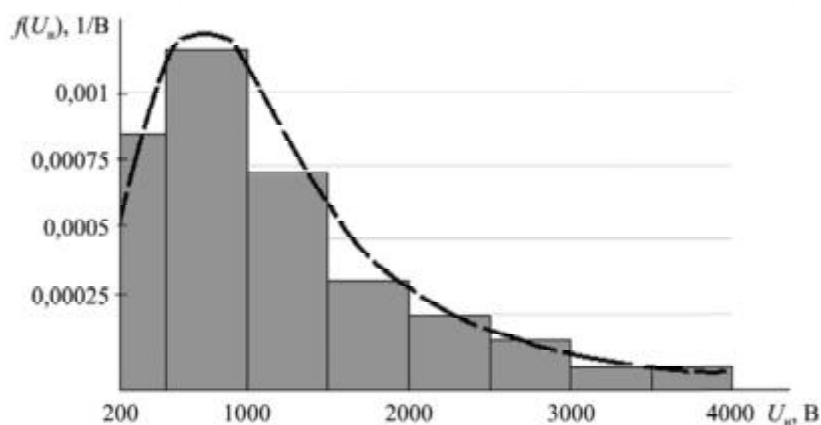


Рис. 3

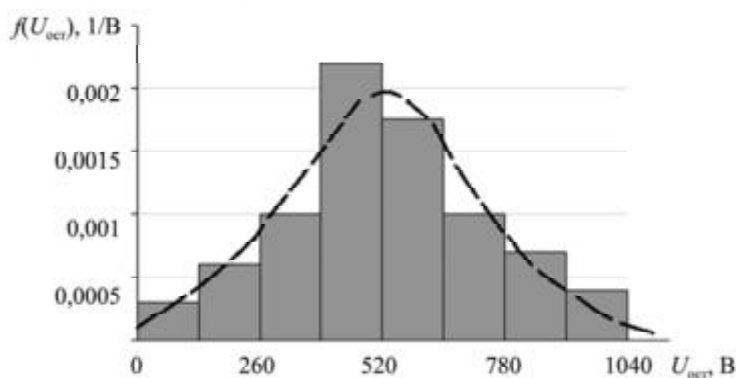


Рис. 4

В соответствии с видом статистического ряда первого диагностического параметра  $U_{и}$  примем, что он подчинен логарифмически нормальному закону распределения с плотностью вероятности вида [13]

$$f(U_{и}) = \frac{A}{\sigma\sqrt{2\pi}U_{и}} \exp\left(-\frac{(\lg U_{и} - c)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (3)$$

где  $A = \lg e$ .

Параметры  $c$ ,  $\sigma$  данного распределения связаны с математическим ожиданием и дисперсией величины  $U_n$  следующими формулами [13]:

$$m_{U_n} = e^{(c/A + \sigma^2/2A^2)};$$

$$D_{U_n} = e^{(2c/A + \sigma^2/A^2)} \left( e^{\sigma^2/A^2} - 1 \right).$$

Статистическое распределение второго диагностического параметра  $U_{\text{ост}}$  выравним, как в работе [3] при ограниченном количестве экспериментальных данных, с помощью кривой усеченного нормального распределения с плотностью вероятности [13]:

$$f(U_{\text{ост}}) = c_0 \exp\left(-\frac{(U_{\text{ост}} - m_{U_{\text{ост}}})^2}{2\sigma_{U_{\text{ост}}}^2}\right), \quad (4)$$

где  $m_{U_{\text{ост}}}$ ,  $\sigma_{U_{\text{ост}}}$  – математическое ожидание и дисперсия величины  $U_{\text{ост}}$ .

Величина  $c_0$  выбирается из условия

$$\int_0^{U_0} f(U_{\text{ост}}) dU_{\text{ост}} = 1$$

и равна

$$c_0 = \frac{\sqrt{\frac{2}{\pi}}}{\sigma_{U_{\text{ост}}} \left[ \Phi\left(\frac{U_0 - m_{U_{\text{ост}}}}{\sqrt{2}\sigma_{U_{\text{ост}}}}\right) + \Phi\left(\frac{m_{U_{\text{ост}}}}{\sqrt{2}\sigma_{U_{\text{ост}}}}\right) \right]},$$

где  $\Phi\left(\frac{U_0 - m_{U_{\text{ост}}}}{\sqrt{2}\sigma_{U_{\text{ост}}}}\right)$ ,  $\Phi\left(\frac{m_{U_{\text{ост}}}}{\sqrt{2}\sigma_{U_{\text{ост}}}}\right)$  – интегралы вероятности вида [11]

$$\Phi(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^x e^{-t^2} dt.$$

Проверка согласованности теоретического и статистического распределений параметров  $U_n$  и  $U_{\text{ост}}$  проводилась по критерию согласия  $\chi^2$  [12]. Гистограммы для величин  $U_n$  и  $U_{\text{ост}}$  (см. рис. 3, 4) совмещены с теоретическими кривыми распределений, рассчитанными по выражениям (3), (4).

Таким образом, решена задача определения и подтверждения законов распределения диагностических параметров искровых разрядов в полупроводниковых свечах емкостных систем зажигания для использования при расчетном нахождении величин, определяющих их эффективность в случаях невозможности прямой регистрации энергии и длительности искровых разрядов, разрядного тока и критерия воспламеняющей способности в условиях реальных газотурбинных двигателей.

Найденные законы распределения случайных диагностических параметров являются основой для теоретического определения законов распределения и числовых характеристик параметров искровых разрядов в полупроводниковых свечах на основе методов теории вероятностей, необходимых для проведения допускового контроля показателей эффективности емкостных систем зажигания.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лефевр А. Процессы в камерах сгорания ГТД. М.: Мир, 1986. 566 с.
2. Алабин М.А., Кац Б.М., Литвинов Ю.А. Запуск авиационных газотурбинных двигателей. М.: Машиностроение, 1968. 228 с.

3. Гизатуллин Ф.А. Емкостные системы зажигания. Уфа: УГАТУ, 2002. 249 с.
4. Гизатуллин Ф.А., Байбурун И.Х. Особенности определения параметров емкостных систем зажигания для ГТД с высотным запуском // Изв. вузов. Авиационная техника. 2004. № 2. С. 44–46.
5. Гизатуллин Ф.А. К теории искрового воспламенения топливовоздушных смесей в газотурбинных двигателях // Авиационная промышленность. 2000. № 1. С. 56–60.
6. Гизатуллин Ф.А., Юшкова О.А., Абросов А.В. Допусковый контроль воспламеняющей способности емкостных систем зажигания с полупроводниковыми свечами // Изв. РАН. Энергетика. 2024. № 1. С. 54–62.
7. Гизатуллин Ф.А., Габидуллина З.Г. Методы и средства оценки эффективности систем зажигания с полупроводниковыми свечами в составе авиационных двигателей // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 4. С. 119–124.
8. Гизатуллин Ф.А., Юшкова О.А. Расчетное определение параметров искровых разрядов в емкостных системах зажигания газотурбинных двигателей на основе диагностирования напряжений на накопительных конденсаторах // Изв. РАН. Энергетика. 2024. № 6. С. 88–97.
9. Гизатуллин Ф.А., Юшкова О.А. Инструментарий для исследования некоторых аспектов надежности и ресурса работы полупроводниковых свечей зажигания // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 2. С. 133–138.
10. Измеритель динамических пробивных напряжений разрядных устройств: пат. на полезную модель 142876 Рос. Федерация, № 2014109751/28; заявл. 13.03.2014; опубл. 10.07.2014, Бюл. № 19.
11. Измеритель остаточного напряжения на накопительном конденсаторе в емкостных системах зажигания: пат. 2179322 Рос. Федерация, № 2000111612/09; заявл. 10.05.2000; опубл. 10.02.2002, Бюл. № 4.
12. Гизатуллин Ф.А., Алимбеков Л.И. Закономерности износа полупроводниковых свечей зажигания // Изв. вузов. Авиационная техника. 2002. № 1. С. 39–42.
13. Венцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Высшая школа, 2006. 575 с.

Поступила в редакцию 29.04.25

После доработки 3.05.25

Принята к публикации 5.05.25

## Distribution Laws for Random Diagnostic Parameters of Spark Discharges in Semiconductor Spark Plugs of Capacitive Ignition Systems

F.A. GIZATULLIN AND O.A. YUSHKOVA

UUST, Ufa

*The possibilities of carrying out the tolerance check of spark discharges parameters in semiconductor spark plugs of the capacitive ignition systems are analyzed based on measuring two diagnostic quantities using easily accessible methods: the voltage on the storage capacitor at the moment of transition of the discharge preparatory stage to the spark stage in the spark plug and the residual voltage on the capacitor at the moment of discharge extinction. Based on experimental studies of discharge processes in a capacitive ignition system, including the use of an original circuit for cutting off the discharge current in a spark plug at the end of the discharges preparatory stage, the distribution laws of diagnostic parameters were determined and confirmed for use in tolerance check of the capacitive ignition systems efficiency.*

**Capacitive ignition system, spark discharge, tolerance check, distribution laws of diagnostic parameters**

## Поддержка принятия решений на начальном этапе проектирования турбореактивного двухконтурного двигателя

**И.А. КРИВОШЕЕВ,**  
д-р техн. наук,  
**К.Е. РОЖКОВ,**  
канд. техн. наук,  
**Н.Б. СИМОНОВ,**  
**О.Н. ИВАНОВА,**  
канд. техн. наук  
(УУНиТ, Уфа)  
krivosh777@mail.ru

*Рассматривается методика выбора схемы и основных параметров двигателя, числа и распределения параметров по ступеням турбокомпрессора при проектировании газотурбинного двигателя. Предложена последовательность и методика выбора и оптимизации основных параметров вентилятора, компрессоров низкого и высокого давления при проектировании газотурбинных двигателей разных типов – турбореактивного двухконтурного двигателя (с отдельными соплами, со смешением потоков и форсажной камерой), турбореактивного и турбовинтового двигателей. Проведена апробация предложенной методики на примере турбореактивного двухконтурного двигателя типа ПД-14 в составе самолета типа МС-21.*

**Схема двигателя, вентилятор, компрессор, частота вращения, число ступеней, кпд, степень повышения полного давления, удельная работа**

В настоящее время на начальном этапе проектирования газотурбинных двигателей и турбокомпрессоров в их составе с использованием недостаточно конкретных и обоснованных рекомендаций выбираются схема двигателя и параметры цикла, частота вращения роторов, число ступеней и распределение основных параметров по ступеням [1–6]. Решение таких задач относится к структурно-параметрическому синтезу и оптимизации. В частности, при проектировании многоступенчатого компрессора функцией цели  $\Phi$  обычно является максимизация кпд  $\eta_k^*$ , а ограничение – требуемое значение  $\Delta K_y$  (запаса газодинамической устойчивости) и наружный диаметр  $D_k$  на входе в рабочее колесо первой ступени компрессора низкого давления или вентилятора. Допустимый диаметр определяется размещением двигателя в составе планера (летательного аппарата) – внутри фюзеляжа или при его подвеске в мотогондole под крылом. В настоящее время для оценки кпд многоступенчатого компрессора на начальном этапе используются обобщенные зависимости, например [6],

$$\eta_k^* = \frac{\pi_k^{*k-1} - 1}{\pi_k^{\eta_{ст}^*} - 1},$$

где  $\pi_k^*$  – степень повышения давления в многоступенчатом компрессоре;  $\eta_{ст}^*$  – средний кпд ступеней. Зависимость кпд многоступенчатого компрессора  $\eta_k^*$  от степени повышения полного давления  $\pi_k^*$  и среднего кпд ступеней  $\eta_{ст}^*$  [6] показана на рис. 1.

Однако такие зависимости не учитывают число ступеней  $z$  и среднюю степень повышения давления в ступенях  $\pi_{ст}^*$  ( $z = \ln \pi_k^* / \pi_{ст}^*$ ). Не учтена также зависимость кпд многоступенчатого компрессора от формы проточной части, приведенных относительных скоростей (в абсолютном и относительном движении) на входе в рабочие колеса ступеней. В связи с этим при проектировании турбокомпрессоров в составе газотурбинных двигателей разных типов (турбореактивного двухконтурного двигателя с отдельными соплами или со смешением, турбореактивного, турбовинтового и турбовального двигателей) после предварительного выбора основных параметров вентиляторов, компрессоров низкого и высокого давления с использованием трехмерного CAD/CAE-моделирования требуются многочисленные итерации для получения оптимального решения. На следующем этапе возникает необходимость в доводке по результатам испытаний, сопряженных с затратами времени и ресурсов. В связи с этим предлагается более эффективная методика с использованием диаграмм Смита [7, 8] для компрессоров и турбин.

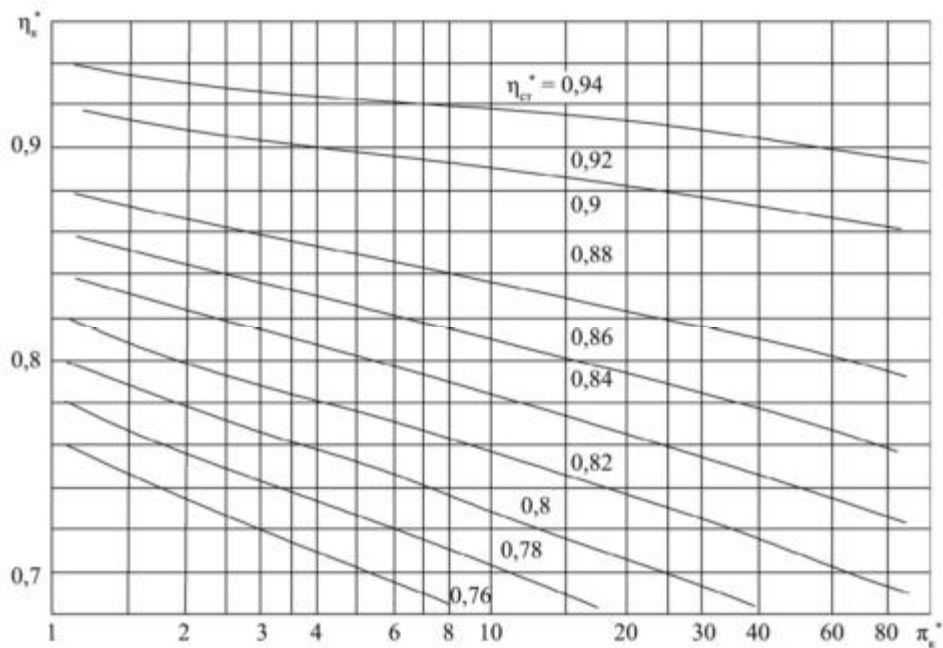


Рис. 1

Данная методика заключается в следующем.

На первом этапе с учетом предложенного упрощенного выражения [9] и с учетом взлетных летно-технических характеристик прототипа летательного аппарата определяется потребная тяга на максимальном взлетном режиме (или полном форсаже):

$$P_{0(\phi)} \approx M_{\text{ЛА}} / (2n) \sqrt{[(V_{\text{взл}})^2 / (L_{\text{взл}}) + g(f_{\text{тр}} + 1/K_{\text{взл}})]}.$$

Здесь:  $n$  – число двигателей;  $M_{\text{ЛА}}$  – взлетная масса летательного аппарата;  $V_{\text{взл}}$  – взлетная скорость летательного аппарата;  $L_{\text{взл}}$  – взлетная дистанция (дистанция разбега);  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$  – ускорение свободного падения;  $f_{\text{тр}}$  – коэффициент трения качения шасси о взлетно-посадочную полосу ( $f_{\text{тр}} = 0,02 \div 0,04$  для бетонной взлетно-посадочной полосы;  $f_{\text{тр}} = 0,06$  для взлета с грунта);  $K_{\text{взл}}$  – коэффициент аэродинамического качества летательного аппарата во взлетной конфигурации, с выпущенными закрылками ( $K_{\text{взл}} \approx 15 \div 17$ ). С учетом наружного (концевого) диаметра  $D_{\text{кон}}$  и относительного диаметра втулки  $\bar{d}$  на входе в рабочее колесо первой ступени (вентилятора или компрессора низкого давления) определяется площадь поперечного сечения на входе в компрессор, включая втулку:  $F_{\text{М}} = (\pi/4)D_{\text{кон}}^2$ ,  $\text{м}^2$ . С учетом лобовой производительности ( $\bar{G}_{\text{лоб}} = 170 \div 190$ ,  $\text{кг}/(\text{с} \cdot \text{м}^2)$  для турбореактивных двухконтурных двигателей с раздельными соплами, со смешением потоков и с форсажными камерами; лобовой производительности  $\bar{G}_{\text{лоб}} = 140 \div 170$ ,  $\text{кг}/(\text{с} \cdot \text{м}^2)$  для турбовинтовых и турбовальных двигателей) определяется расход воздуха на максимальном взлетном режиме:  $G_0 = \bar{G}_{\text{лоб}} F_{\text{М}}$ ,  $\text{кг/с}$ .

Оценивается удельная тяга на максимальном взлетном режиме (или полном форсаже):  $P_{\text{уд}0(\phi)} = P_{0(\phi)} / G_0$ ,  $\text{кН} \cdot \text{с/кг}$ , для турбореактивных двухконтурных двигателей с раздельными соплами, со смешением потоков и с форсажными камерами. Для турбовинтовых или турбовальных двигателей определяется удельная мощность на максимальном взлетном режиме:  $N_{\text{уд}0} = N_0 / G_0$ ,  $\text{кВт} \cdot \text{с/кг}$ . Это позволяет выбрать схему двигателя с учетом того, что для турбореактивных двухконтурных двигателей с форсажными камерами  $P_{\text{уд}\phi} = 0,96 \div 1,36$ ,  $\text{кН} \cdot \text{с/кг}$ , для турбореактивных двухконтурных двигателей со смешением потоков  $P_{\text{уд}0} = 0,65 \div 0,92$ ,  $\text{кН} \cdot \text{с/кг}$ , для турбореактивных двухконтурных двигателей с раздельными соплами  $P_{\text{уд}0} = 0,20 \div 0,25$ ,  $\text{кН} \cdot \text{с/кг}$ . Для турбовинтовых и турбовальных двигателей

$N_{уд0} = 260 \div 321, \text{кВт} \cdot \text{с/кг}$ . В результате с учетом выбранной схемы, размерности двигателя и летно-технических характеристик прототипа летательного аппарата выбирается двигатель-прототип.

На втором этапе выбираются значения степени двухконтурности  $m$  и суммарной степени повышения полного давления  $\pi_{к\Sigma}^*$  на максимальном взлетном и крейсерском режимах. При этом обычно используется функция цели  $\Phi = M_{\text{топ0+дв}} \rightarrow \min$ . Здесь  $M_{\text{топ0+дв}}$  – сумма взлетной массы топлива и двигателей (с учетом их числа). Для упрощения учета взлетной массы топлива  $M_{\text{топ0}}$  предлагается использовать функцию цели в виде  $\Phi = b_{\text{топ}} \delta c_{уд0} + b_{\text{дв}} \delta M_{\text{дв}} \rightarrow \min$ . Весовые коэффициенты определяются с учетом относительной массы топлива в составе летательного аппарата на взлете:

$$b_{\text{топ}} = \bar{M}_{\text{топ0}} / (\bar{M}_{\text{топ0}} + \bar{M}_{\text{дв}}); \quad b_{\text{дв}} = \bar{M}_{\text{дв}} / (\bar{M}_{\text{топ0}} + \bar{M}_{\text{дв}}),$$

так что  $b_{\text{топ}} + b_{\text{дв}} = 1$ .

Относительное изменение удельного расхода топлива и массы двигателя в сравнении с базовым значением (которое на первом этапе может быть определено по прототипу)

$$\delta c_{уд0} = \Delta c_{уд0} / (c_{уд0})_б; \quad \delta M_{\text{дв}} = \Delta M_{\text{дв}} / (M_{\text{дв}})_б.$$

С использованием программных комплексов ThermoGTE, DVIGw, GasTurb, ГРАД, АСТРА и т. д. для каждой комбинации  $\{\pi_{к\Sigma}^*, m\}$  определяются значения  $T_{г0}^*$  и  $c_{уд0}$ . Значения массы двигателя  $M_{\text{дв}}$  определяются с использованием эмпирических выражений [10], например, для турбореактивного двухконтурного двигателя:

$$M_{\text{дв}} = 6,88 \left( \frac{G_0}{m+1} \right)^{1,14} \left[ \left( \frac{T_{г0}^*}{288,15} \right) + 3,472 \pi_{к\Sigma}^{*0,133} \right] + G_0^{0,834} m^{0,223}.$$

Здесь первое слагаемое характеризует массу внутреннего контура, второе – наружного;  $G_0$  – суммарный расход воздуха на взлете;  $\pi_{к\Sigma}^*$  – суммарная степень повышения давления в первом контуре;  $T_{г0}^*$  – температура газа перед турбиной.

Выбор значения степени двухконтурности  $m$  определяет схему двухконтурного двигателя: при  $m > 4,5$  – схема турбореактивного двухконтурного двигателя с отдельными соплами, при  $m < 4,5$  – схема турбореактивного двухконтурного двигателя со смешением потоков, при  $m > 12$  – схема турбореактивного двухконтурного двигателя с редуктором.

На следующем этапе для выбранных значений  $\{\pi_{к\Sigma}^*, m\}$  с использованием эмпирических выражений [11, с. 25] определяются значения  $\pi_{в}^*$ ,  $\pi_{кнд}^* = \pi_{в}^* \pi_{под}^*$ ,  $\pi_{квд}^*$ . Например, предполагается, что

$$L_{кндс} = L_{к\Sigma s} x_s / [1 + m(1 - x_s)].$$

Здесь  $x_s = 0,35 \div 0,5$ ;  $L_{кндс}$  – изоэнтропическая работа в компрессоре низкого давления.

Работа в компрессоре (в первом контуре)  $L_{к\Sigma s} = c_p T_1^* \left( \pi_{к\Sigma}^{*k} - 1 \right)$ . Отсюда степень повышения давления в компрессоре низкого давления (в вентиляторе и подпорных ступенях в первом контуре)  $\pi_{кнд}^* = \left[ L_{кндс} / (c_p T_1^*) + 1 \right]^{1/k}$ . Соответственно, степень повышения давления в компрессоре высокого давления  $\pi_{квд}^* = \pi_{к\Sigma}^* / \pi_{кнд}^*$ .

На третьем этапе оцениваются осевые скорости (их абсолютные и приведенные значения) на входе и выходе из узлов газотурбинного двигателя. Предлагается учитывать значения заторможенной температуры на входе и выходе из узлов. Значения температур определяются с учетом принятых (в первом при-

ближении) значений КПД узлов или с учетом изоэнтропических значений температур. С учетом площади проточной части на входе в рабочее колесо первой ступени вентилятора (компрессора низкого давления)  $F_1 = F_M (1 - \bar{d}^2)$  определяется функция плотности тока на входе в рабочее колесо первой ступени вентилятора (компрессора низкого давления)

$$q(\lambda_1) = G_0 \sqrt{T_1^*} / (m \sin \alpha_1 F_1).$$

Если перед вентилятором нет входного направляющего аппарата, то  $q(\lambda_1) = G_0 \sqrt{T_1^*} / (m F_1 p_1^*)$ . При наличии входного направляющего аппарата на начальном этапе можно использовать приближенное выражение

$$q(\lambda_{1a}) \approx G_0 \sqrt{T_1^*} / (m F_1 p_1^*).$$

В данном случае  $m = \sqrt{\frac{k}{R} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}}$  – это коэффициент в уравнении расхода. Для воздуха  $m = 0,0404$ .

При этом по газодинамическим функциям [12] определяется приведенная осевая скорость на входе в рабочее колесо первой ступени вентилятора (компрессора низкого давления)  $\lambda_{1a}$ .

В стандартных взлетных условиях осевая скорость на входе в рабочее колесо первой ступени вентилятора (компрессора низкого давления)  $c_{1a} \approx \lambda_{1a} \sqrt{\frac{2k}{k+1} R T_1^*}$ . Приведенная осевая скорость на выходе из компрессора высокого давления (на входе в камеру сгорания)  $\lambda_{ak} \approx 0,21 \div 0,25$ .

С учетом этого на выходе из компрессора низкого давления осевая скорость

$$c_{акнд} \approx c_{1a} - (c_{1a} - c_{ак}) (T_{кнд}^* - T_1^*) (T_k^* - T_1^*).$$

Можно также использовать и приближенное выражение

$$c_{акнд} \approx c_{1a} - (c_{1a} - c_{ак_s}) (T_{кнд_s}^* - T_1^*) (T_{к_s}^* - T_1^*).$$

При этом  $T_{кнд_s}^* = T_1^* \pi_{кнд}^{*\frac{k-1}{k}}$ ,  $T_{к_s}^* = T_1^* \pi_{к\Sigma}^{*\frac{k-1}{k}}$ .

Приближенно  $c_{ак_s} \approx \lambda_{ак} \sqrt{\frac{2k}{k+1} R T_{к\Sigma}^*}$ . В таком случае на раннем этапе проектирования турбокомпрессора не требуется задаваться значениями КПД узлов.

На четвертом этапе с учетом выбранной ранее осевой скорости на входе в рабочее колесо первой ступени вентилятора (компрессора низкого давления) с использованием диаграммы Смита для вентилятора (компрессора низкого давления) определяются частота вращения  $n_1$ , значение удельной работы  $H_{т1}$  и КПД первой ступени  $\eta_1^*$ . По предложенной методике возможно определить число ступеней  $z$ , распределение осевых скоростей и диаметральных размеров по ступеням, КПД вентилятора (компрессора низкого давления) в целом. По формуле [7] определяется средний диаметр на выходе из турбины низкого давления:

$$D_{срТНД} = D_{кон1} / \left[ 0,3213(m+1)^{0,776} + 0,8 \right],$$

где  $D_{кон1}$  – концевой диаметр на входе в рабочее колесо первой ступени вентилятора (компрессора низкого давления). С учетом ранее определенной частоты вращения  $n_1$  и диаметра  $D_{срТНД}$  определяется окружная скорость в среднем сечении на выходе из турбины низкого давления  $u_{срТНД}$ . По формуле [11] определяется окружная скорость в среднем сечении на выходе из турбины высокого давления  $u_{срТВД} = u_{срТНД} \left[ 0,533(m+1)^{0,536} + 0,6 \right]$ .

Концевой диаметр на входе в компрессор высокого давления  $D_{\text{кон\_вхКВД}}$  определяется с учетом площади проточной части в первом контуре на выходе из вентилятора (компрессора низкого давления) и с учетом допустимой длины последней лопатки компрессора высокого давления  $h_z > 0,15$  м в предположении формы проточной части компрессора высокого давления  $D_{\text{кквд}} = \text{const}$ . С учетом этого по формуле [10] определяется средний диаметр на выходе из турбины высокого давления  $D_{\text{срТВД}} = D_{\text{кон\_вхКВД}}/1,1213$ . Это позволяет с учетом определенного значения  $u_{\text{срТВД}}$  определить частоту вращения ротора высокого давления  $n_2$ .

На пятом этапе производится выбор основных параметров вентилятора, компрессоров низкого и высокого давления в составе газотурбинного двигателя. Используются определенные по предложенной методике на входе в рабочее колесо первой ступени многоступенчатого компрессора значения частот вращения, удельной работы и КПД первой ступени. Предлагается использовать диаграммы Смита не для полных, а для элементарных ступеней компрессоров. В настоящее время такие диаграммы могут быть предварительно построены с использованием численного трехмерного САД/САЕ-моделирования и планирования эксперимента.

В турбореактивном двухконтурном двигателе с одноступенчатым вентилятором (рис. 2) используется выбранное ранее значение осевой скорости  $c_{1a}$  на входе в рабочее колесо вентилятора, степени повышения давления в вентиляторе (во втором контуре)  $\pi_{\text{вп}}^*$ .

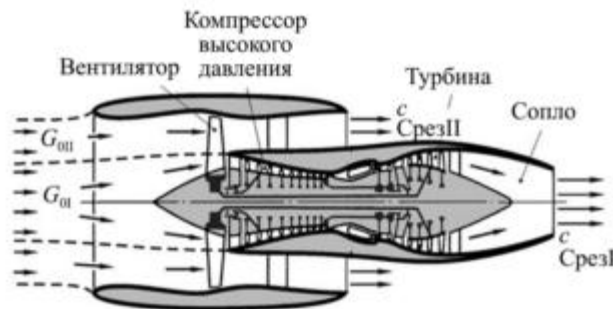


Рис. 2

Определяется изоэнтропический напор в вентиляторе (во втором контуре)

$$H_{sII} = c_p T_1^* \left( \pi_{\text{кнд}}^{*\frac{k-1}{k}} - 1 \right).$$

Для вентилятора без входного направляющего аппарата осевые скорости на входе в рабочее колесо одинаковы по высоте проточной части  $c_{1a}(r) = \text{const}$ , где  $r$  – радиус поверхности тока по отношению к оси ротора. На диаграмме Смита [7, 8] при использовании ее для элементарных ступеней (рис. 3) изображающие точки для сечений по высоте проточной части на входе в рабочее колесо располагаются на параболе с параметром  $B_{sII} = H_{sII}/c_{1aII}^2$ . Дополнительно на диаграмме Смита (см. рис. 3) через точки касания парабол и изолиний  $\eta_{\text{ст}}^* = \text{const}$  для элементарных ступеней строится линия 1 (для значений коэффициента теоретического напора).

С учетом значений  $\eta_{\text{ст}}^*$  вдоль линии 1 ниже строится линия 2 (для значений коэффициента изоэнтропического напора). На пересечении линии 2 с параболой с параметром  $B_{sII}$  определяется положение точки «срIIс» для среднемассового сечения на входе в рабочее колесо вентилятора во втором контуре (срIIс). Для точки «срIIс» определяются значения  $\bar{c}_{1aII}$ ,  $\bar{H}_{sII\text{ср}}$ , и над точкой «срIIс» на линии 1 определяется положение точки «срII». В точке «срII» определяются значения  $\bar{H}_{\text{тлср}}$  и  $\eta_{\text{пср}}^*$ . При этом окружная скорость в точке «срII» (в сечении «срII» во втором контуре на входе в рабочее колесо вентилятора)

$u_{срII} = \sqrt{H_{сII} / \bar{H}_{сIIср}}$ , и после определения диаметра среднемассового сечения на входе в рабочее колесо вентилятора во втором контуре  $D_{срII} = D_{к} \sqrt{(1 + \bar{d}_{II}^2) / 2}$  определяется частота вращения вентилятора  $n_1 = u_{срII} 60 / (\pi D_{срII})$ .

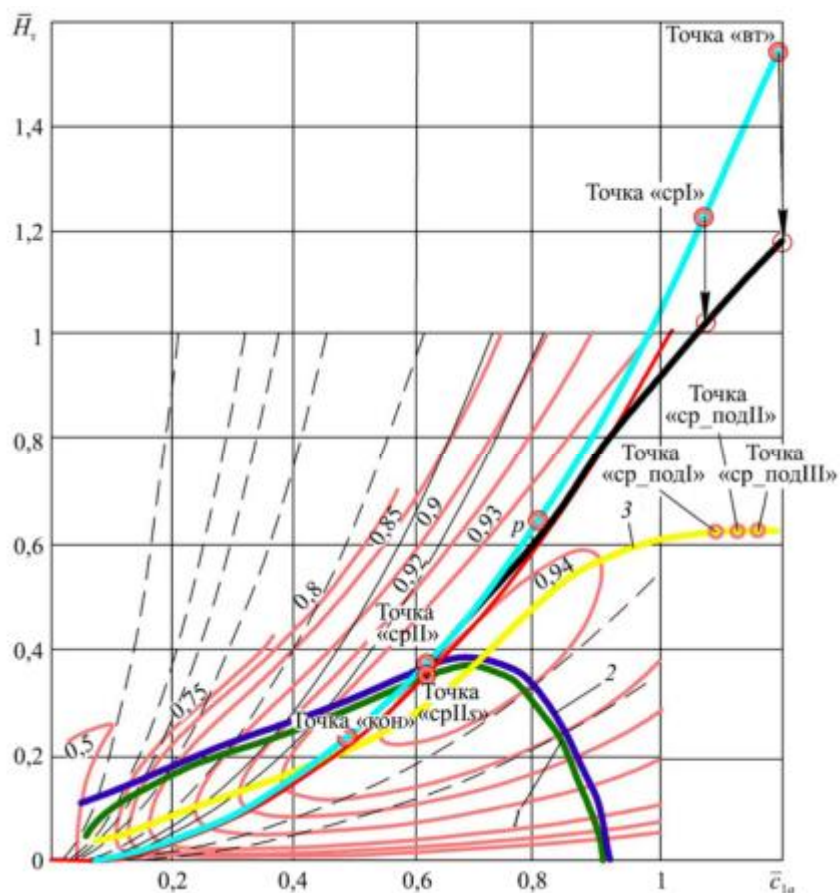


Рис. 3

Проектирование многоступенчатого вентилятора в составе турбореактивного двухконтурного двигателя со смешением потоков сложнее, чем проектирование одноступенчатого вентилятора турбореактивного двухконтурного двигателя с отдельными соплами, поскольку требуется определить оптимальное число ступеней и распределение работ по ступеням вентилятора. Такая же задача возникает при проектировании подпорных ступеней в составе турбореактивного двухконтурного двигателя с отдельными соплами. Однако, как было показано, при проектировании подпорных ступеней или компрессора высокого давления в составе турбореактивного двухконтурного двигателя частота вращения  $n_1$  и диаметральный размер на входе в первую подпорную или первую ступень компрессора высокого давления  $n_2$  бывают уже определены.

Если же частота вращения еще не определена (как при проектировании многоступенчатого вентилятора в составе турбореактивного двухконтурного двигателя со смешением потоков), то сначала выбирается допустимое значение приведенной скорости в концевом сечении рабочего колеса вентилятора первой ступени в относительном движении  $[\lambda_{в,конI}]$ . С учетом наличия или отсутствия входного направляющего аппарата определяется соответствующая допустимая окружная скорость  $[u_{конI}]$  в концевом сечении рабочего колеса первой ступени многоступенчатого компрессора. При выбранном среднем диаметре  $D_{срI}$  и относительном диаметре втулки  $\bar{d}$  рабочего колеса первой ступени (многоступенчатого вентилятора, первой подпорной ступени или компрессора высокого давления) определяется по выбран-

ному  $c_{1a}$  ограничение  $[\bar{c}_{1acp}] > (c_{1a}/[u_{кон}])\sqrt{2/(1+\bar{d}^2)}$ . Во втулочном сечении при  $[\rho_{вт}] > 0$   $[\bar{H}_{т_вт}] < 2$ , поэтому второе ограничение  $[\bar{H}_{т_ср}] < 4/(1+1/\bar{d}^2)$ . На диаграмме Смита (см. рис. 3) строится линия 3 из условия касания изолиний  $\eta_{ст}^* = \text{const}$  и вертикалей  $\bar{c}_a = \text{const}$ . С учетом указанных ограничений на линии 3 выбирается положение точки «срI» (для среднемассовой поверхности тока «срI» на входе в рабочее колесо первой ступени), и в ней определяются значения  $\bar{c}_{1acpI}$ ,  $\bar{H}_{т_срI}$ ,  $\eta_{срI}^*$ . По значению  $u_{срI} = c_{1aI}/\bar{c}_{1acpI}$  определяется частота вращения ротора низкого давления  $n_1 = 60u_{срI}/(\pi D_{срI})$ . В выбранной точке «срI» (которая для сечения «срI» для первой ступени многоступенчатого вентилятора подбирается аналогично тому, как подобрана точка «ср\_подI» для первой подпорной ступени (см. рис. 3)) определяется параметр  $B_1 = \bar{H}_{т_срI}/\bar{c}_{1acpI}^2$ . С учетом осевой скорости на входе в первую ступень  $c_{aI}$  определяется теоретический напор в первой ступени  $H_{тI} = B_1 c_{aI}^2$ .

Это позволяет определить число  $z$  и распределение значений осевых скоростей  $c_{ai}$  и удельной работы  $H_{ti}$ , диаметральных размеров  $D_i$ , КПД и схему проточной части многоступенчатого компрессора. Однако при этом используется построенная на диаграммах Смита (см. рис. 3) для элементарных ступеней компрессоров линия 3. В первом приближении строятся линии сжатия в многоступенчатом компрессоре на  $T$ - $S$ - или  $i$ - $s$  диаграммах (рис. 4, 5). По полученной на предыдущем этапе точке «срI» (в сечении «срI» рабочего колеса первой ступени многоступенчатого компрессора) и определенным по диаграмме Смита параметрам определяется коэффициент восстановления полного давления в первой ступени

$$\sigma_1 = \left[ 1 - \frac{1 - \langle \eta_1^* \rangle}{\frac{c_p T_1^*}{H_{тI}} + 1} \right]^{\frac{k}{k-1}}.$$

Приращение энтропии в первой ступени  $\Delta S_1 = -R \ln \sigma_1$ . Для оценки КПД многоступенчатого компрессора требуется определить приращение энтропии в нем  $\Delta S = \sum \Delta S_i$ ;  $\sigma = \prod \sigma_i$ . Это зависит от числа ступеней  $z$  и распределения значений работ  $H_{ti}$ , осевых  $c_{ai}$  и окружных скоростей  $u_i$ , что зависит от выбора точек «ср\_подI», «ср\_подII», «ср\_подIII» в средних сечениях «ср» для ступеней на диаграмме Смита (см. рис. 3) и в  $T$ - $S$ -координатах (см. рис. 4, 5). При заданной степени повышения давления  $\pi_k^*$  максимальный КПД в многоступенчатом компрессоре достигается при  $\Delta S \rightarrow \min$  и  $\sigma \rightarrow \max$ . Согласно анализу, если при определении положения точек «ср\_подI», «ср\_подII» и «ср\_подIII» (для сечений «ср» подпорных ступеней) на линии 3 на диаграмме Смита (см. рис. 3) использовать условие  $\sigma_i = \sigma_1 = \text{const}$ , то получаемое распределение значений работы  $H_{ti}$  по ступеням близко к традиционному (с возрастанием значений работы по ступеням и небольшим снижением на последних ступенях). Если для первой ступени определить условный коэффициент потерь энергии  $\zeta_1 = (1 - \sigma_1) / \left[ \varepsilon (\lambda_{1aI}) (\lambda_{1aI})^2 k / (k + 1) \right]$  [11], то может использоваться условие одинакового значения этого показателя по ступеням  $\zeta_i = \zeta_1 = \text{const}$ . При этом получается используемое в настоящее время новое распределение значений работы с плавным уменьшением  $H_{ti}$  по ступеням, с увеличением показателя  $\sigma_i$  и уменьшением  $\Delta S_i$ . Такие распределения стали применяться в компрессорах низкого давления и в компрессорах высокого давления с высоконагруженными сверхзвуковыми первыми ступенями.

Выбор одного из этих вариантов производится после построения (в первом приближении) предельной диаграммы сжатия в многоступенчатом компрессоре (для оптимального числа и распределения работ по ступеням, так, чтобы КПД многоступенчатого компрессора был максимален). Схема построения такой диаграммы сжатия в  $T$ - $S$ - и в  $i$ - $s$ -координатах для одно- и многоступенчатого компрессора показана на рис. 4.

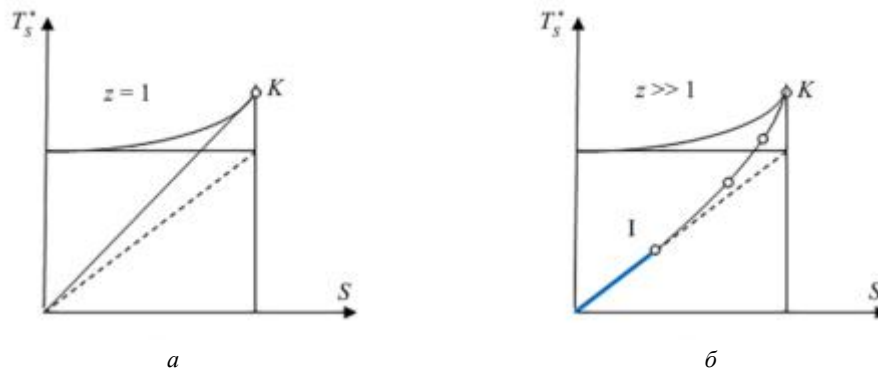


Рис. 4

Как видим (рис. 4, а), в одноступенчатом компрессоре  $z = 1$ , а также в двух- и трехступенчатом компрессоре приращение энтропии  $\Delta S \approx H_s / (H_{s1} / \Delta S_1)$ , поэтому число ступеней  $z \approx \Delta S / \Delta S_1 \approx H_s / H_{s1} > H_s / H_{T1}$ . В многоступенчатом компрессоре (рис. 4, б) при большом числе ступеней  $z \geq 1$  приращение энтропии  $\Delta S \approx H_s / (H_{T1} / \Delta S_1) = \eta_I H_s / (H_{s1} / \Delta S_1)$ , при этом число ступеней  $z > \Delta S / \Delta S_1$ ;  $z > H_s / H_{T1}$ . При конечном числе ступеней

$$\Delta S \approx 0,5 \left[ H_s / (H_{s1} / \Delta S_1) \right] + \eta_I H_s / (H_{s1} / \Delta S_1) = 0,5 \Delta S_1 (H_s / H_{s1})$$

и

$$z \approx 0,5 (H_s / H_{s1}) (1 + \eta_I) = 0,5 \frac{\pi_{\kappa}^{*k-1} - 1}{\pi_1^{*k-1} - 1} (1 + \eta_I).$$

Как показано на рис. 4, 5, итоговая изобара в компрессоре  $T_{\kappa}^* = T_s^* e^{\Delta S / c_p}$ . В  $i$ - $S$  координатах  $i_{\kappa}^* = i_s^* e^{\Delta S / c_p}$ , кпд многоступенчатого компрессора при этом

$$\eta_{\kappa}^* = (T_s^* - T_1^*) / (T_{\kappa}^* - T_1^*) = (1 - T_1^* / T_s^*) / (e^{\Delta S / c_p} - T_1^* / T_s^*).$$

Для определения оптимального числа ступеней  $z$  на первом этапе определяется значение  $z_m \approx H_s / H_{T1}$ . Обычно это значение дробное, фактическое число ступеней  $z$  получается округлением  $z_m$  до ближайшего целого, при этом кпд компрессора  $\eta_{\kappa}^*$  может быть определен по среднему кпд ступеней с учетом  $\eta_{cp}^* = \eta_I^*$  по графику (см. рис. 1). Более точное решение получают, если принять  $\Delta S \approx H_s / (H_{T1} / \Delta S_1)$ . Для многоступенчатого компрессора  $\Delta S \approx z_m \Delta S_1$ ,  $\sigma = 1 / e^{\Delta S / R}$ ,  $\sigma = \sigma_1^{z_m}$ , и кпд компрессора

$$\eta_{\kappa}^* = 1 / \left[ \left( 1 / \sigma^{k-1} \right) (c_p T_1^* / H_s + 1) - c_p T_1^* / H_s \right].$$

С учетом этого для определения  $z$  после выбора точки «срI» (в сечении «ср») для первой ступени компрессора аналогично выбору точки «ср\_подI» для первой подпорной ступени на линии 3 на диаграмме Смита (см. рис. 3), определения по соответствующим точкам на параболе (для сечений «ср», «к», «вт» по высоте рабочего колеса) среднемассового значения кпд первой ступени  $\langle \eta_I \rangle \approx \bar{\eta}_f \left[ 0,5 \eta_{cp}^* 0,25 (\eta_{BT}^* + \bar{\eta}_{звз} \eta_{\kappa}^*) \right]$  для первой ступени определяются значения  $H_{s1} = H_{T1} \langle \eta_I \rangle$ ;  $B_1 = \bar{H}_{T1cp} / \bar{c}_{1аср}^2$ :

$$\sigma_1 = \left[ 1 - (1 - \langle \eta_I \rangle) / (c_p T_1^* / H_{T1} + 1)^{k-1} \right]; \Delta S_1 = -R \ln \sigma_1.$$

В многоступенчатом компрессоре в целом  $H_s = c_p T_1^* \left( \pi_k^{*\frac{k-1}{k}} - 1 \right)$  – изоэнтропическая работа. Итоговая

изобара в многоступенчатом компрессоре  $T_k^* = T_s^* e^{\Delta S/c_p}$ , где  $T_s^* = T_1^* \pi_k^{*\frac{k-1}{k}}$  – изоэнтропическая температура за компрессором.

Рис. 5 демонстрирует использование нового метода распределения работ по ступеням многоступенчатого компрессора по условию  $\zeta_i = \zeta_1 = \text{const}$ , при котором значения работы  $H_{Ti}$ ,  $\Delta S_i$  плавно снижаются, а показатель  $\sigma_i$  по ступеням увеличивается. Как указано, обычно такое распределение применяют в компрессоре высокого давления, а в последнее время стали использовать и в случае компрессора низкого давления со сверхзвуковыми первыми ступенями с большой степенью повышения давления.

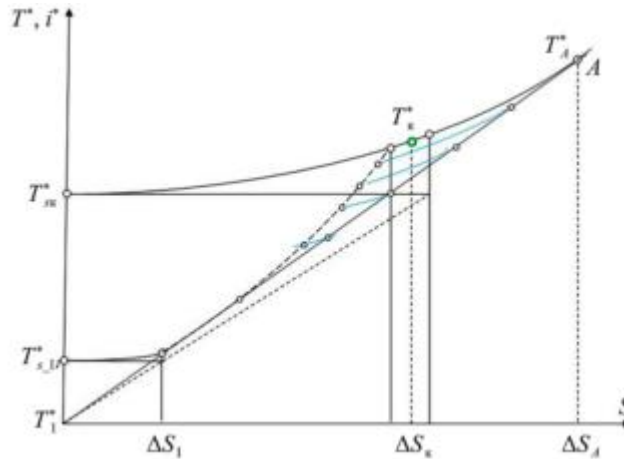


Рис. 5

Для такого распределения через точку, изображающую линию сжатия в первой ступени, требуется провести луч до пересечения в точке  $A$  с итоговой изобарой (см. рис. 5). Задача может быть решена и аналитически. Конечная изобара при заданном  $\pi_k^*$  имеет вид  $T_k^* = T_s^* e^{\Delta S/c_p}$  или  $i_k^* = i_s^* e^{\Delta S/c_p}$ . Здесь  $\Delta S = S_k - 0$  – приращение энтропии в компрессоре, поэтому  $i_k^* - i_1^* = i_s^* e^{\Delta S/c_p} - i_1^*$ . Отсюда уравнение изобары может быть представлено в координатах

$$H_T = H_s e^{\Delta S/c_p} + i_1^* (e^{\Delta S/c_p} - 1)$$

или

$$H_T = H_s e^{\Delta S/c_p} - c_p T_1^* (e^{\Delta S/c_p} - 1).$$

На рис. 5 точка  $A$  пересечения луча с коэффициентом наклона  $(T_{2-1}^* - T_1^*)/\Delta S_1$  из точки  $T_1^*$  с итоговой изобарой многоступенчатого компрессора  $T_k^* = T_s^* e^{\Delta S/c_p}$  определяется следующим образом:

$$T_1^* + (T_{2-1}^* - T_1^*) \Delta S_A / \Delta S_1 = T_s^* e^{\Delta S_A/c_p}.$$

Отсюда решение для точки  $A$ :

$$\left[ \Delta S / e^{\Delta S/c_p} \right]_A = \left[ (T_s^* - T_1^* / e^{\Delta S_A/c_p}) / (T_{2-1}^* - T_1^*) \right] \Delta S_1$$

или

$$\left[ \Delta S / e^{\Delta S/c_p} \right] = \left[ H_s + c_p T_1^* (1 - 1/e^{\Delta S/c_p}) \right] \text{ и } \left[ \Delta S / e^{\Delta S/c_p} \right]_A = \left[ H_s + c_p T_1^* (1 - 1/e^{\Delta S/c_p}) \right] H_{T1} \Delta S_1.$$

Для решения этой задачи на рис. 6 строятся универсальные кривые  $\left[ \Delta S / e^{\Delta S / c_p} \right]_A = f(\Delta S)_A$ ;  
 $\left[ 1 - 1 / e^{\Delta S / c_p} \right]_A = f(\Delta S)_A$ .

То же самое решение можно получить в координатах  $H_T - \Delta S$ . Точка  $A$  – это пересечение луча  $H_T = H_{T1} \Delta S / \Delta S_1$  с наклоном  $(H_{T1} / \Delta S_1)$  с изобарой  $H_T = H_s e^{\Delta S / c_p} - c_p T_1^* (e^{\Delta S / c_p} - 1)$ . При этом решение для определения координат точки  $A$ :  $H_{T1} \Delta S / \Delta S_1 = H_T = H_s e^{\Delta S / c_p} - c_p T_1^* (e^{\Delta S / c_p} - 1)$ . Получение решения возможно посредством итераций или с использованием универсальной зависимости  $\Delta S / (e^{\Delta S / c_p}) = f(\Delta S)$ , показанной на рис. 6.

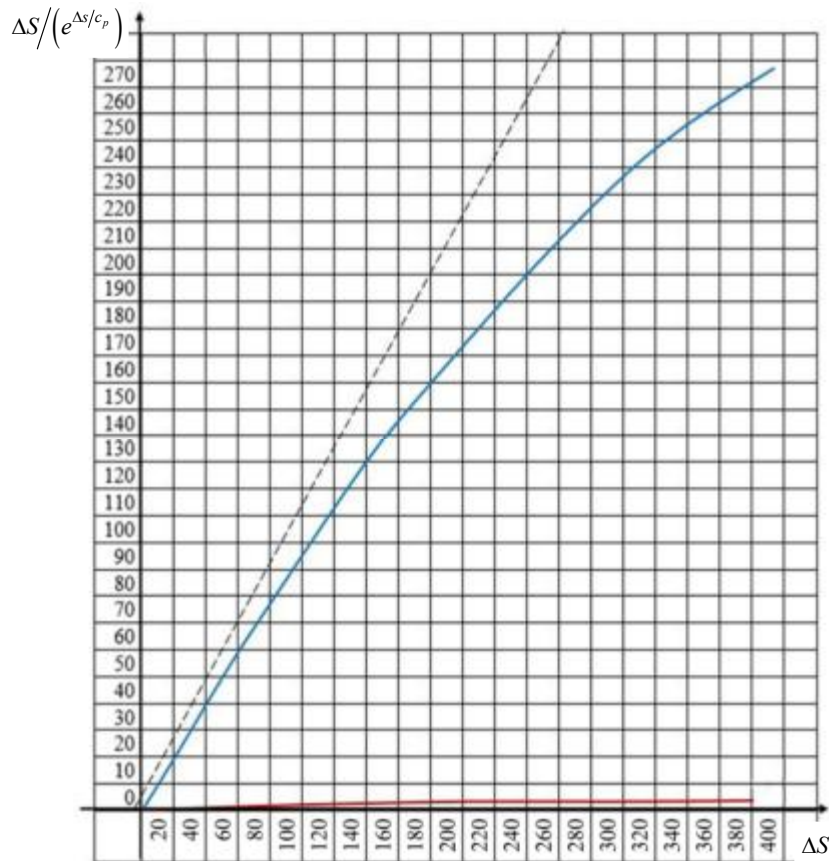


Рис. 6

Для построения этой зависимости в таблице приведены значения  $\Delta S / (e^{\Delta S / c_p})$  в зависимости от  $\Delta S$ , Дж/кг.

Параметр	Значение													
$\Delta S / (e^{\Delta S / c_p})$	9,9	19,6	29	38,4	47,5	56,5	65,3	73,9	82,3	90,5	129,2	163,9	225,6	268,7
$\Delta S$ , Дж/кг	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	150	200	300	400

Предложенный метод [9] апробирован на примере турбореактивного двухконтурного двигателя типа ПД-14 в составе самолета типа МС-21. С учетом взлетной массы и дистанции разбега самолета определены параметры каждого из двух турбореактивных двухконтурных двигателей на взлетном режиме  $P_0 = 137340$  Н. С учетом допустимого диаметра на входе в вентилятор  $D_k = 1,9$  м, относительного диаметра втулки  $\bar{d} = 0,3357$  и лобовой производительности  $\bar{G}_{\text{лоб}} = 178,6 \text{ кг} / (\text{с} \cdot \text{м}^2)$  получено значение

суммарного расхода воздуха на входе  $G_0 = 506,5$  кг/с. Для обеспечения  $M_{\text{топ0+дв}} \rightarrow \min$  подобраны значения  $\pi_{\kappa\Sigma}^* = 34,4066$  и  $m = 8,3687$ . Определен среднemasсовый КПД вентилятора во втором контуре

$$\langle \eta_{\text{вII}}^* \rangle = \bar{\eta}_f \left[ 0,5\eta_{\text{IIcp}}^* + 0,25(\bar{\eta}_{\text{звз}}\eta_{\text{IIк}}^* + \eta_{\text{IIвт}}^*) \right] = 0,9178,$$

где  $\bar{\eta}_{\text{звз}}$  – поправка на потери в радиальном зазоре (отнесенные к верхней трети течения в рабочем колесе вентилятора в концевом (периферийном) течении). С учетом этого для вентилятора во втором контуре определено

$$\sigma_{\text{вII}} = \left[ \frac{1 - \langle \eta_{\text{вII}}^* \rangle}{\frac{c_p T_1^*}{H_{\text{тII}}} + 1} \right]^{\frac{k}{k-1}} = 0,967.$$

С учетом  $\pi_{\text{сII}} = 1,4746$  и коэффициента восстановления полного давления в сопле второго контура  $\sigma_{\text{сII}} = 0,9914$  в целом для второго контура определено  $\sigma_{\text{II}} = 0,9587$ . При этом определен КПД второго контура

$$\eta_{\text{II}} = 1 / \left[ \left( \sigma_{\text{II}}^{\frac{k-1}{k}} \right) \left( \frac{c_p T_1^*}{H_{\text{свII}}} + 1 \right) - \frac{c_p T_1^*}{H_{\text{свII}}} \right] = 0,8964.$$

Оптимальное распределение свободной энергии между контурами в турбореактивном двухконтурном двигателе обеспечивается при  $c_{\text{II}}/c_1 = \eta_{\text{II}}$ . Здесь  $c_1, c_{\text{II}}$  – скорости истечения из сопел первого и второго контуров. Скорость истечения из сопла второго контура, м/с, должна составлять

$$c_{\text{II}} = [P_0(m+1)/G_0] / [m + (1 + q_{\text{топ}})/\eta_{\text{II}}] = 267,2 \text{ м/с}.$$

Здесь принято, что относительная добавка топлива в первом контуре  $q_{\text{топ}} \approx 0,02$ . При этом скорость истечения из сопла первого контура должна составлять  $c_1 = 298,1$  м/с. С учетом этого подобрана степень повышения давления в вентиляторе во втором контуре  $\pi_{\text{вII}}^* = 1,4877$  и потребная температура в камере сгорания  $T_r^* = 1753,6$  К. По значениям  $q(\lambda_{a1}) = 0,835$ ,  $\lambda_{a1} = 0,627$  определена осевая скорость на входе в вентилятор  $c_{a1} = 194,8$  м/с. С учетом  $H_{\text{сII}} = 34842$  Дж/кг в вентиляторе во втором контуре определено  $B_{\text{сII}} = H_{\text{сII}}/c_{a1}^2 = 0,918$ . При этом на рис. 3 подобрана точка «срIIс» (для сечения «срIIс») на линии 1 и над ней на линии 2 точка «срII» (для сечения «срII»). В этих точках «срIIс» и «срII»  $\bar{H}_{\text{сIIcp}} = 0,359$ ;  $\bar{c}_{a\_срII} = 0,625$ ;  $\bar{H}_{\text{тIIcp}} = 0,382$ ;  $\eta_{\text{вIIcp}}^* = 0,94$ . Окружная скорость в среднем сечении во втором контуре на входе в рабочее колесо вентилятора  $u_{\text{срII}} = c_{a1}/\bar{c}_{a\_срII} = 311,68$  м/с. С учетом степени двухконтурности диаметр разделения контуров на входе в рабочее колесо вентилятора  $D_p = 0,8137$  м и  $\bar{d}_{\text{II}} = 0,4283$ . При этом  $D_{\text{срII}} = 1,4615$  м, поэтому оптимальная частота вращения вентилятора  $n_1 = u_{\text{срII}} 60 / (\pi D_{\text{срII}}) = 4073$  об/мин. В концевом сечении рабочего колеса вентилятора на входе  $u_{\text{к}} = u_{\text{срII}} (D_{\text{кон\_в}}/D_{\text{срII}}) = 405,2$  м/с,  $\bar{c}_{a\_кон} = 0,4808$ . Во втулочном сечении на входе в рабочее колесо вентилятора  $\bar{c}_{1a\_вт} = 1,432$ . В зоне разделителя  $\bar{c}_{a\_p} = 1,123$ . В первом контуре  $\bar{d}_1 = 0,7842$ . Средний диаметр в первом контуре на входе в рабочее колесо вентилятора  $D_{\text{срI}} = 0,7312$  м, поэтому  $\bar{c}_{a\_срI} = (D_p/D_{\text{срI}}) = 1,25$ . С учетом этого на рис. 3 показаны точки для сечений «кон», «срII», «р», «срI», «вт» по высоте проточной части на входе в

рабочее колесо вентилятора. В первом контуре на входе в вентилятор по графику рис. 1.4 [12] определено  $\pi_{в1}^* = \pi_{вII}^* \bar{\pi} = 1,313$ . При этом в первом контуре в вентиляторе  $H_{с1} = 23455,4$  Дж/кг, и точка «срI» (для сечения «срI» по высоте рабочего колеса вентилятора) находится на параболе с параметрами  $B_{с1} = 0,618$  и  $\bar{H}_{с_срI} = 0,966$ . При этом  $\bar{H}_{т_срI} = 1,02$ . На рис. 3 показано, как точки для сечений «срI» и «вт» по высоте рабочего колеса вентилятора смещаются вниз и как искривляется изображающая линия, характеризующая кинематику потока в вентиляторе вдоль передней кромки рабочего колеса.

Определено число  $z$  и распределение параметров по подпорным ступеням вентилятора турбореактивного двухконтурного двигателя типа ПД-14. В рассматриваемом примере с использованием методики [12] определена изоэнтропическая работа в компрессоре низкого давления (в вентиляторе в первом контуре и подпорных ступенях):

$$L_{кНД_s} = L_{к\Sigma_s} x_s / [1 + m(1 - x_s)] = 68168 \text{ Дж/кг}$$

при  $x_s = 0,35$ .

При этом  $\pi_{кНД}^* = 2,0941$  и  $\pi_{кВД}^* = \pi_{к\Sigma}^* / \pi_{кВД}^* = 34,41 / 2,094 = 16,43$ . Отсюда степень повышения давления в подпорных ступенях  $\pi_{под}^* = \pi_{кНД}^* / \pi_{в1}^* = 2,094 / 1,313 = 1,595$ .

Для определения числа  $z$  и распределения параметров по подпорным ступеням на рис. 3 построена линия 3 (через точки касания вертикалей  $\bar{c}_a = \text{const}$  с изолиниями кпд  $\eta = \text{const}$ ). Показаны подобранные на линии 3 точки «ср\_подI», «ср\_подII» и «ср\_подIII» для средних сечений «ср» трех подпорных ступеней. При их проектировании использована приведенная методика для проектирования многоступенчатых осевых компрессоров. Так как частота вращения и параметры на входе и выходе из вентилятора уже определены, то установлены осевые скорости на выходе из подпорных ступеней и компрессора высокого давления турбореактивного двухконтурного двигателя. Для этого определена температура за подпорными ступенями  $T_{кНД}^* = 363$  К и температура за компрессором высокого давления  $T_{кС}^* = 859,7$  К. Для  $\lambda_{кС} = 0,25$   $c_{аКС} = 134,1$  м/с. В итоге определена осевая скорость за подпорными ступенями

$$c_{аКНД} \approx c_{1ав} - (c_{1ав} - c_{аКС})(T_{кНД}^* - T_{в}^*) / (T_{кС}^* - T_{в}^*) = \\ = 194,8 - (194,8 - 134,1)(363 - 288,15) / (859,7 - 88,15) = 186,85 \text{ м/с.}$$

В первой подпорной ступени вентилятора предполагается на входе такая же осевая скорость, как на входе в рабочее колесо вентилятора –  $c_{аIпод} = 194,8$  м/с. Средний диаметр на входе в первую подпорную ступень  $D_{срIпод} = 0,7312$  м. При этом  $u_{срIпод} = \pi D_{срIпод} n_1 / 60 = \pi 0,7312 \cdot 4073 / 60 = 155,9$  м/с и  $\bar{c}_{1аIср_под} = 1,25$ . Для точки «ср\_подI» (сечение «срIпод» в первом контуре по высоте рабочего колеса вентилятора) на линии 3 (см. рис. 3)  $\eta_{Iср_под}^* = 0,93$ ;  $\bar{H}_{тIпод} = 0,56$ . При этом  $\bar{H}_{сIпод} = 0,521$ . В первой подпорной ступени  $B_{Iпод} = 0,3584$  и  $H_{т_подI} = B_{Iпод} c_{1аIпод}^2 = 13600$  Дж/кг,  $H_{сIпод} = 112648$  Дж/кг. С учетом температуры за вентилятором в первом контуре  $T_{2в1}^* = 288,15 + 25357 / 1005 = 313,4$  К определена степень повышения полного давления в первой подпорной ступени  $\pi_{Iпод}^* = 1,1477$ . Для трех подпорных ступеней  $\pi_{под}^* = \pi_{I_кНД}^* / \pi_{в1}^* = 2,094 / 1,313 = 1,595$ ;  $H_{сIпод} = 44993$  Дж/кг. Отсюда  $z_m = H_{сIпод} / H_{тI} = 44993 / 13600 = 3,308$ . С учетом округления до ближайшего целого требуются три подпорные ступени  $z = 3$ . В первой подпорной ступени

$$\sigma_{Iпод} = \left[ 1 - (1 - \langle \eta_{Iпод} \rangle) / \left( c_p T_{2в1}^* / H_{тIпод} + 1 \right) \right]^{k-1} \approx 0,9899.$$

Здесь приближение связано с тем, что использовано значение  $\eta_{1\text{ср.под}}^* = 0,93$  без осреднения по высоте проточной части в первой подпорной ступени. С учетом этого приращение энтропии в первой подпорной ступени  $\Delta S_{\text{под}} = -R \ln \sigma_{\text{под}} = 22,916$  Дж/кг. Для всех трех подпорных ступеней  $\sigma_{\text{под}} \approx (\sigma_{\text{под}})^{z_m} = 0,967$ . Приращение энтропии в трех подпорных ступенях  $\Delta S_{\text{под}} = \Delta S_{\text{под}} z_m = 9,648916$  Дж/кг. С учетом этого КПД всех трех подпорных ступеней

$$\eta_{\text{под}}^* = 1 / \left[ \left( 1 / \sigma_{\text{под}}^{\frac{k-1}{k}} \right) \left( c_p T_{2\text{вл}}^* / H_{\text{спод}} + 1 \right) - c_p T_{2\text{вл}}^* / H_{\text{спод}} \right] = 0,9284.$$

Работа в подпорных ступенях  $H_{\text{т.под}} = H_{\text{спод}} / \eta_{\text{под}}^* = 48465$  Дж/кг, температура за подпорными ступенями  $T_{\text{под}}^* = 361,6$  К.

Аналогичным образом по предложенной методике подобраны параметры двух других подпорных ступеней, в том числе их геометрические размеры, а также построена схема проточной части подпорных ступеней.

Таким образом, предложена методика выбора схемы и основных параметров турбореактивного двухконтурного двигателя с отдельными соплами, турбовентилятора и турбокомпрессора газогенератора в его составе. Апробация приведена на примере турбовентилятора турбореактивного двухконтурного двигателя типа ПД-14 в составе самолета типа МС-21. В целом все приведенные результаты хорошо согласуются с фактическими параметрами [13], полученными в результате подробного проектирования и доводки двигателя ПД-14. Предложенная методика позволяет уже на раннем этапе проектирования турбореактивного двухконтурного двигателя с достаточной точностью определить оптимальные значения основных параметров турбовентилятора и турбокомпрессора газогенератора для их последующей оптимизации с использованием трехмерного CAD/CAE-моделирования и доводки.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузьмичев В.С., Трофимов А.А. Проектный расчет основных параметров турбокомпрессора авиационного ГТД. Куйбышев: КуАИ, 1984. 77 с.
2. Маслов В.Г., Кузьмичев В.С., Григорьев В.А. Выбор параметров и проектный термогазодинамический расчет авиационных газотурбинных двигателей. Куйбышев: КуАИ, 1984. 176 с.
3. Ремчуков С.С. и др. Разработка перспективного малоразмерного турбовентиляторного реактивного двигателя на основе базового газогенератора // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 1. С. 75–81.
4. Сыченков В.А. и др. Малоразмерный газотурбинный двигатель для беспилотного летательного аппарата // Изв. вузов. Авиационная техника. 2019. № 4. С. 115–123.
5. Вятков В.В. и др. К вопросу выбора методики моделирования рабочего процесса малоразмерного газотурбинного двигателя // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 4. С. 112–118.
6. Холщевников К.В. Теория и расчет авиационных лопаточных машин. М.: Машиностроение, 1970. 610 с.
7. Lewis R.I. Turbomachinery Performance Analysis. Elsevier, 1996. 329 p.
8. Dixon S.L., Hall C.A. Fluid Mechanics and Thermodynamics of Turbomachinery. Elsevier, 2014. 537 p.
9. Кривошеев И.А., Рожков К.Е., Симонов Н.Б. Развитие методов проектирования турбин и компрессоров в составе газотурбинных двигателей // Изв. вузов. Авиационная техника. 2022. № 2. С. 111–125.
10. Григорьев В.А. и др. Выбор параметров и термогазодинамические расчеты авиационных газотурбинных двигателей. Самара: СГАУ, 2009. 202 с.
11. Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика. М.: Наука, 1976. Ч. 1. 888 с.
12. Иноземцев А.А., Нихамкин М.А., Сандрацкий В.Л. Основы конструирования авиационных двигателей и энергетических установок: в 5 т. М.: Директ-Медиа, 2022. Т. 2. Компрессоры. Камеры сгорания. Форсажные камеры. Турбины. Выходные устройства. 368 с.

Поступила в редакцию 7.05.25

После доработки 10.05.25

Принята к публикации 10.05.25

## Decision Support at the Initial Stage of Turbofan Engine Design

I.A. KRIVOSHEEV, K.E. ROZHKOV, N.B. SIMONOV, AND O.N. IVANOVA

UUST, Ufa

*The paper considers the method of selecting the scheme and main parameters of the engine, the number and distribution of parameters by turbocharger stages when designing a gas turbine engine. The paper proposes a sequence and method of selecting and optimizing the main parameters of the fan, low-pressure and high-pressure compressors when designing gas turbine engines of different types, namely, a bypass turbojet engine (with separate nozzles, with flow mixing and an afterburner), a turbojet and a turboprop engine. The proposed method was tested using the example of a bypass turbojet engine of the PD-14 type as a part of the MS-21 aircraft.*

**Engine scheme, fan, compressor, rotational speed, number of stages, efficiency, total pressure ratio, specific work**

## Разработка и расчетный анализ облик малоэмиссионных камер сгорания авиационных двигателей с использованием редуцированного кинетического механизма

**А.Н. ТАРАСЕНКО**  
(ЦИАМ им. П.И. Баранова,  
Москва; МАИ, Москва),  
**А.Ю. ВАСИЛЬЕВ**,  
канд. техн. наук,  
**Б.И. ЛУХОВИЦКИЙ**,  
канд. физ.-мат. наук,  
**А.С. ШАРИПОВ**,  
канд. физ.-мат. наук  
(ЦИАМ им. П.И. Баранова,  
Москва),  
**М.В. СИЛУЯНОВА**,  
д-р техн. наук  
(МАИ, Москва)  
dc2mati@yandex.ru

*Выполнены разработка и анализ камер сгорания двигателя для трех вариантов силовой установки сверхзвукового пассажирского самолета второго поколения. В рамках исследования предварительно разработан редуцированный кинетический механизм и проведена валидация математической модели для оценки эмиссии вредных веществ. На основе полученных расчетных характеристик камер сгорания была выполнена оптимизация трехдвигательной компоновки силовой установки, что позволило обеспечить нормативный запас по эмиссии оксидов азота для двигателей дозвуковых воздушных судов в соответствии с требованиями стандарта CAEP/8. Проведено моделирование теплового состояния жаровой трубы с предложенной системой охлаждения.*

**Камера сгорания, эмиссия вредных веществ, валидация, компьютерное моделирование, кинетический механизм**

Основной недостаток современных методов инженерного анализа и компьютерного моделирования заключается в отсутствии заранее известной достоверности всех получаемых расчетных данных. В частности, при исследовании камер сгорания гражданских авиационных двигателей возникает важная проблема – количественное определение концентраций вредных веществ, образующихся в процессе эксплуатации.

С 2022 г. в Российской Федерации введены Нормы летной годности [1]. Часть 34 Норм летной годности согласована с требованиями ИКАО [2], установлены допустимые значения экологических характеристик авиационных двигателей на национальном уровне.

Несмотря на то что нормы эмиссии вредных веществ для двигателей сверхзвуковых пассажирских самолетов не подвергались изменениям с 1986 г., в связи с растущим интересом к возобновлению эксплуатации данного класса воздушных судов существует вероятность ужесточения этих требований. Это означает, что существует необходимость создания надежных инструментов для проработки конструкций таких двигателей, в частности, созданием методов и моделей для прогнозирования их характеристик. Обеспечить минимальную гарантию качества результатов моделирования сложных процессов возможно валидацией используемой стратегии моделирования.

Цель данной работы – повышение эффективности и достоверности методов разработки и анализа малоэмиссионных камер сгорания, в том числе для двигателей сверхзвукового пассажирского самолета второго поколения, за счет использования редуцированного кинетического механизма реакции горения совместно с валидированной математической моделью оценки эмиссии вредных веществ.

Применение редуцированных кинетических механизмов – распространенная практика при анализе процессов горения методами компьютерного моделирования [3]. Сокращение количества компонентов обеспечивает, во-первых, уменьшение вычислительной сложности задачи, во-вторых, повышение точности определения ключевых компонентов за счет снижения вероятности ошибки при вычислении концентраций веществ, образующихся в малом количестве.

В данной работе в качестве основы для редуцирования был выбран кинетический механизм CRECK (HT&LT) [4], содержащий 537 компонентов и 18250 химических реакций. Для процедуры редуцирования кинетического механизма было решено использовать комбинирование методов прямых связей с распространением ошибки [5] и анализа чувствительности [6]. На первом этапе редуцирования, пока количество компонентов кинетической схемы слишком велико, сокращение схемы производится по методу прямых связей с распространением ошибки, далее применяется метод анализа чувствительности.

В качестве тестового набора данных были выбраны эксперименты работы [7], где определялось время индукции смеси суррогата керосина –  $n$ -декана ( $n$ -C<sub>10</sub>H<sub>22</sub>) с воздухом для коэффициентов избытка

воздуха  $\alpha = 0,5; 1; 2$  и давлений 13200000 и 5070000 Па в диапазоне температур 800...1300 К за отраженной ударной волной, всего 43 точки. Данные эксперименты моделировались в приближении замкнутого адиабатического реактора постоянного давления.

В ходе редуцирования ошибка в описании тестовых данных определялась определением относительных отклонений времени индукции и индексов эмиссии оксидов азота ( $EI_{NO_x}$ ), полученных в расчете, от экспериментальных значений.

Приведем зависимости максимальной и средней ошибки от числа компонентов в кинетической схеме при редуцировании методом прямых связей с распространением ошибки (рис. 1, а) и методом анализа чувствительности (рис. 1, б).

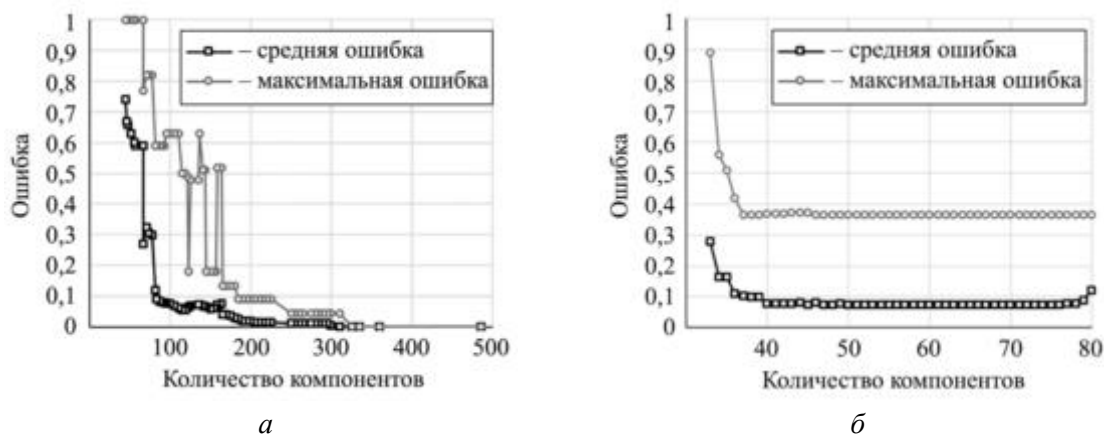


Рис. 1

На первом этапе редуцирования (см. рис. 1, а) резкий рост средней ошибки начинается после сокращения числа компонентов (меньше 81), при этом такое число компонентов в кинетической схеме уже позволяет перейти ко второму этапу и применению более медленного, но в то же время более точного метода анализа чувствительности.

Перед вторым этапом редуцирования набор тестовых задач был дополнен задачей о скорости распространения ламинарного фронта пламени на основе экспериментальных данных [8]. Процесс редуцирования с использованием метода анализа чувствительности был остановлен после сокращения числа компонентов схемы до 45 (см. рис. 1, б).

Для оценки достоверности редуцированного кинетического механизма в условиях, приближенных к реальным условиям работы камеры сгорания, была инициирована процедура дополнительной валидации. Для проведения трехмерного компьютерного моделирования была выбрана противоточная кольцевая камера сгорания с богато-бедной схемой организации горения [9].

Схема рассмотренной модели представлена на рис. 2.

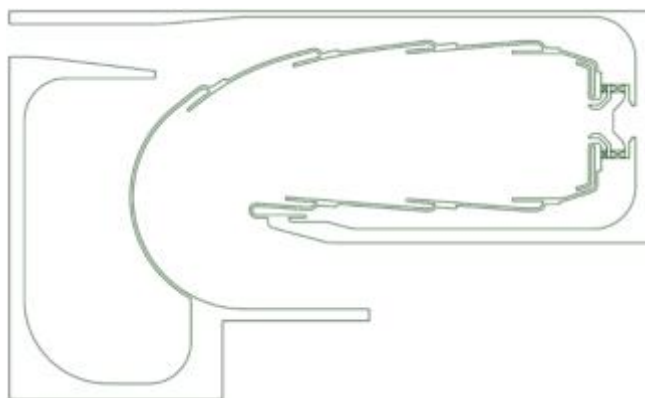


Рис. 2

В качестве геометрической модели был выбран единичный сектор, составляющий 1/12 от полно-размерной камеры сгорания. Для сектора камеры сгорания была построена ограниченная им расчетная область, которая далее была подвергнута дискретизации при помощи смешанной гексагонально-полиэдрической сетки. Итоговый объем сеточной модели составил 6,5 млн ячеек.

Моделирование течения в секторе камеры сгорания представляет собой решение системы уравнений Навье – Стокса для сжимаемого газа, дополненных моделью турбулентной вязкости  $k-\epsilon$  Realizable [10] с масштабированными пристеночными функциями, совместно с уравнениями для моделирования имитации распыла по модели дискретной фазы, учитывающей испарение капель, начальные размеры которых задавались по распределению Розина – Раммлера, и уравнениями для моделирования горения испаренного топлива по модели многообразия тонких фронтов пламени [11] с разработанным редуцированным кинетическим механизмом. Во всех расчетах для описания керосина использовался двухкомпонентный суррогат в массовом соотношении: *n*-декан (85 %) – бензол (15 %) [8].

В качестве глобального алгоритма решения использовался неявный алгоритм установления в стационарном приближении. Выбор схемы расчета предусматривал использование схемы адвекции второго порядка и интерполяцию давления по схеме PRESTO.

Граничное условие на входе в расчетную область представляет собой одномерный массив (вектор) вида  $(P, T, I_t, d_t)$ , где  $P$  – полное давление воздуха;  $T$  – температура воздуха;  $I_t$  – интенсивность турбулентности;  $d_t$  – гидравлический диаметр; на выходе из расчетной области – массовый расход газа  $G_r$ . Для боковых стенок применено условие периодичности, а остальные стенки, ограничивающие расчетную область, считались адиабатическими.

Рассматривались четыре режима работы (100, 90, 80, 5 %) относительно максимальной взлетной тяги двигателя.

На рис. 3 приведены отклонения результатов расчетов от результатов испытаний [12]  $\delta$  по индексам эмиссии оксидов азота ( $EI_{NO_x}$ ) и оксида углерода ( $EI_{CO}$ ), температуре газа на выходе из камеры сгорания  $T$ , потерям полного давления в камере сгорания  $\sigma$  и максимальной величине неравномерности температурного поля на выходе из камеры сгорания  $\Theta_{rmax}$ .

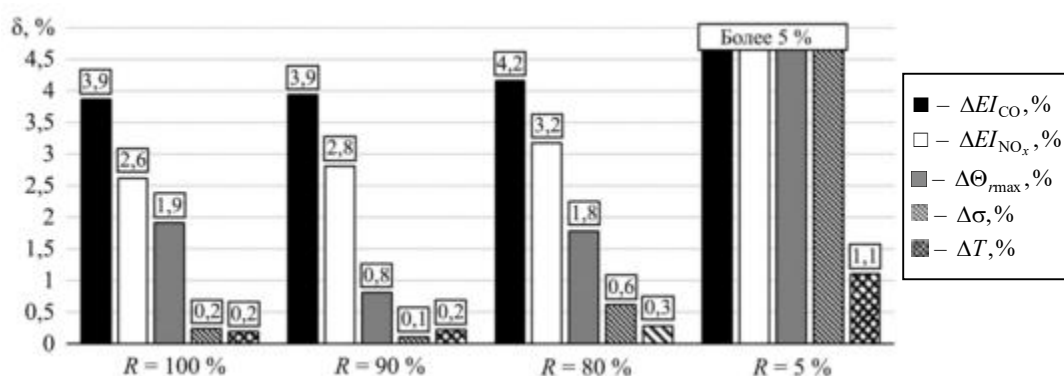


Рис. 3

На режиме малого газа ( $R = 5 \%$ ) получено наибольшее расхождение результатов расчета с данными испытаний: отклонение  $EI_{NO_x}$  составило 7,2 %, а  $EI_{CO}$  – 6,5 %. Тем не менее предложенная расчетная модель совместно с редуцированным кинетическим механизмом отличается хорошим качеством и может быть использована для определения экологических характеристик камеры сгорания.

Разработка облика камеры сгорания проводилась для трех различных вариантов силовой установки (с двумя, тремя, четырьмя двигателями). Тяга всей силовой установки при этом оставалась неизменной. Выбор таких компоновок был предложен в ЦИАМ (Москва) в ходе исследований [13]. Для конструктивного подбора всех вариантов облика камеры сгорания была выбрана единая конфигурация – кольцевая, двухъярусная, прямоточная, с богато-бедной схемой организации горения.

Камеры сгорания для различных вариантов силовой установки разрабатывались относительно одного и того же предварительно разработанного фронтного устройства, представляющего собой комбинацию топливной форсунки и воздушных завихрителей.

С использованием методики проектирования центробежных форсунок [14], адаптированной к условиям разрабатываемой камеры сгорания, были определены ее облик и основные технические характеристики, включая среднезаутовый диаметр капле, что позволяет точнее задавать начальные размеры капле на разных режимах работы камеры сгорания.

Проработка воздушных завихрителей была проведена при помощи комбинированного подхода, включающего получение предварительных расчетных данных по полуэмпирическим зависимостям, проверку при помощи компьютерного моделирования и с учетом накопленного опыта ЦИАМ.

Приведем трехмерные чертежи форсунки (рис. 4, а), завихрителя (рис. 4, б) и фронтного устройства (рис. 4, в).

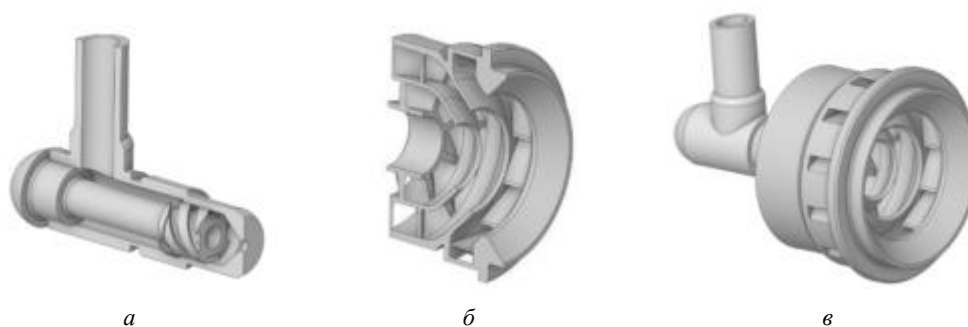


Рис. 4

В табл. 1 представлены параметры режимов работы камеры сгорания, полученные по одномерной термогазодинамической методике [15], при различных тягах для трех вариантов силовой установки, где режимы № 1, 2, 5, 7 соответствуют режимам дозвукового взлетно-полетного цикла, а режимы № 1, 3, 4, 6, 8 – режимам сверхзвукового взлетно-полетного цикла.

Таблица 1

Параметр	Режим							
	1	2	3	4	5	6	7	8
	$R, \%$							
	100	80	65	34	30	15	7	5,8
	Силовая установка (два двигателя)							
$G_{КС}, \text{кг/с}$	146, 1	125, 1	108, 9	75, 7	70, 1	49	32, 4	29, 4
$T_{КС}, \text{К}$	742, 9	698, 8	663, 0	584, 3	570, 0	504, 2	440, 4	428, 3
$P_{КС} \cdot 10^6, \text{Па}$	2, 13	1, 75	1, 46	0, 93	0, 84	0, 55	0, 35	0, 3
$\alpha_{ЖТ}$	2, 75	3, 23	3, 50	4, 62	4, 96	6, 12	6, 70	6, 78
	Силовая установка (три двигателя)							
$G_{КС}, \text{кг/с}$	68, 6	58, 8	51, 1	35, 6	32, 9	23	15, 2	13, 8
$T_{КС}, \text{К}$	743, 0	699, 0	663, 1	584, 5	570, 2	504, 4	440, 6	428, 5
$P_{КС} \cdot 10^6, \text{Па}$	2, 14	1, 75	1, 47	0, 93	0, 85	0, 55	0, 34	0, 31
$\alpha_{ЖТ}$	2, 76	3, 24	3, 51	4, 63	4, 97	6, 13	6, 71	6, 79
	Силовая установка (четыре двигателя)							
$G_{КС}, \text{кг/с}$	47, 4	42, 3	35, 3	24, 4	22, 5	15, 7	10, 3	9, 4
$T_{КС}, \text{К}$	748, 7	715, 4	667, 2	586, 5	571, 7	504, 5	440, 0	427, 9
$P_{КС} \cdot 10^6, \text{Па}$	2, 18	1, 88	1, 5	0, 94	0, 85	0, 55	0, 34	0, 31
$\alpha_{ЖТ}$	2, 71	3, 08	3, 43	4, 53	4, 86	6, 04	6, 66	6, 75

Примечание:  $G_{КС}$  – расход воздуха на входе в камеру сгорания;  $T_{КС}$  – температура воздуха на входе в камеру сгорания;  $P_{КС}$  – полное давление потока воздуха на входе в камеру сгорания;  $\alpha_{ЖТ}$  – коэффициент избытка воздуха.

Проектирование проводилось применительно к максимальному режиму, соответствующему режиму № 1 (см. табл. 1) в соответствии с одномерной методикой проектирования камеры сгорания [16]. На основе этих данных, включающих геометрические характеристики элементов камеры сгорания с учетом распределения воздуха между ними, создавались трехмерные модели.

Приведем трехмерные чертежи секторов обликов камеры сгорания для силовой установки с двумя (рис. 5, а), тремя (рис. 5, б) и четырьмя (рис. 5, в) двигателями.

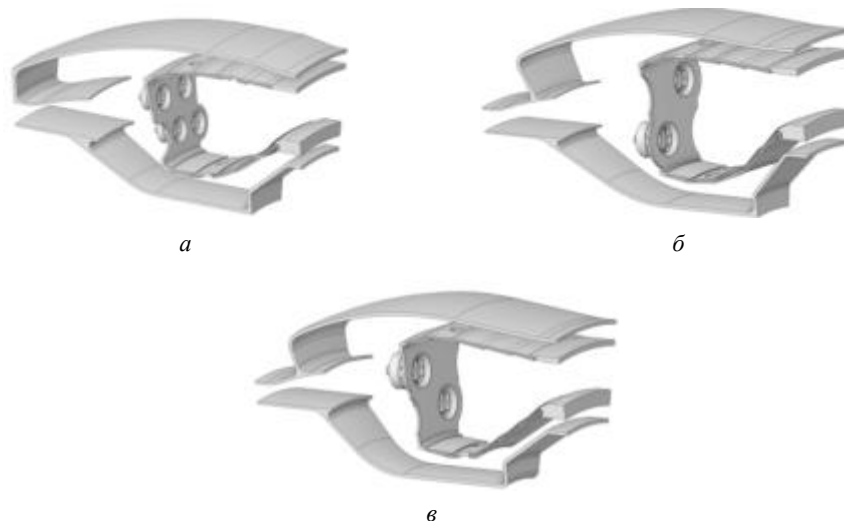


Рис. 5

Анализ проводился для всех режимов (см. табл. 1). В процессе расчетов, методика проведения которых идентична той, что была использована при валидации, определялись параметры потока и оценивались основные и экологические характеристик камеры сгорания.

На рис. 6 представлены поля температуры газа в продольном сечении камеры сгорания для силовой установки с двумя (рис. 5, а), тремя (рис. 5, б) и четырьмя (рис. 5, в) двигателями.

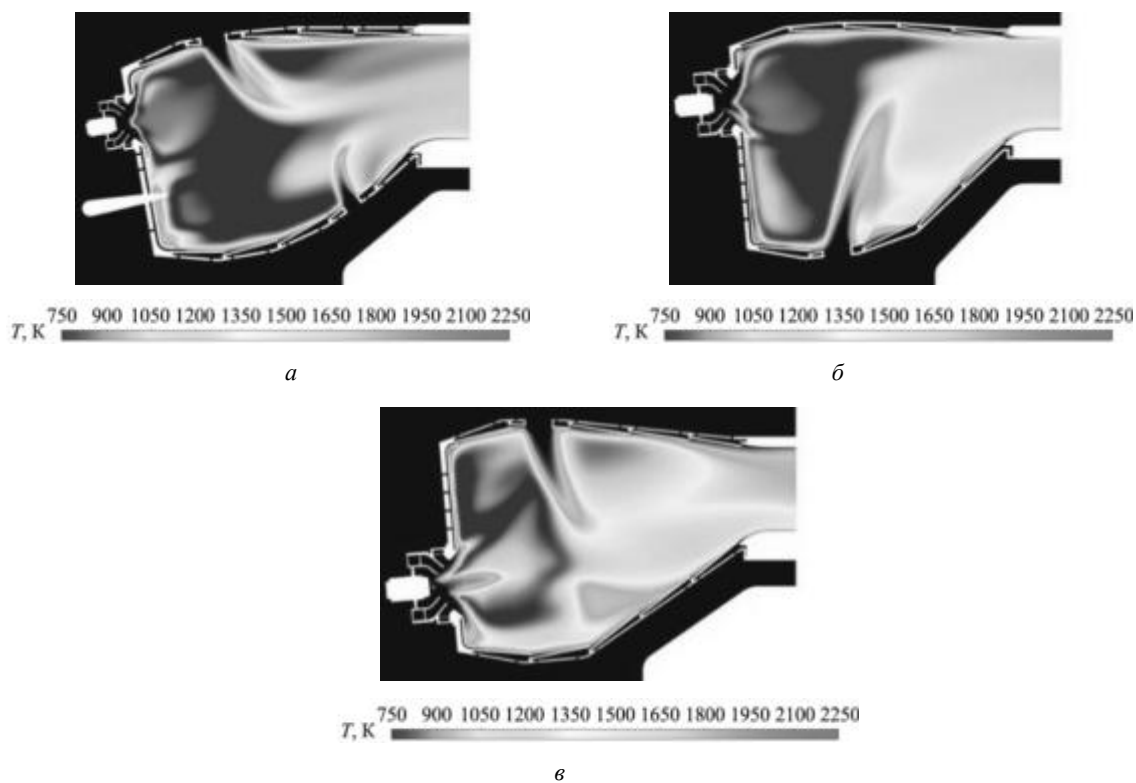


Рис. 6

Результаты анализа основных и экологических характеристик камеры сгорания на режимах малого газа (режим № 7 для дозвукового взлетно-полетного цикла и режим № 8 для сверхзвукового взлетно-полетного цикла) и на максимальном режиме (режим № 1 одинаков для дозвукового взлетно-полетного цикла и сверхзвукового взлетно-полетного цикла) сведены в табл. 2. Также приведены обобщенные данные для сертификационного базиса.

Таблица 2

Параметры	Сверхзвуковой взлетно-полетный цикл			Дозвуковой взлетно-полетный цикл		
	СУ 2	СУ 3	СУ 4	СУ 2	СУ 3	СУ 4
Максимальный режим						
$\eta$ , %	99,9	99,9	99,9	99,9	99,9	99,9
$\Theta_{r\max}$	1,17	1,16	1,14	1,17	1,16	1,14
$EI_{NO_x}$ , г/кг	25,8	24,2	23,2	25,8	24,2	23,2
$EI_{CO}$ , г/кг	0,54	0,64	0,78	0,54	0,64	0,78
Режим малого газа						
$\eta$ , %	95,2	96,8	96,9	96,1	97,2	97,4
$\Theta_{r\max}$	1,26	1,21	1,19	1,25	1,21	1,2
$EI_{NO_x}$ , г/кг	5,12	4,73	4,42	4,94	4,86	4,32
$EI_{CO}$ , г/кг	28,2	26,7	24,6	26,1	25,4	23,2
Сертификационный базис						
$D_{NO_x}/F_{00}$ , г/кН	48,2	44,6	44,7	53,3	49,5	49,5
$D_{CO}/F_{00}$ , г/кН	46,1	48,2	51,4	52,6	54,4	57,9
Запас по эмиссии оксидов азота (САЕР/8), %	44,7	48,8	49,3	-41,9	-31,6	-13,0
Запас по эмиссии выбросов оксида углерода, %	76,6	75,5	73,3	55,4	53,9	50,9

**Примечание:** СУ2, СУ3, СУ4 – варианты силовой установки с двумя, тремя и четырьмя двигателями;  $\eta$  – полнота сгорания топлива на выходе из камеры сгорания;  $D_{NO_x}/F_{00}$ ,  $D_{CO}/F_{00}$  – показатели эмиссии оксидов азота и оксида углерода, определенные согласно Нормам летной годности [1].

Сформированный конструктивный облик камеры сгорания характеризуется допустимыми значениями основных параметров и соответствует действующим требованиям ИКАО к уровню выбросов для сверхзвуковых пассажирских самолетов. Тем не менее не удалось обеспечить выполнение соответствующих экологических норм по САЕР/8 для дозвукового взлетно-полетного цикла. В связи с этим вариант облика камеры сгорания для трехдвигательной силовой установки, как компромиссный вариант, был дополнительно подвергнут доводке варьированием расстояния между фронтowymi устройствами и оптимизацией параметров системы основных отверстий и системы охлаждения жаровой трубы.

Сравнение экологических характеристик исходного и доработанного вариантов камеры сгорания для трехдвигательной силовой установки представлено на рис. 7.

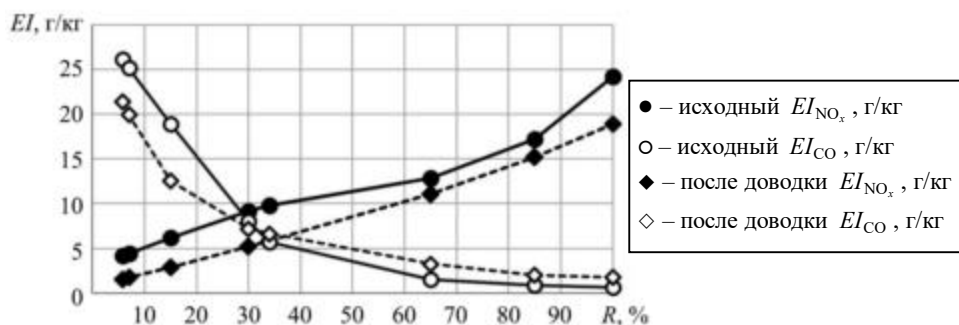


Рис. 7

В результате доводки удалось добиться увеличения запаса по оксидам азота до 78,3 % для сверхзвукового взлетно-полетного цикла и до 3,2 % для дозвукового взлетно-полетного цикла за счет несущественного снижения запасов эмиссии оксида углерода.

Доработка предварительного облика камеры сгорания трехдвигательной силовой установки была направлена на формирование модели со спецификой натурального объекта, что необходимо в том числе для определения теплового состояния жаровой трубы. Ключевой идеей являлось сохранение характеристик, которые были получены с помощью предварительной модели и которые могут измениться вследствие доработки системы охлаждения жаровой трубы [17]. В результате работы была получена уточненная модель камеры сгорания.

Приведем трехмерные чертежи облика камеры сгорания (рис. 8, а), а также элемента жаровой трубы с теплозащитными экранами (рис. 8, б).

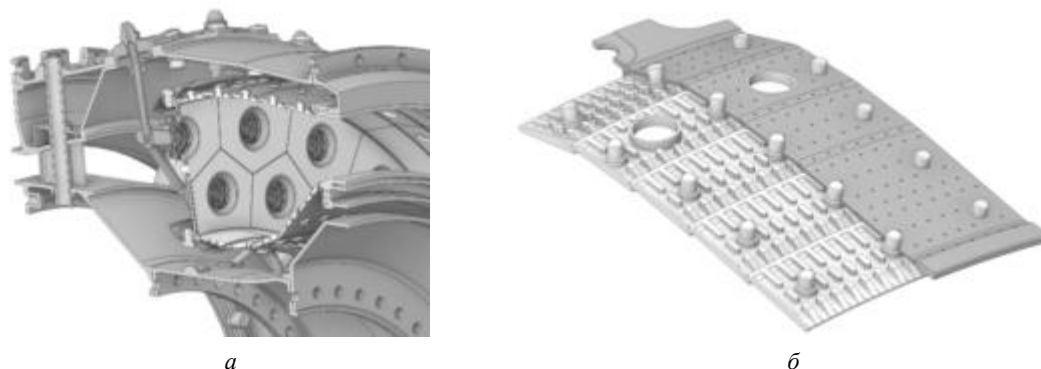


Рис. 8

С применением того же подхода, что и при анализе предварительных обликов, был проведен расчет для взлетного режима. Анализ результатов не выявил значительных изменений в основных и экологических характеристиках, за исключением увеличения потерь полного давления от исходных 5,3 до 5,8 %.

Результаты анализа теплового состояния жаровой трубы с разработанными для нее теплозащитными экранами представлены в табл. 3.

Таблица 3

Параметр	Объект	
	Жаровая труба	Теплозащитные экраны
Материал	ВЖ98 [18]	ВКНА-1В [19]
Предельная температура для длительной эксплуатации, °С	примерно 1000	примерно 1800
Максимальная температура (расчет), °С	914	1554
Средняя по объему температура (расчет), °С	778	1087
Средняя по площади температура (расчет), °С	837	1336
Запас по максимальной температуре, %	8,6	13,7

Таким образом, применяемый подход к охлаждению жаровой трубы позволяет остаться в рамках рабочих температур используемых материалов с запасами по максимальной температуре 8,6 и 13,7 % для жаровой трубы и теплозащитных экранов.

Выполнен комплекс работ по разработке и созданию обликов камеры сгорания для трех вариантов силовой установки сверхзвукового пассажирского самолета. Для этого был разработан редуцированный кинетический механизм горения керосина и проведена его валидация совместно с используемой математической моделью оценки эмиссии вредных веществ. На основе методик, разработанных ЦИАМ, был предложен предварительный облик камеры сгорания, который в дальнейшем анализировался с использованием методов компьютерного моделирования. Вариант камеры сгорания, предназначенный для силовой установки с тремя двигателями, также подвергся доработке с целью улучшения ее экологических

характеристик, оценки теплового состояния камеры сгорания и учета влияния элементов, не проработанных в предварительном облике.

Разработанные камеры сгорания характеризуются приемлемыми основными параметрами и удовлетворяют текущим требованиям ИКАО, а также Нормам летной годности [1], регламентирующим уровни выбросов двигателей сверхзвукового пассажирского самолета. При этом для силовой установки с двумя, тремя и четырьмя двигателями обеспечен запас по эмиссии оксидов азота в размере 44,7; 48,8; 49,3 %, а также запас по выбросам оксида углерода – 76,6; 75,5; 73,3 % относительно установленных норм. Также в результате расчетной доводки камеры сгорания для варианта силовой установки с тремя двигателями достигнуто снижение выбросов оксидов азота при незначительном увеличении эмиссии оксида углерода, что позволило обеспечить запас по эмиссии оксидов азота, установленный для двигателей дозвуковых самолетов. Оценка разработанного метода охлаждения жаровой трубы камеры сгорания подтвердила его эффективность в обеспечении требуемого теплового состояния изделия.

Публикация подготовлена в рамках реализации Программы создания и развития научного центра международного уровня «Сверхзвук» на 2020–2025 гг. при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (соглашение от 24 июня 2021 г. № 075-15-2021-605).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нормы летной годности. Охрана окружающей среды. Эмиссия загрязняющих веществ авиационными двигателями. Нормы и испытания НЛГ 34. № 928-П. 2022. 8 с.
2. Охрана окружающей среды: прил. 16 к Конвенции о Международной гражданской авиации. ИКАО, 2017. Т. 2. Эмиссия авиационных двигателей. 190 с.
3. Заев И.А. и др. Моделирование эмиссии токсичных веществ из камеры сгорания стационарной газотурбинной установки // Изв. вузов. Авиационная техника. 2014. № 3. С. 49–54.
4. Ranzi E. et al. Hierarchical and Comparative Kinetic Modeling of Laminar Flame Speeds of Hydrocarbon and Oxygenated Fuels // Progress in Energy and Combustion Science. 2012. Vol. 38. Iss. 4. P. 468–501.
5. Zheng X.L., Lu T.F., Law C.K. Experimental Counterflow Ignition Temperatures and Reaction Mechanisms of 1,3-Butadiene // Proceedings of the Combustion Institute. 2007. Vol. 31. Iss. 1. P. 367–375.
6. Lebedev et al. Systematic Procedure for Reduction of Kinetic Mechanisms of Complex Chemical Processes and Its Software Implementation // Journal of Mathematical Chemistry. 2013. Vol. 51. P. 73–107.
7. Pfahl U., Fieweger K., Adomeit G. Self-Ignition of Diesel-Relevant Hydrocarbon-Air Mixtures under Engine Conditions // Proceedings of Combustion Institute. 1996. Vol. 26. Iss. 1. P. 781–789.
8. Alekseev V.A. et al. Laminar Burning Velocities of n-Decane and Binary Kerosene Surrogate Mixture // Fuel. 2017. Vol. 187. P. 429–434.
9. Liu Y. et al. Review of Modern Low Emissions Combustion Technologies for Aero Gas Turbine Engines // Progress in Aerospace Sciences. 2017. Vol. 5. P. 12–45.
10. Shih T.-H. et al. A New  $k$ - $\epsilon$  Eddy-Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows // Computers & Fluids. 1995. Vol. 24. Iss. 3. P. 227–238.
11. Van Oijen J.A., de Goey L.P.H. Modeling of Premixed Laminar Flames Using Flamelet-Generated Manifold // Combustion Science and Technology. 2000. Vol. 161. Iss. 1. P. 113–137.
12. Vasilyev A. et al. Experience in Development of Combustion Chamber for a Small Gas Turbine Engine // Proc. of the 23rd International Symposium on Air Breathing Engines: Economy, Efficiency and Environment, Sept. 3–8, 2017, Manchester, UK. 2017. Vol. 1. P. 1179–1188.
13. Ланишин А.И., Комратов Д.В., Постников А.А. НИЦМУ «Сверхзвук» в тематике разработки авиационных двигателей // Авиационные двигатели. 2022. № 1 (14). С. 69–78.
14. Васильев А.Ю. и др. Моделирование рабочих режимов распыливания авиационного топлива пневматической форсункой в атмосферных условиях // Тепловые процессы в технике. 2023. № 7 (15). С. 317–324.
15. Коровкин В.Д., Евстигнеев А.А. Программа расчета авиационного ГТД на этапе предварительного проектирования с использованием визуальных программных средств // Авиационные технологии-2000: Тез. междунар. конф., г. Жуковский, 19–24 авг. 1997. Жуковский: ЦАГИ, 1997. С. 27.
16. Тарасенко А.Н., Силюянова М.В. Анализ одномерной методики газодинамического проективно-расчетно-прямочной камеры сгорания ГТД с технологией богато-бедного горения // Авиация и космонавтика: Сб. тез. 22-й Междунар. конф., г. Москва, 20–24 нояб. 2023. М.: Перо, 2023. С. 108.
17. Куценко Ю.Г. Численное исследование предельно достижимых уровней эмиссии оксида азота при использовании технологии богато-бедного горения в камере сгорания ГТД // Изв. вузов. Авиационная техника. 2006. № 1. С. 40–42.
18. Латышев В.Б. Жаропрочные деформируемые свариваемые сплавы для камер сгорания // Авиационные материалы на рубеже XX–XXI веков: Науч.-техн. сб. М.: ВИАМ, 1994. С. 273–278.

Поступила в редакцию 19.03.25

После доработки 23.04.25

Принята к публикации 23.04.25

## Low-Emission Combustors for Aircraft Engines: Development and Numerical Analysis of Technical Concepts Using a Reduced Kinetic Mechanism

A.N. TARASENKO<sup>1,2</sup>, A.YU. VASIL'EV<sup>1</sup>, B.I. LOUKHOVITSKI<sup>1</sup>,  
A.S. SHARIPOV<sup>1</sup>, AND M.V. SILUYANOVA<sup>2</sup>

<sup>1</sup> P.I. Baranov Central Institute of Aviation Motors (CIAM), Moscow

<sup>2</sup> Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow

*The development and analysis of the aircraft engine combustor technical concepts for three variants of the second generation supersonic civil aircraft propulsion systems were carried out. For this purpose, a reduced kinetic mechanism was developed and a mathematical model to assess the harmful substances emission was validated. Based on the calculated characteristics of developed combustors, the refinement of variant for the three-engine propulsion system was carried out, which made it possible to ensure a NO<sub>x</sub> emission margin for subsonic aircraft requirements in accordance with CAEP/8. A numerical thermal state simulation of the flame tube with the proposed cooling scheme was also carried out.*

**Combustor, harmful substances emission, validation, computer fluid dynamics, kinetic mechanism**

**Е.Ю. МАРЧУКОВ,**

*д-р техн. наук*

*(«ОКБ им. А. Люльки» – филиал ПАО «ОДК-УМПО», Москва),*

**А.В. ИЛЬИНКОВ,**

*канд. техн. наук,*

**А.В. ШУКИН,**

*д-р техн. наук,*

**В.В. ТАКМОВЦЕВ,**

*канд. техн. наук*

*(КНИТУ-КАИ, Казань),*

**К.В. КАХОВСКИЙ,**

*канд. техн. наук*

*(«ОКБ им. А. Люльки» –*

*ПАО «ОДК-УМПО», Москва)*

*a.v.shchukin@rambler.ru*

## **Влияние подрезки задней кромки веерного отверстия на эффективность пленочного охлаждения при угле вдува 45°**

*На основании проведенных сравнительных экспериментов по оценке эффективности тепловой завесы, создаваемой вдувом через поясок веерных отверстий, установлен рациональный вариант схемы подрезки задней кромки веерного отверстия в вертикальной плоскости при заданной степени его диффузорности в поперечном направлении. В результате при вдуве под углом 45° в принятом диапазоне изменения параметров получены наиболее высокие значения эффективности тепловой завесы. Найденный рациональный вариант был сформулирован на основе сравнительного анализа результатов исследования модифицированных вариантов и базового образца.*

**Физический эксперимент, эффективность тепловой завесы, поясок отверстий, веерные отверстия, параметр вдува, угол вдува**

Разработка и усовершенствование высокотемпературных газотурбинных двигателей в значительной степени зависит от достижений в повышении эффективности их систем охлаждения [1–11], в частности, охлаждения сопловых и рабочих лопаток турбины высокого давления, расположенной непосредственно за камерой сгорания.

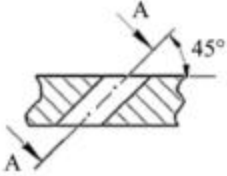


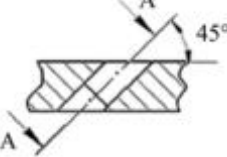
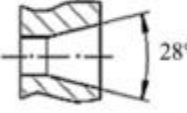

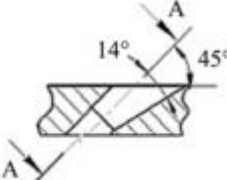


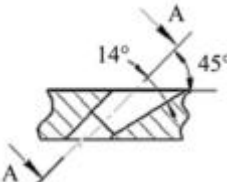
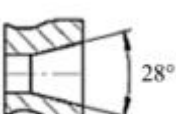

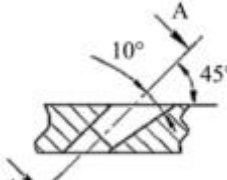


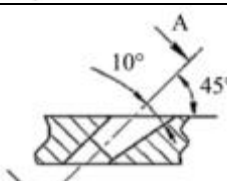


Проведенные в последние десятилетия исследования продемонстрировали значительные преимущества веерных отверстий в системах охлаждения тепловой завесой в сравнении с цилиндрическими отверстиями, несмотря на более высокую трудоемкость и стоимость изготовления. В связи с этим возникла необходимость научно обосновать области их использования. Например, согласно многочисленным исследованиям при низких значениях параметра вдува ( $m < 0,4$ ) наибольшей эффективностью охлаждения характеризуются цилиндрические отверстия [12, 13].

Дальнейшее усовершенствование конструкции веерных отверстий предполагает разработку научно обоснованных рекомендаций по подрезке задней кромки веерных отверстий. В результате возможно дополнительное снижение гидравлических потерь, например, уменьшением интенсивности крупномасштабных вихревых структур.

Изучение специализированной литературы [14–16] позволяет заключить, что существует усовершенствованная версия веерного отверстия, предназначенная для дополнительного повышения эффективности тепловой завесы, реализующая изменения конструкции диффузорного участка веерного отверстия.

В результате сравнительных экспериментов [10] был сделан вывод о том, что при углах вдува  $\alpha = 45^\circ; 75^\circ$  применение веерных отверстий высокоэффективно и рекомендуется во всех случаях, если это не связано с непреодолимыми технологическими трудностями. Поскольку угол вдува  $\alpha = 75^\circ$  используется только на участке входной кромки турбинных лопаток, то с целью оценки предельных возможностей подрезки задней кромки веерных отверстий для сравнительного исследования был выбран более широко используемый угол вдува  $\alpha = 45^\circ$ .

Сравнительные эксперименты по исследованию эффективности тепловой завесы плоской поверхности вдувом через однорядные пояски отверстий под углом  $\alpha = 45^\circ$  проводились на экспериментальном стенде [17]. Было исследовано шесть однорядных поясков, в каждом из которых размещалось пять отверстий вдува. Один поясок был выполнен с использованием цилиндрических отверстий диаметром  $d = 5$  мм, а пять остальных – с использованием веерных отверстий различной формы (таблица). При этом диаметр цилиндрической части веерных отверстий также составлял 5 мм, а относительный шаг между отверстиями вдува во всех однорядных поясках –  $t/d = 2$ . Относительное расстояние от сечения вдува  $x/d$  изменялось в диапазоне 1...80 ( $x$  – расстояние от сечения вдува;  $d$  – входной диаметр отверстия вдува).

Форма отверстия вдува	Продольное сечение	Сечение А-А	Вид в плане	Обозначение эффективности пленочного охлаждения
Цилиндрическое (базовое)				$\eta_{\text{цил.б}}$
Веерное (базовое)				$\eta_{\text{веер.б}}$
Веерное (модифицированное М1)				$\eta_{\text{веер.М1}}$
Веерное (модифицированное М2)				$\eta_{\text{веер.М2}}$
Веерное (модифицированное М3)				$\eta_{\text{веер.М3}}$
Веерное (модифицированное М4)				$\eta_{\text{веер.М4}}$

Эффективность пленочного охлаждения  $\eta$  определялась по формуле

$$\eta = (T_{\text{осн}}^* - T_{\text{пл}}^*) / (T_{\text{осн}}^* - T_{\text{вт}}^*),$$

где  $T_{\text{осн}}^*$ ,  $T_{\text{вт}}^*$  – температуры основного газового и вторичного воздушного потоков в сечении вдува;  $T_{\text{пл}}^*$  – температура пленки (адиабатическая температура теплоизолированной поверхности стенки). Все полученные в экспериментах значения  $\eta$  осреднялись по шагу отверстий вдува, расположенных в одном пояске.

Расход вдуваемого в основной поток вторичного воздуха задавался в соответствии с принятыми значениями параметра вдува в диапазоне  $m = 0,5 \div 2,5$ , причем  $m = 0,5$  практически во всех исследованиях принимается за оптимальное для цилиндрических отверстий значение.

Параметр вдува:

$$m = (\rho W)_{\text{вт}} / (\rho W)_{\text{осн}},$$

где  $(\rho W)_{\text{вт}}$  – массовая скорость вторичного (вдуваемого) потока;  $(\rho W)_{\text{осн}}$  – массовая скорость основного потока.

Результаты сравнительных экспериментов представлены в виде зависимостей  $\eta = f(x/d)$  при различных значениях  $m$ .

Исходными базовыми объектами исследования являлись пояски с традиционными цилиндрическими отверстиями и веерными отверстиями с поперечной диффузностью  $28^\circ$  и углом вдува  $\alpha = 45^\circ$  (см. таблицу). Полученные значения эффективности пленочного охлаждения этими отверстиями, обозначенные  $\eta_{\text{цил.б}}$  и  $\eta_{\text{веер.б}}$ , также использовались при дальнейшем сравнительном анализе схем охлаждения. Как видим (см. таблицу), все модифицированные веерные отверстия имели подрезку задней кромки.

Во всех модификациях веерных отверстий угол подрезки задней кромки составлял половину угла раскрытия диффузорной части в поперечном направлении.

Форма отверстий М1 и М3 показана на схеме (см. таблицу). Боковые и задняя поверхности их диффузорной части представляют собой поверхности конуса с углом при вершине  $28$  и  $20^\circ$ . Передняя поверхность спрямлена.

Отверстия М2 и М4 имеют те же углы раскрытия диффузорной части ( $28$  и  $20^\circ$ ) и отличаются тем, что их выходная кромка выполнена спрямленной, что увеличивает площадь выходного сечения и, следовательно, диффузность отверстия. Боковые и задняя поверхности их диффузорной части уже не являются единой конической поверхностью, хотя в их основе прямолинейная образующая.

Эффективность пленочного охлаждения модифицированных веерных отверстий формы М1 (см. таблицу) и ее отношение к эффективности охлаждения цилиндрическими и веерными отверстиями базовой формы иллюстрируют рис. 1–3.

В случае веерных отверстий формы М1 отрыва за сечением вдува не выявлено вплоть до максимальных значений параметра вдува  $m$ , так же, как и в случае веерных отверстий базовой формы (рис. 1). Однако наблюдается значительное расхождение линий, интерполирующих экспериментальные точки на графиках  $\eta_{\text{веер.М1}}$  в зависимости от величины параметра вдува  $m$ .

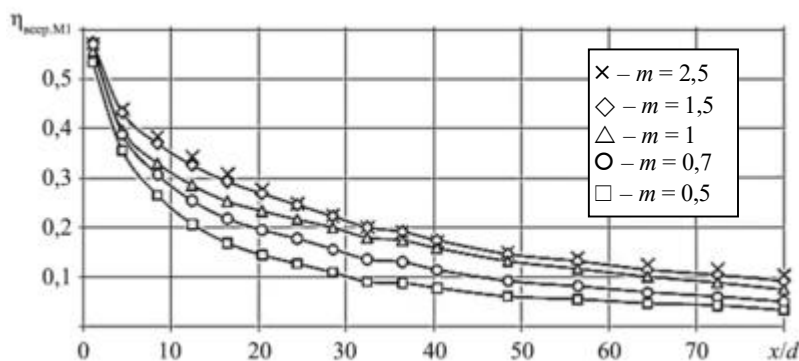


Рис. 1

В результате установлено, что эффективность веерных отверстий формы М1, за исключением области самых малых значений  $m$ , превышает эффективность базовых цилиндрических отверстий (см. таблицу), что показывает график (рис. 2).

Низкие значения  $\frac{\eta_{\text{веер.М1}}}{\eta_{\text{цил.б}}}$  при  $m = 0,5$  объясняются снижением защитных свойств воздушной завесы вследствие уменьшенных значений скорости вторичного воздуха в сечении вдува  $W_{\text{вт}}$ . Этот факт подтверждается и в других публикациях [18, 19].

Из графика (рис. 3) следует, что при  $m \geq 1,0$  существуют протяженные в продольном направлении участки охлаждаемой поверхности, где эффективность модифицированных веерных отверстий

формы М1 выше, чем эффективность веерных отверстий базовой формы. В связи с этим рекомендуется использование отверстий формы М1 в последнем ряду перфораций при высоких значениях параметра вдува  $m$ .

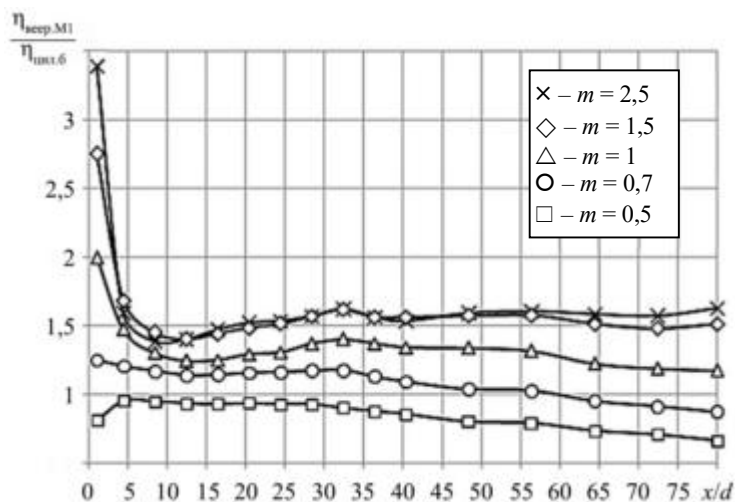


Рис. 2

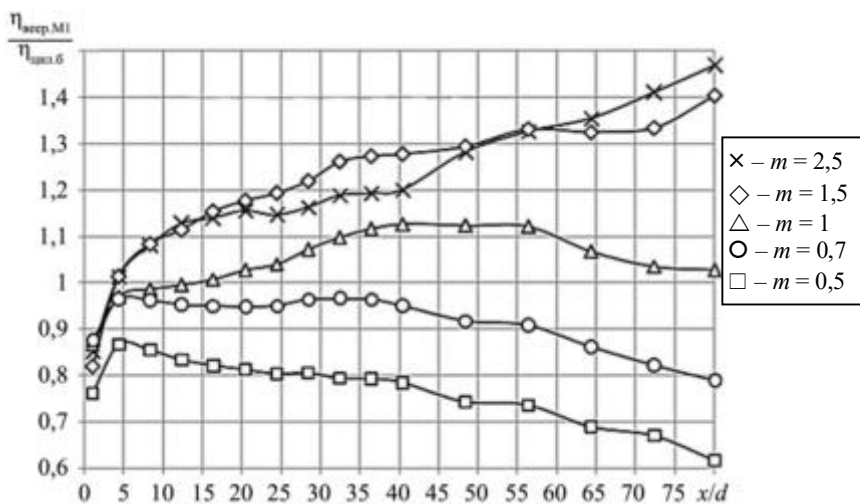


Рис. 3

Эффективность тепловой завесы, создаваемой веерными отверстиями формы М2 (см. таблицу), показана на рис. 4. Испытания проводились только для значений  $m = 1,5; 2,5$ , поскольку, как было установлено ранее, использование отверстий с двумерной диффузорностью эффективно именно при высоких значениях параметра вдува  $m$ .

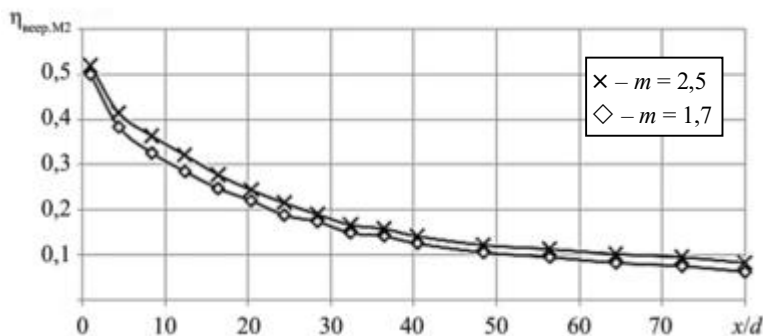


Рис. 4

Сопоставим значения эффективности тепловой завесы при вдуве через веерные отверстия формы М2 и формы М1, изначально имеющие одинаковую базовую форму.

Как следует из рис. 5, во всех случаях эффективность тепловой завесы с отверстиями формы М2 ниже, чем при использовании отверстий формы М1.

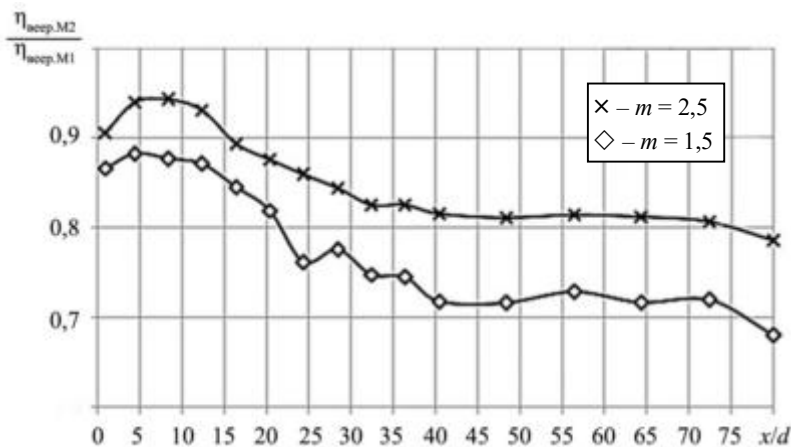


Рис. 5

Кроме этого, при сопоставлении значений  $\eta_{\text{веер.М2}}$  при  $m = 2,5$  со значениями  $\eta_{\text{веер.М1}}$  при  $m = 1,5$  также выявлена более низкая эффективность веерных отверстий формы М2. Это подтверждает известный факт уменьшения значений эффективности пленочного охлаждения веерными отверстиями при снижении скорости  $W_{\text{вт.}}$ .

Отсюда следует, что веерные отверстия формы М2 (со спрямленной выходной кромкой) нецелесообразно применять вследствие существенных технологических трудностей производства и сниженной эффективности пленочного охлаждения по сравнению с веерными отверстиями формы М1.

Было сделано предположение, что снижение эффективности пленочного охлаждения обусловлено значительным уменьшением скорости вдуваемого воздушного потока  $W_{\text{вт.}}$ . Для минимизации данного негативного эффекта была предложена форма М3 (см. таблицу), отличающаяся пониженной степенью диффузорности веерного отверстия как в продольном, так и в поперечном направлениях. Форма М3 отличается от прототипа лишь другим углом при вершине конуса, составляющим  $20^\circ$  вместо  $28^\circ$ . Отметим, что форма электрода, используемого для формирования отверстий заданной конфигурации, отличается простотой технологического процесса производства.

Результаты исследования эффективности пленочного охлаждения при вдуве через веерные отверстия формы М3 (см. таблицу) представлены на рис. 6.

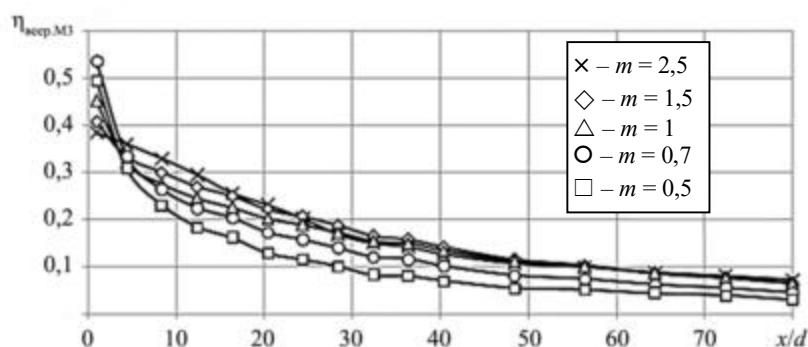


Рис. 6

Как видим (см. рис. 6), на участке  $x/d < 4,4$  наблюдается пересечение аппроксимирующих линий, характерное для цилиндрических отверстий. Несмотря на монотонное снижение значения  $\eta_{\text{веер.М3}}$  с уве-

личением  $x/d$ , что указывает на отсутствие явного отрыва пленки от обтекаемой стенки, можно сделать вывод о том, что снижение степени диффузорности веерных отверстий формы МЗ за счет уменьшения угла полураствора диффузорной части недостаточно для повышения эффективности охлаждения  $\eta_{\text{веер.МЗ}}$  за счет увеличения скорости вдуваемого воздуха.

Сравнение эффективности пленочного охлаждения при вдуве через веерные отверстия формы МЗ и базовые цилиндрические отверстия показаны на рис. 7.

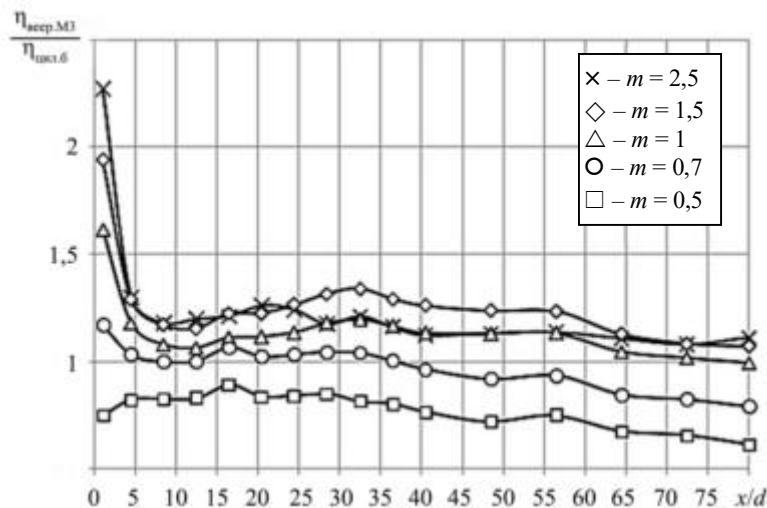


Рис. 7

Рис. 8 демонстрирует сравнение эффективности пленочного охлаждения при вдуве через веерные отверстия формы МЗ и базовые веерные отверстия.

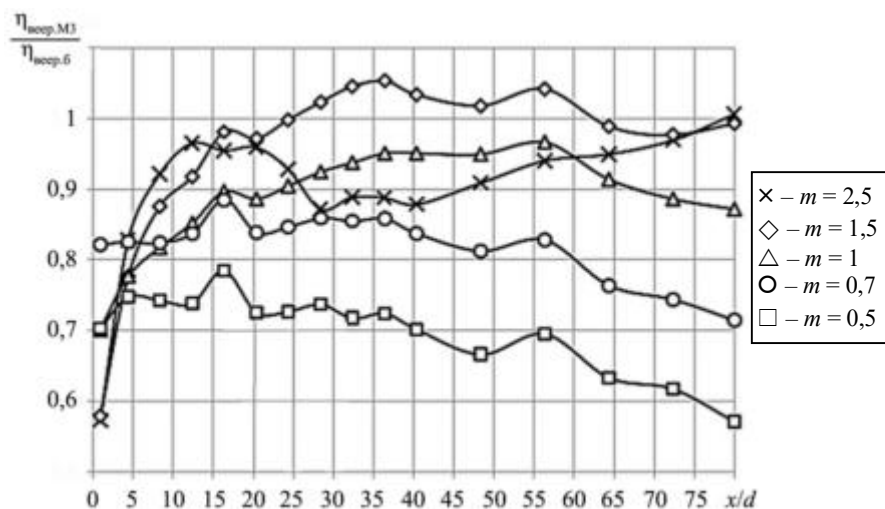


Рис. 8

Как видим (см. рис. 7, 8), точки значений эффективности веерных отверстий формы МЗ практически для всех случаев расположены выше значений эффективности цилиндрических отверстий, но ниже значений эффективности веерных отверстий базовой формы.

Другими словами, по своим характеристикам, включая тенденцию к отрыву потока вдуваемого воздуха, экспериментальные значения эффективности веерных отверстий формы МЗ занимают промежуточное положение между указанными вариантами. В связи с этим не представляется возможным рекомендовать их для пленочного охлаждения турбинных лопаток.

Для компенсации недостаточной степени диффузорности веерных отверстий формы МЗ за счет спрямления выходной кромки была разработана модифицированная форма – М4 (см. таблицу).

На рис. 9 показано сопоставление значений эффективности пленочного охлаждения с помощью веерных отверстий формы М4 и формы М3.

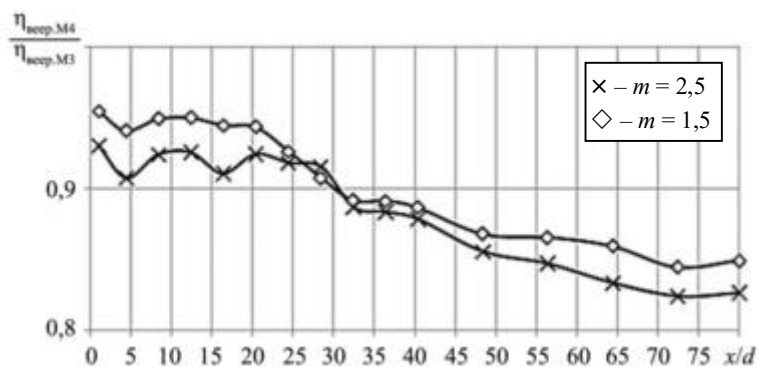


Рис. 9

Как видим (см. рис. 9), при спрямлении выходной кромки не наблюдается положительный эффект, поэтому веерные отверстия формы М4 также однозначно не рекомендуются для использования.

Таким образом, выполненные экспериментальные сравнительные исследования различных вариантов подрезки выходной кромки веерного отверстия подтверждают литературные данные о том, что такая модификация позволяет дополнительно повысить эффективность пленочного охлаждения веерными отверстиями, причем этот эффект усиливается при увеличении параметра вдува  $m$ .

Анализ полученных экспериментальных данных позволил установить целесообразность выбора веерных отверстий формы М1 для использования в однорядном варианте, а также в последнем ряду многорядных перфораций при высоких значениях параметра вдува  $m$ .

Дальнейшая систематизация результатов исследований в данной области позволит сформулировать обобщенные рекомендации по подрезке задней кромки веерных отверстий для систем охлаждения турбинных лопаток газотурбинных двигателей с учетом требований, представленных, например, в работах [2, 5, 6, 20, 21].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бакулев В.И. и др. Теория, расчет и проектирование авиационных двигателей и энергетических установок. М.: МАИ, 2003. 688 с.
2. Иноземцев А.А. и др. Газотурбинные двигатели. М.: Машиностроение, 2008. Т. 2. Основы конструирования авиационных двигателей и энергетических установок. 368 с.
3. Терехов В.И. и др. Теплообмен в дозвуковых отрывных потоках. Новосибирск: НГТУ, 2016. 247 с.
4. Халатов А.А. и др. Теплообмен и гидродинамика в полях центробежных массовых сил. Киев: НТУУ «КПИ», Изд-во «Политехника», 2016. Т. 10. 238 с.
5. Тихонов А.С., Самохвалов Н.Ю. Анализ использования профилированных отверстий перфорации для повышения качества пленочного охлаждения спинки сопловых лопаток турбин // Вестник УГАТУ. 2012. № 5 (50). С. 20–27.
6. Нестеренко В.Г., Матушкин А.А. Конструктивные методы совершенствования системы пленочного охлаждения рабочих лопаток турбин ВРД // Тр. МАИ [Электронный журнал]. 2010. № 39. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=14813> (дата обращения 8.04.2025).
7. Пахомов М.А. и др. Тепловая эффективность пристенной газовой завесы при ее вдуве через круглые отверстия в траншее // Теплофизика и аэромеханика. 2015. № 3. С. 343–352.
8. Виноградов К.А. Повышение эффективности газовой турбины путем структурно-параметрической оптимизации обводов переходного канала и формы отверстий пленочного охлаждения: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Рыбинск, 2015. 16 с.
9. Щукин А.В. и др. Теплофизика рабочих процессов в охлаждаемых лопатках газовых турбин. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2020. 392 с.
10. Ильинков А.В. и др. Эффективность пленочного охлаждения выпуклой и плоской поверхностей при пульсирующем вдуве через веерные и цилиндрические отверстия // Изв. вузов. Авиационная техника. 2024. № 3. С. 127–134.

11. Li H. et al. The Characteristics and Divergence of Fan-Shaped and Cylindrical Holes on the Suction Side of a Turbine Blade under Rotating Conditions // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2019. Vol. 139. P. 432–441.
12. Huang Y. et al. Multi Objective Optimization of Laidback Fan-Shaped Film Cooling Hole on Turbine Vane Suction Surface // Heat and Mass Transfer. 2019. Vol. 55. P. 1181–1194.
13. Wang H., Tao Z., Li H. A Tip Region Film Cooling Study of the Fan-Shaped Hole Using PSP // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2020. Vol. 153. Article № 119378.
14. Wright L.M., McClain S.T., Clemenson M.D. PIV Investigation of the Effect of Freestream Turbulence Intensity on Film Cooling From Fanshaped Holes // Proc. of ASME Turbo Expo: Turbine Technical Conference and Exposition, June 6–10, 2011, Vancouver, Canada. Vol. 5. P. 493–507.
15. Colban W.F., Thole K.A., Bogard D.A. Film Cooling Correlation for Shaped Holes on a Flat-Plate Surface // Journal of Turbomachinery. 2011. Vol. 133. Iss. 1. Article № 011002.
16. Kampe T. et al. Experimental and Numerical Investigation of Flow Field and Downstream Surface Temperatures of Cylindrical and Diffuser Shaped Film Cooling Holes // Proceeding of ASME Turbo Expo, June 6–10, 2011, Vancouver, Canada. Article № GT2011-45106.
17. Марчуков Е.Ю. и др. Сравнительный анализ эффективности тепловой завесы за поясками веерных и цилиндрических отверстий в широком диапазоне изменения угла и параметра вдува // Теплофизика и аэромеханика. 2021. № 5. С. 691–702.
18. Saumveber C., Schulz A., Wittig S. Free-Stream Turbulence Effects on Film Cooling with Shaped Holes // Journal of Turbomachinery. 2003. Vol. 125. Iss. 1. P. 65–73.
19. Bunker R.S. A Review of Turbine Shaped Film-Cooling Technology // Journal of Heat Transfer. 2005. Vol. 127. Iss. 4. P. 441–453.
20. Полетаев В.А. и др. Особенности аэродинамического и теплового совершенствования сопловых аппаратов турбин перспективных газотурбинных двигателей // Изв. вузов. Авиационная техника. 2016. № 1. С. 81–86.
21. Горелов Ю.Г. 3D-исследование эффективности охлаждения трактовых полок соплового блока турбины высокого давления с «меридиональным поджатием» и веерными отверстиями // Изв. вузов. Авиационная техника. 2019. № 3. С. 115–121.

Поступила в редакцию 8.05.25  
 После доработки 14.05.25  
 Принята к публикации 14.05.25

## Cutback of Trailing Edge of a Fan-Shaped Hole Contributing to the Film Cooling Effectiveness at a Blowing Angle of 45 deg

E.YU. MARCHUKOV<sup>1</sup>, A.V. IL'INKOV<sup>2</sup>, A.V. SHCHUKIN<sup>2</sup>,  
 V.V. TAKMOVTSEV<sup>2</sup>, AND K.V. KAKHOVSKII<sup>1</sup>

<sup>1</sup> A. Lyul'ka Design Bureau, Moscow

<sup>2</sup> Tupolev Kazan National Research Technical University, Kazan

*Comparative experiments assessed the effectiveness of thermal shield generated by blowing through a band of fan-shaped holes. A feasible scheme for trailing edge cutback in the vertical plane of a fan-shaped hole was derived at a given divergence ratio in the transverse direction. The highest thermal shield effectiveness was observed at a blowing angle of 45 deg in the considered range of parameter variation. The feasible scheme was obtained from the comparative analysis of modified and basic versions.*

**Physical experiment, thermal shield effectiveness, band of holes, fan-shaped holes, blowing ratio, blowing angle**

## Алгоритм синтеза рельефной поверхности с заданной фрактальной размерностью на основе операторов дробного интегрирования

*Предложен численный алгоритм синтеза случайной рельефной поверхности заданной фрактальной размерности с использованием дробного интегродифференциального оператора Римана – Лиувилля. В качестве исходного случайного поля использовано двумерное поле гауссова белого шума. Действием оператора дробного порядка на двумерный спектр белого шума получен фурье-образ искомого поля. Случайный рельеф поверхности получен обратным двумерным быстрым преобразованием фурье-образа. Используются взаимные связи фрактальной размерности  $D$  рельефной поверхности с порядком  $\nu$  дробного интегрирования и показателем Херста, а также степенного показателя спада спектральной плотности.*

**Ю.К. ЕВДОКИМОВ,**

*д-р техн. наук,*

**Л.Ю. ФАДЕЕВА,**

*канд. техн. наук,*

**Д.В. ШАХТУРИН,**

*канд. техн. наук*

*(КНИТУ-КАИ, Казань)*

*dvshakhturin@kai.ru*

**Фрактальная поверхность, синтез случайного поля, фрактальная размерность, показатель Херста, дробный оператор, показатель дробного интегрирования, двумерное преобразование Фурье, двумерная спектральная плотность**

Актуальность применения предлагаемого численного алгоритма синтеза рельефной поверхности с заданной фрактальной размерностью во многих прикладных задачах обусловлена тем, что механические, электрические, электромагнитные и физико-химические свойства материалов и изделий во многом определяются геометрией рельефа и неоднородностями поверхности. Синтез рельефной поверхности широко используется при разработке электромагнитных поглощающих материалов, композитных конструкций, используемых при создании легких и прочных компонентов летательных аппаратов, при решении задач радиолокационного зондирования поверхности Земли [1–3]. В сочетании с технологиями неразрушающего контроля (ультразвуковая или лазерная диагностика) алгоритмы синтеза рельефной поверхности позволяют создавать детализированные карты повреждений на поверхности летательного аппарата.

От структуры рельефа поверхности существенно зависят отражательные и поглощающие свойства электромагнитных волн [3]. Протекание электрического тока в проводнике [4, 5], процессы тепло- и массопереноса, обтекания поверхности потоком газа или жидкости, возникновение турбулентности и т. п. также взаимосвязаны с геометрией рельефа поверхности и фазового раздела границы со средой. Например, синтез стенок беззеховых камер с более сложным рельефом улучшает поглощающие свойства по сравнению с существующими покрытиями [6, 7].

Технологии современной 3D-печати обеспечивают возможность точного воспроизведения сложных поверхностей из различных типов материалов, включая композитные [8]. Примером эффективного применения данных технологий является синтез оптимального рельефа радиаторов для интегральных схем и силовых полупроводниковых приборов, направленный на повышение теплоотдачи [9].

Ключевым подходом к решению задач, связанных с алгоритмом синтеза рельефа поверхности, является количественное описание геометрии неоднородной рельефной или шероховатой поверхности, которая, как правило, может быть представлена в виде случайного поля.

Эффективным инструментом для оценки подобных сложных неоднородных структур являются методы фрактальной геометрии [10–12]. Важной числовой характеристикой меры шероховатости и геометрии рельефа поверхности является ее фрактальная размерность  $D$ . Если пространством вложения для фрактальной рельефной поверхности является евклидово пространство с топологической размерностью  $D_E = 3$ , то фрактальная размерность поверхности имеет дробное значение в интервале  $2 < D < 3$  [13].

Цель данной работы заключается в получении алгоритма для генерации рельефной поверхности  $z = z(x, y)$  с требуемой фрактальной размерностью  $D$  в интервале  $2 < D < 3$  на основе операторов интегрирования дробного порядка, адаптированных для использования быстрого преобразования Фурье. В отличие от других алгоритмов, например, алгоритмов, реализованных на основе функции Вейерштрасс-

са [14], предложенный алгоритм ориентирован на стандартные алгоритмы быстрого преобразования Фурье с его вычислительными преимуществами.

Рассмотрим методы решения задачи.

Пусть имеется изотропное случайное поле  $\varphi(x, y)$ , представляющее двумерный белый шум со спектральной плотностью  $S_\varphi(p, q)$ , где  $p, q$  – волновые числа. Сформулируем следующую задачу: получить из исходного изотропного случайного поля  $\varphi(x, y)$  функциональным преобразованием  $\Phi[\varphi(x, y)]$  случайное поле  $z(x, y) = \varphi_F(x, y)$  с заданной фрактальной размерностью  $D$  рельефа поверхности, где  $2 < D < 3$ .

Для подавляющего большинства фрактальных случайных процессов реальных систем характерна степенная зависимость спектральной плотности с показателем  $\alpha$ . Типичным примером является фликкер-шум в полупроводниковых и вакуумных приборах [15, 16]. Для подобных одномерных процессов спектральная плотность выражается в виде

$$S(\omega) \sim \omega^{-\alpha}, \quad (1)$$

где  $1 < \alpha < 2$ .

Особенностью спектра в выражении (1) является дробный показатель  $\alpha$  из интервала  $1 \dots 2$ , отражающий фрактальный характер процесса. Связь такого процесса с его фрактальной размерностью  $D$  можно установить, если ввести промежуточный показатель Херста  $H$ , характеризующий меру памяти и наследственности (нелокальность) процесса [13]:

$$H = \frac{\alpha - 1}{2}, \quad (2)$$

где  $0 < H < 1$ .

Показатель Херста используют для вычисления фрактальной размерности  $D$  как разность:

$$D = D_E - H, \quad (3)$$

где  $D_E$  – евклидова размерность пространства вложения фрактала.

Для описания двумерной фрактальной поверхности воспользуемся интегралом Римана – Лиувилля дробного порядка  $0 < \nu < 1$  для полуоси  $x > 0$  в следующей форме [17, 18]:

$$I_{0+}^\nu \varphi(x) = \frac{1}{\Gamma(\nu)} \int_0^x \frac{\varphi(t)}{(x-t)^{1-\nu}} dt, \quad (4)$$

где  $\Gamma$  – гамма-функция.

Последовательным интегрированием двумерной функции  $\varphi(x, y)$  согласно выражению (4) получим соответствующее представление интеграла Римана – Лиувилля дробного порядка  $\nu_1, \nu_2$ :

$$I_{0+}^{\nu_1, \nu_2} \varphi(x, y) = \frac{1}{\Gamma(\nu_1)\Gamma(\nu_2)} \int_0^x \int_0^y \frac{\varphi(t_1, t_2)}{(x-t_1)^{1-\nu_1} (y-t_2)^{1-\nu_2}} dt_1 dt_2. \quad (5)$$

Одномерное преобразование Фурье интеграла Римана – Лиувилля (4) имеет вид

$$F[I_{0+}^\nu \varphi(x)] = (jp)^{-\nu} \hat{\varphi}(p), \quad (6)$$

где  $\hat{\varphi}(p)$  – преобразование Фурье  $F[\varphi(x)]$ .

Двумерное преобразование Фурье сводится к последовательному применению одномерного преобразования Фурье по каждой пространственной переменной:

$$(jq)^{-\nu_2} \hat{\varphi}(p, q) = F[\varphi(x, y)] = \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy e^{-j(px+qy)} \varphi(x, y), \quad (7)$$

где  $p = \frac{1}{\lambda_x}$ ,  $q = \frac{1}{\lambda_y}$  – продольные и поперечные волновые числа;  $\lambda$  – длина волны.

Соответственно, преобразованием Фурье для дробного интеграла (5) получим спектр  $\hat{\varphi}_F(p, q)$  искомого фрактального поля  $\varphi_F(x, y)$ :

$$F\left[I_{0+}^{\nu_1, \nu_2} \varphi(x, y)\right] = \hat{\varphi}_F(p, q) = (jp)^{-\nu_1} (jq)^{-\nu_2} \hat{\varphi}(p, q), \quad (8)$$

где  $\hat{\varphi}(p, q)$  – двумерное преобразование Фурье  $\varphi(x, y)$ .

В показательной форме вычисления выражений  $(jp)^{-\nu_1}$ ,  $(jq)^{-\nu_2}$  осуществляются как  $(jp)^{-\nu_i} = \frac{1}{p^{\nu_i}} e^{-j\pi\nu_i/2}$ . Здесь  $p > 0$ ;  $q > 0$ ;  $\nu_i > 0$ ,  $i = 1, 2$ . Для изотропного случайного поля показатели  $\nu_1 = \nu_2 = \nu$ , тогда двумерный спектр фрактального случайного поля  $\hat{\varphi}(p, q)$  согласно выражению (6) примет вид

$$\hat{\varphi}_F(p, q) = (jp)^{-\nu} (jq)^{-\nu} \hat{\varphi}(p, q). \quad (9)$$

Искомое фрактальное поле  $\varphi_F(x, y)$  с заданной размерностью получают обратным двумерным преобразованием Фурье выражения (9):

$$\varphi_F(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\varphi}_F(p, q) e^{j(px+qy)} dpdq. \quad (10)$$

Двумерную спектральную плотность из выражения (7) вычислим как

$$S_F(p, q) = \left| (jp)^{-\nu} (jq)^{-\nu} \right|^2 S_{\varphi}(p, q) = p^{-2\nu} q^{-2\nu} S_{\varphi}(p, q). \quad (11)$$

Если исходное случайное поле представляет двумерный белый шум со спектральной плотностью  $S_{\varphi}(p, q) = \text{const}$ , то фрактальная размерность  $D$  синтезированного поля  $\varphi_F(x, y)$  полностью определяется показателем дробного интегрирования  $\nu$ , и ее можно вычислить использованием соотношений (1) – (3) по следующей формуле:

$$D = 3 - H = 3 - \frac{2\nu - 1}{2} = \frac{7}{2} - \nu, \quad (12)$$

где  $\nu = \frac{\alpha}{2}$ ,  $\frac{1}{2} < \nu < 1$  для каждого из волновых чисел (пространственных частот)  $p$  или  $q$ .

Таким образом, для синтеза случайного фрактального поля  $\varphi_F(x, y)$  заданной размерности  $D$  необходимо в соответствии с выражением (5) провести интегрирование дробного порядка  $\nu$  двумерного белого шума  $\varphi(x, y)$ . Значительного ускорения вычислений можно добиться, если использовать быстрое преобразование Фурье, поскольку двумерное дробное интегрирование в спектральной области эквивалентно последовательному умножению дробных операторов  $(jp)^{-\nu}$ ,  $(jq)^{-\nu}$ .

В этом случае алгоритм синтеза рельефной поверхности состоит из следующих основных шагов.

1. Определение из соотношения (12) порядка  $\nu$  дробного интегрирования для получения заданной фрактальной размерности  $D$ .
2. Генерация двумерного белого шума  $\varphi(x, y)$ .
3. Вычисление прямым быстрым преобразованием Фурье  $\text{FFT}^+[\varphi(x, y)]$  двумерного спектра  $\hat{\varphi}(p, q)$ .
4. Вычисление согласно выражению (8) двумерного спектра  $\hat{\varphi}_F(x, y)$  последовательным умножением спектра  $\hat{\varphi}(p, q)$  на дробные операторы  $(jp)^{-\nu}$ ,  $(jq)^{-\nu}$ .
5. Вычисление искомого фрактального поля  $\varphi_F(x, y)$  обратным быстрым преобразованием Фурье  $\text{FFT}^{-1}[\hat{\varphi}_F(x, y)]$ .

На рис. 1 представлена блок-схема, реализующая описанный алгоритм.

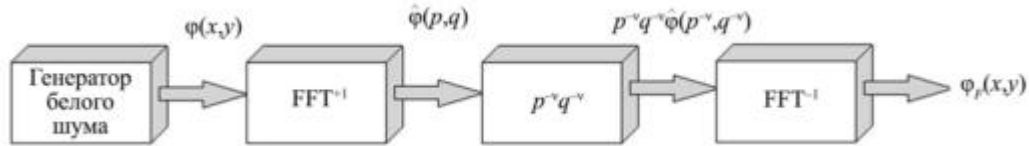


Рис. 1

Генератор белого шума формирует начальное двумерное случайное поле  $z = \varphi(x, y)$ . Прямым быстрым преобразованием Фурье  $\text{FFT}^{-1}$  определяем двумерный спектр поля  $\hat{\varphi}_F(x, y)$ . Для заданной фрактальной размерности  $D$  определяем из выражения (12) порядок дробного интегрирования  $\nu$  и проводим вычисление двумерного спектра фрактального поля с помощью последовательного умножения спектра  $\hat{\varphi}_F(x, y)$  на дробные операторы  $p^{-\nu}$ ,  $q^{\nu}$ . Далее посредством обратного быстрого преобразования Фурье  $\text{FFT}^{-1}$  вычисляем искомое поле  $\varphi_F(x, y)$  с заданной фрактальной размерностью  $D$ .

Полученная фрактальная поверхность  $\varphi_F(x, y)$  описывается тремя взаимосвязанными фрактальными размерностями – фрактальной размерностью  $D$  поверхности  $\varphi_F(x, y)$ , фрактальной размерностью контура  $D_k$  в горизонтальном сечении  $\varphi_F(x, y)$ , фрактальной размерностью профиля  $D_p$  вертикального сечения  $\varphi_F(x, y)$ .

Связь между этими размерностями обусловлена тем, что они характеризуют один и тот же фрактальный объект, и выражена соотношением [19]

$$D_k = D_p = D - 1. \quad (13)$$

Из выражения (13) следует, что фрактальную размерность исследуемой поверхности  $D$  возможно оценить посредством вычисления величин  $D_p$  или  $D_k$ , отличающихся существенно меньшей вычислительной сложностью относительно прямого расчета параметра  $D$ . В связи с этим для верификации алгоритма и для оценки  $D$  использован расчет фрактальной размерности  $D_p$  профиля вертикального сечения спектральной плотности с использованием соотношений (12), (13).

Описанный алгоритм был реализован в среде моделирования LabVIEW. Результаты расчетов на основе предложенного алгоритма представлены на рис. 2–4.

Исходное изотропное случайное поле в виде белого шума  $\varphi(x, y)$  задано с параметром «стандартное отклонение»  $\sigma = 1$  (рис. 2, а). Синтезированные случайные поля  $z(x, y)$  с фрактальной размерностью  $D = 2,7$  и показателем дробного интегрирования  $\nu = 0,8$  приведены на рис. 2, б.

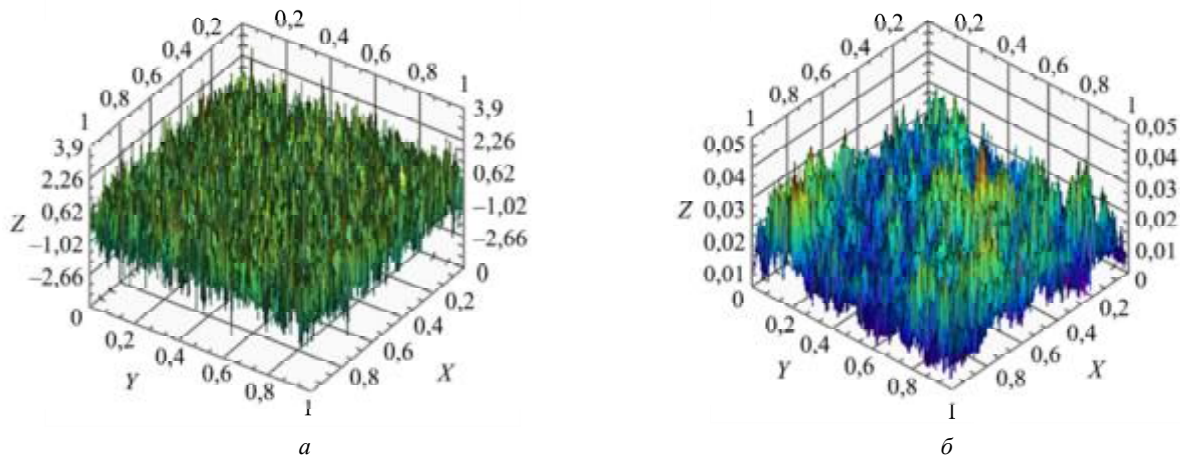


Рис. 2

С увеличением фрактальной размерности  $D$  увеличивается «плотность» случайного поля, что соответствует более полному заполнению им евклидова пространства вложения  $D_E = 3$ .

Представим двумерные спектральные плотности  $S_F(p, q)$  синтезированного случайного поля с фрактальной размерностью  $D = 2,9$  (рис. 3, а) и  $D = 2,7$  (рис. 3, б) с показателем дробного интегрирования  $\nu = 0,6$  и  $\nu = 0,8$ . Здесь и далее координаты осей спектров приведены в логарифмических масштабах.

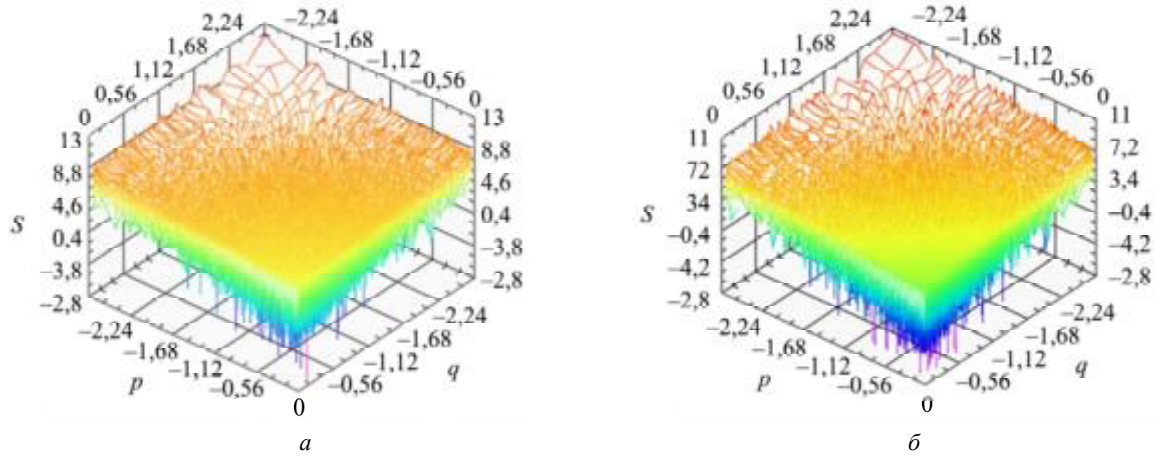


Рис. 3

График рис. 3, б демонстрирует более крутой угол наклона спектральной плотности по сравнению со спектром, представленным на рис. 3, а.

На рис. 4 показаны вертикальные сечения  $S_F(p, q_1)$ ,  $S_F(p, q_2)$  двумерной спектральной плотности при постоянных значениях  $q_1 = q_2 = 10^{-2}$  для синтезированных фрактальных полей с параметрами  $\nu = 0,6$  (рис. 4, а) и  $\nu = 0,8$  (рис. 4, б). Сечения взяты с параметрами  $q = \text{const} = 10^{-2}$ ,  $p$  имеет переменное значение.

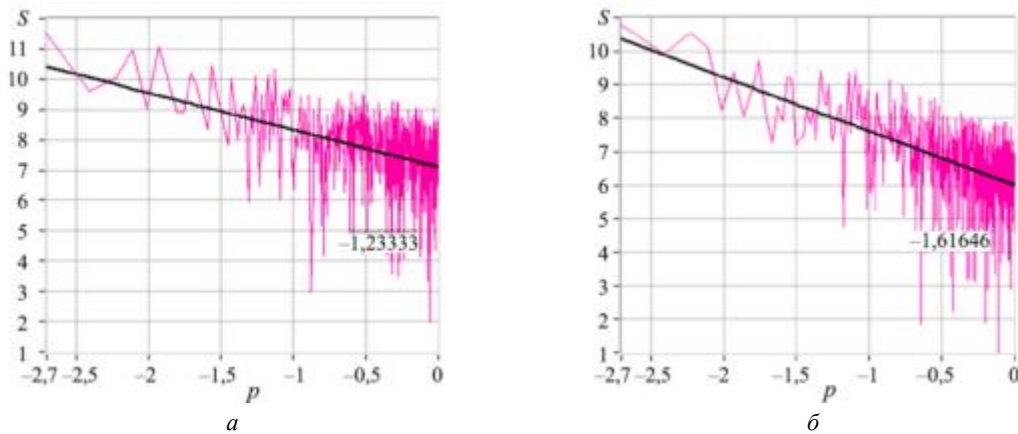


Рис. 4

Таким образом, если исходный случайный процесс представляет собой белый гауссов шум со спектром  $S_\varphi(p, q) = \text{const}$ , то фрактальная размерность  $D$  синтезированного изотропного двумерного поля полностью определяется показателем дробного интегрирования  $\nu$ , а также коэффициентом  $\alpha = 2\nu$  наклона одномерной спектральной характеристики  $S_F(p)$  или  $S_F(q)$ , полученной вертикальным сечением двумерной спектральной плотности  $S_F(p, q)$  при постоянных  $q = \text{const}$  или  $p = \text{const}$ .

В работе представлены метод и алгоритм синтеза изотропной случайной поверхности заданной фрактальной размерности  $2 < D < 3$  с использованием дробного интегродифференциального оператора

Римана – Лиувилля и двумерного быстрого преобразования Фурье исходного случайного поля, заданного в виде гауссова белого шума. В основу алгоритма положена связь фрактальной размерности  $D$  синтезированного двумерного поля  $\varphi_F(x, y)$  с показателями дробного оператора  $\nu$  и Хёрста. Показано, что в спектральной области эта связь выражается соотношением  $\alpha = 2\nu$ , где  $\alpha$  – коэффициент наклона одномерной спектральной характеристики, полученного вертикальным сечением двумерного спектра  $S_F(p, q)$  при постоянном значении  $p$  или  $q$ . Это позволяет вычислять и верифицировать фрактальные размерности многомерных полей с размерностью  $D > 2$  по их одномерным спектральным характеристикам, что намного упрощает и повышает точность оценки  $D$ .

Предложенный алгоритм широко применяется в различных прикладных задачах для генерации фрактальных случайных полей, при моделировании неоднородных рельефов поверхностей новых теплозащитных, конструкционных и радиопоглощающих метаматериалов в авиационно-космической технике, при моделировании шероховатости поверхностей для задач теплообмена, массопереноса и триботехники, а также при разработке методов и приборов контроля чистоты обработки поверхности в машиностроении.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Михайлин Ю.А. Конструкционные полимерные композиционные материалы. СПб.: Научные основы и технологии, 2010. 822 с.
2. Chen S.S., Keller J.M., Crownover R.M. On the Calculation of Fractal Features from Images // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 1993. Vol. 15. Iss. 10. P. 1087–1090.
3. Непочаев Ю., Бандин А., Манина И. Разработка широкополосного радиопоглощающего материала на основе карбида кремния и нитрида алюминия // Современная электроника. 2019. № 2. С. 26–31.
4. Евдокимов Ю.К., Фадеева Л.Ю. Импеданс длинной линии с микрорельефной неоднородной поверхностью с учетом скин-эффекта // Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. 2019. № 3. С. 169–173.
5. Евдокимов Ю.К., Фадеева Л.Ю. Метод и алгоритм радиочастотного зондирования неоднородных электропроводящих структур // Вестник ИжГТУ им. М.Т. Калашникова. 2023. № 2. С. 94–102.
6. Aicha El Assal et al. Harmouch toward an Ultra-Wideband Hybrid Metamaterial Based Microwave Absorber // Micromachines. 2020. Vol. 11. Article № 0930.
7. Aswoyo B. et al. A Measurement Method for Reflection Coefficient of Anechoic Chamber Using Standing Wave Techniques // Proc. of the Asia-Pacific Conference on Circuits and Systems, Dec. 16–18, 2002, Singapore. P. 115–119.
8. Дмитриенко Г.В. и др. Радиоволновый метод диагностики внутренних дефектов полимерных композиционных материалов на основе полуконфокального резонатора // Изв. вузов. Авиационная техника. 2021. № 2. С. 149–154.
9. Гильмутдинов А.Х., Шахтурин Д.В. Пассивные элементы на основе  $n$ -слоистой неоднородной резистивно-емкостной среды: классификация и перспективы применения // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 4. С. 202–214.
10. Rosenberg E. Fractal Dimensions of Networks. Springer, 2020. 524 p.
11. Иванов Г.С., Брылкин Ю.В. Фрактальная геометрическая модель микроповерхности // Геометрия и графика. 2016. № 1. С. 4–11.
12. Lopes R., Betrouni N. Fractal and Multifractal Analysis: A Review // Medical Image Analysis. 2009. Vol. 13. Iss. 4. P. 634–649.
13. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. М.: Институт компьютерных исследований, 2002. 656 с.
14. Сосенушкин Е.Н., Яновская Е.А., Желнов А.С. Применение методов искусственного интеллекта для компьютерного моделирования фрактальных поверхностей // Изв. СамНЦ РАН. 2024. № 1. С. 109–115.
15. Тимашев С.Ф. Фликкер-шумовая спектроскопия. Информация в хаотических сигналах. М.: Физматлит, 2007. 248 с.
16. Останин С.А., Шайдук А.М. Уточнение отношения между фрактальной размерностью и степенью спектра мощности сигнала // Журнал радиоэлектроники [Электронный журнал]. 2012. № 8. URL: <http://jre.cplire.ru/jre/aug12/5/text.pdf> (дата обращения: 12.04.2025).
17. Kilbas A.A., Srivastava H.M., Trujillo J.J. Theory and Applications of Fractional Differential Equations // Mathematics Studies. Elsevier, 2006. Vol. 204. 523 p.
18. Зенюк Д.А., Орлов Ю.Н. О применении дробного исчисления Римана – Лиувилля для описания распределений вероятностей. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2014 (Препринты / ИПМ им. М.В. Келдыша; № 18). 21 с.

19. Торхов Н.А. и др. Определение фрактальной размерности поверхности эпитаксиального n-GaAs в локальном пределе // Физика и техника полупроводников. 2009. № 1. С. 38–47.

Поступила в редакцию 12.05.25

После доработки 17.05.25

Принята к публикации 17.05.25

## Algorithm for Synthesis of Relief Surface with Given Fractal Dimension Based on Fractional Dimension Operators

YU.K. EVDOKIMOV, L.YU. FADEEVA, AND D.V. SHAKHTURIN

Tupolev Kazan National Research Technical University, Kazan

*The paper proposes a numerical algorithm for synthesizing a random relief surface of a given fractal dimension using the fractional Riemann–Liouville integro-differential operator. A two-dimensional field of Gaussian white noise is used as the initial random field. The Fourier transform of the sought field is obtained by applying a fractional order operator to the two-dimensional spectrum of white noise. The random surface relief is obtained by the inverse two-dimensional fast Fourier transform. The work uses the mutual relationships of the fractal dimension  $D$  of the relief surface with the order  $\nu$  of fractional integration and the Hurst exponent, as well as the power exponent  $\alpha$  of the spectral density decay.*

**Fractal surface, random field synthesis, fractal dimension, Hurst exponent, fractional operator, fractional integration exponent, two-dimensional Fourier transform, two-dimensional spectral density**

## Разработка алгоритма абсолютной визуально-инерциальной навигации беспилотных воздушных судов

*Рассмотрены подходы к навигации беспилотных воздушных судов при отсутствии спутниковых сигналов, использующие алгоритмы компьютерного зрения. Проведен сравнительный анализ методов абсолютной навигации по предварительно загруженным спутниковым картам. Предложен алгоритм сезонно-инвариантной визуально-инерциальной навигации на основе сопоставления ключевых точек изображений с использованием алгоритма SIFT с коррекцией по сигналам инерциальной навигационной системы, оптимизированный в вычислительном плане для использования в реальном времени. Приведены результаты работы алгоритма с использованием реальных данных полета беспилотного воздушного судна в сравнении с эталонными данными спутниковой навигационной системы.*

**П.А. ЛАЗАРЕВА,**  
канд. физ.-мат. наук,  
**А.И. МАЛИКОВ,**  
д-р физ.-мат. наук,  
**Г.Л. ДЕГТЯРЕВ,**  
д-р техн. наук,  
**Р.Т. МАННАНОВ**  
(КНИТУ-КАИ, Казань)  
palazareva@kai.ru

**Визуально-инерциальная навигация, визуально-инерциальная одометрия, беспилотное воздушное судно, автономная навигация, опорная карта**

В последнее время отмечается возрастающий интерес к использованию беспилотных авиационных систем в различных областях – от сельского хозяйства и мониторинга труднодоступных районов до применения в условиях боевых действий [1]. Это обусловлено не только относительно низкой стоимостью конструкций, но и их способностью выполнять задачи в условиях повышенного риска. Вместе с тем эффективность функционирования беспилотных авиационных систем во многом определяется точностью и надежностью навигационной системы.

До настоящего времени глобальные навигационные спутниковые системы считались надежным способом определения координат беспилотных воздушных судов. Однако на практике могут возникать ситуации, когда спутниковые сигналы подвергаются искажениям или вообще отсутствуют. К естественным искажениям относятся ошибки многолучевости, вызванной многократными переотражениями спутникового сигнала от разных поверхностей и дифракцией на небольших объектах, сопоставимых по размерам с длиной волны. Помехи от мощных источников радиоизлучений (локаторов, теле- и радиопередающих станций) также ухудшают результаты спутниковых измерений координат. К намеренным искажениям сигналов глобальных навигационных спутниковых систем относятся подавление сигнала (джамминг) и спуфинг-атаки, когда на приемник поступает более мощный сигнал, имитирующий глобальную навигационную спутниковую систему и передающий неверные навигационные параметры.

Для надежной и точной навигации беспилотных воздушных судов необходимо обеспечить их способность к автономной навигации, т. е. без использования внешних сигналов. Инерциальные навигационные системы, несмотря на автономность, подвержены неограниченному накоплению методической ошибки.

Для повышения точности автономной навигации в последнее время активно разрабатываются методы на базе систем технического зрения. Наиболее широко распространены методы визуально-инерциальной навигации, которая представляет собой подход, объединяющий данные от инерциальной навигационной системы и визуальных сенсоров (камер) для точной оценки положения, ориентации и скорости движущегося объекта. Основным преимуществом визуально-инерциальной навигации является возможность компенсации недостатков каждого типа датчиков: инерциальная навигационная система характеризуется высокой частотой обновления данных и краткосрочной стабильностью измерений, но подвержена накоплению ошибок (дрейфу). В свою очередь, визуальная информация обеспечивает долгосрочную стабильность, но ее надежность снижается при высоких скоростях перемещения или в сценах с низкой текстурностью.

Методы визуально-инерциальной навигации можно условно разделить на две группы – относительную и абсолютную. Методы относительной навигации включают одновременную локализацию и

картографирование, а также визуальную одометрию. В первом случае одновременно строится карта окружающей среды и определяется текущее положение движущегося объекта на этой карте. В случае визуальной одометрии оценивается изменение положения объекта между двумя последовательными кадрами, полученными с бортовой камеры. С помощью методов абсолютной навигации сравниваются изображения, полученные с бортовой камеры, с предварительно загруженной спутниковой картой местности для определения координат беспилотного воздушного судна.

При использовании методов относительной навигации не требуется наличия карты местности. Данные методы работоспособны в динамически меняющейся обстановке, однако из-за накопленных ошибок при длительных миссиях снижается их точность в глобальном масштабе. В свою очередь, методы абсолютной навигации нивелируют дрейф оценок координат и дают детерминированный диапазон погрешностей.

Основные трудности, возникающие при реализации абсолютной навигации, обусловлены значительным объемом необходимых данных и сложностью сопоставления изображений, полученных из разных источников. Для получения изображений с камеры и спутника используются разные сенсоры, изображения часто бывают получены в разные сезоны, при разной освещенности, ориентации, с разным разрешением, что усложняет сопоставление изображений [2]. Однако абсолютная визуальная навигация превосходит относительную по точности определения местоположения беспилотного воздушного судна, поскольку основывается на использовании эталонной информации для определения местоположения беспилотного воздушного судна.

Доступность спутниковых снимков высокого разрешения для всей земной поверхности способствовала их активному использованию в целях визуальной навигации.

Методы абсолютной навигации условно подразделяют на три группы: 1) корреляционно-экстремальные; 2) использующие ключевые точки; 3) нейросетевые.

Корреляционно-экстремальные алгоритмы позволяют определять взаимную ориентацию и положение эталонного изображения и изображения, получаемого с бортовой камеры максимизацией корреляционной функции между изображениями. Корреляционный подход к сопоставлению изображений в последнее время применяется все реже.

Алгоритмы, относящиеся ко второй группе, извлекают ключевые точки и их дескрипторы из изображения эталонной карты и изображения, получаемого с камеры беспилотного воздушного судна, производят их предварительную обработку, а затем сопоставлением ключевых точек определяют матрицы гомографии и, соответственно, положение беспилотного воздушного судна в пространстве. Ключевые точки – это особые точки на изображении, окрестность которых отличается от всех других точек. Это могут быть углы, края объектов, области с большим градиентом яркости.

Алгоритмы используют сокращенный объем информационных данных для сопоставления изображений, в отличие от первой группы методов. Для построения детекторов и сопоставления изображений могут использоваться как классические, так и нейросетевые алгоритмы [3].

В алгоритмах третьей группы используется семантическая сегментация изображений с помощью нейронных сетей, которые предварительно обучаются на эталонных изображениях местности. В качестве объектов для распознавания чаще всего используется дорожная и речная сети, лесополосы, а также здания и постройки. Однако использование данного подхода затруднено в случае полета над монотонной местностью. Кроме того, его реализация требует значительных вычислительных ресурсов и не обеспечивает гарантированного функционирования в режиме реального времени.

Методы, основанные на использовании ключевых точек, обеспечивают оптимальное соотношение точности, скорости и устойчивости, благодаря чему их применение оптимально для реализации абсолютной визуальной навигации беспилотного воздушного судна в неизвестной или изменяющейся среде.

Корреляционные методы менее эффективны вследствие высокой вычислительной нагрузки и чувствительности к условиям съемки, а методы семантической сегментации ограничены необходимостью предварительного обучения и характеризуются недостаточной точностью позиционирования [4].

Проблемой использования алгоритмов абсолютной навигации с использованием опорной карты являются сезонные изменения земной поверхности, которые в средних широтах весьма значительны. Здесь могут быть использованы два подхода – использование актуальных для рассматриваемого времени года спутниковых карт, которые регулярно обновляются и находятся в свободном доступе, или разработка алгоритмов, инвариантных к сезонным изменениям. Для второго подхода характерно использование алгоритмов глубокого обучения на данных спутниковых снимков при разных сезонах [5], однако данные алгоритмы весьма требовательны к вычислительным ресурсам, и не всегда можно гарантировать их работоспособность в реальном времени.

В данной работе предлагается метод сезонно-инвариантной абсолютной визуально-инерциальной навигации. Для сопоставления признаков используется несколько спутниковых геопривязанных карт для разных сезонов (для средней полосы необходимы карты, соответствующие четырем сезонам). Для карты каждого сезона, соответствующей области эксплуатации заданного размера (например,  $100 \times 100$  км), предварительно находятся все ключевые точки, для которых сохраняются дескрипторы SIFT (Scale-Invariant Feature Transform).

Можно либо объединять признаки всех сезонов в один пакет, либо хранить их отдельно с отметкой сезона. В данной реализации ключевые точки из всех четырех сезонов объединяются в один массив (с возможным дублированием, если одна точка была найдена во всех сезонах). Это означает, что база содержит «летние» признаки полей, «зимние» признаки заснеженных участков, весенние и осенние варианты. Когда беспилотное воздушное судно делает снимок в любой сезон, всегда найдутся признаки с похожим состоянием. Таким образом, даже если в кадре присутствует много заснеженных участков, в базе будут соответствующие дескрипторы, и поиск совпадений будет успешен. Кроме того, снимки разных сезонов для одной и той же рассматриваемой области выравниваются. Например, если пиксели сезонных снимков немного смещены, выполняется аффинное преобразование, чтобы совпали ключевые элементы рельефа. Это необходимо для того, чтобы соответствующие географические точки в разных сезонах попадали в одинаковые пиксельные координаты области.

По сравнению с односезонной выборкой такой метод демонстрирует более высокую устойчивость: вероятность найти истинные совпадения существенно повышается. Важно отметить, что используются не произвольные снимки с разными сезонными условиями, а производится их геопривязка, поэтому один и тот же участок в разные сезоны остается в рамках одной области, и ключевые точки SIFT сопоставимы по координатам. Это увеличивает общее количество признаков, что помогает искать соответствия при любых погодных-сезонных условиях.

В результате применение мультисезонных признаков повышает устойчивость к изменчивости среды. Система автоматически учитывает сезон и погодные эффекты, сравнивая кадры беспилотного воздушного судна с наиболее близкими по сезону условиями. Это особенно важно для длительной работы автономных систем, которые должны корректно локализоваться как летом, так и зимой, без необходимости ручной перенастройки данных.

При выборе алгоритма детектора и дескриптора ключевых точек для сопоставления изображений со спутниковой картой необходимо оценивать чувствительность к изменениям яркости, масштабу, повороту изображений, а также устойчивость к шумам и дисторсии камер. Согласно сравнительному анализу [6] при использовании алгоритма SIFT [7] получены лучшие результаты по количеству и точности найденных соответствий в различных сценариях, хотя данный алгоритм и уступает в скорости таким алгоритмам, как ORB и SURF. Алгоритм SIFT инвариантен к аффинным искажениям, поворотам, вариациям освещенности и точки обзора, поэтому с его помощью можно решать задачи абсолютной навигации с использованием спутниковой карты и изображений с бортовой камеры.

Для каждого дескриптора SIFT, полученного с изображения камеры беспилотного воздушного судна, производится поиск наиболее подходящих соответствий в сохраненной всесезонной базе дескрипторов спутниковых карт методом  $k$ -ближайших соседей ( $k$ -NN).

Для выделения корректных пар соответствий и устранения выбросов используется метод RANSAC (Random Sample Consensus) [8]. Цель – найти гомографию  $H$ , которая описывает геометрическое соответствие между изображениями, устраняя ошибочные соответствия (выбросы).

Для повышения надежности нахождения гомографии предлагается ввести дополнительные условия проверки полученной матрицы на корректность – выпуклость спроецированного четырехугольника и допустимую площадь с учетом известной высоты полета.

Для вычисления площади необходимо применить гомографию  $H$  к угловым точкам изображения камеры  $P_1, P_2, P_3, P_4$ , чтобы получить соответствующие пиксельные координаты точек на спутниковой карте  $x_m^{(P_i)}$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ ; применить аффинное преобразование к точкам  $x_m^{(P_i)}$ , чтобы получить координаты точек в мировой системе координат  $x_w^{(P_i)}$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ ; вычислить площадь  $S$  четырехугольника, образованного точками с координатами  $x_w^{(P_i)}$ , по формуле Гаусса.

Максимальная площадь проекции четырехугольника  $S_{\max}$  достигается, когда камера направлена перпендикулярно вниз. При выполнении условий  $S \leq S_{\max}$  и выпуклости четырехугольника гомография считается корректной. На рис. 1 показан пример такого четырехугольника.



Рис. 1

Местоположение беспилотного воздушного судна в географических координатах вычисляется как проекция центра изображения с камеры на земную поверхность. Это справедливо для нулевого отклонения по крену и тангажу. Однако из-за возможного изменения ориентации беспилотного воздушного судна возникает погрешность, требующая корректировки координат. Для устранения этой ошибки используются измеренные с помощью инерциальной навигационной системы значения углов ориентации  $\phi, \psi, \theta$ , а также истинная высота полета  $h$ .

Сначала вычисляются горизонтальные смещения, вызванные креном и тангажом, затем эти смещения проецируются на северную и восточную составляющие с учетом курса. Для преобразования смещений,  $m$ , в изменения широты и долготы используется приближенная модель, где  $1^\circ$  широты соответствует примерно 111320 м (длина дуги меридиана). Для вычисления долготы учитывается широта  $\phi$ , рад, так как длина дуги параллели зависит от косинуса широты:

$$\Delta_{\text{lat}} = \frac{\Delta_{\text{north}}}{111320};$$

$$\Delta_{\text{lon}} = \frac{\Delta_{\text{east}}}{111320 \cos(\phi)}.$$

Скорректированные координаты, которые являются искомым результатом, вычисляются добавлением полученных изменений к исходным значениям широты и долготы:

$$\phi_{\text{corr}} = \phi + \Delta_{\text{lat}};$$

$$\lambda_{\text{corr}} = \lambda + \Delta_{\text{lon}}.$$

Несмотря на использование упрощенной модели Земли, данный метод коррекции координат подходит для использования в контексте рассматриваемой задачи, так как величина смещений невелика. Например, для широты  $60^\circ$ , высоты полета 1000 м и максимального угла крена  $30^\circ$  погрешность вычисления коррекции в сравнении с вычислениями посредством модели Земли WGS-84 составит не более 1,5 м.

Далее уточненные координаты передаются в автопилот беспилотного воздушного судна вместе с меткой времени захвата изображения, где используются в алгоритме расширенного фильтра Калмана для комплексирования навигационных данных.

В целях повышения эффективности вычислений и обеспечения работоспособности алгоритма в реальном времени предлагается использовать скользящее окно поиска соответствий между ключевыми точками. Исходное спутниковое изображение разбивается на неперекрывающиеся квадратные области – тайлы небольшого размера (например,  $512 \times 512$  пикселей). Нумерация тайлов задается по сетке, каждому тайлу приписываются координаты центральной точки (широта, долгота) и индексы сетки  $(t_x, t_y)$ . Ключевые признаки SIFT извлекаются для отдельного тайла и сохраняются с привязкой к нему. Для каждого тайла получают набор ключевых точек (координаты и их 128-мерные дескрипторы).

При инициализации задаются начальные координаты беспилотного воздушного судна (широта, долгота), и тайл, содержащий эти координаты, задается центральным. Навигация реализуется через скользящее окно из тайлов размером  $3 \times 3$ , в центре которого находится текущий тайл. При смещении географических координат за пределы центрального тайла происходит перестройка тайлов, и окно  $3 \times 3$  скользит вслед за перемещением беспилотного воздушного судна. Сопоставление ключевых точек с камеры беспилотного воздушного судна и спутниковой карты осуществляется в пределах скользящего окна, а не по всему загруженному снимку, что на порядок снижает время, затрачиваемое на поиск соответствий, и повышает вычислительную эффективность.

Следует отметить, что приведенный алгоритм выдает оценки координат только в том случае, если на изображении найдено достаточное количество ключевых точек и пройдена проверка гомографии на корректность. В связи с этим частота выдачи географических координат в данном случае варьируется, однако ее достаточно для решения задачи комплексирования с навигационными данными от инерциальной навигационной системы.

Для тестирования эффективности алгоритма были использованы реальные данные полета, включающие видео с бортовой камеры беспилотного воздушного судна, GPS-координаты, использованные как референсные значения, и данные измерений углов ориентации, полученные от инерциальной навигационной системы. Истинная высота полета составила 900 м. В качестве вычислительной платформы использован микрокомпьютер Orange Pi 5B с 8-ядерным 64-битным процессором Rockchip RK3588S и оперативной памятью 16 ГБ. Камера ELP-USBGS1200P01-L21 с углом обзора  $126^\circ$  оснащена 2,3-мегапиксельным сенсором Aptina AR0234 с глобальным затвором, что минимизирует искажения при быстром движении беспилотного воздушного судна.

Длительность обработки одного кадра определяется количеством обнаруженных ключевых точек и для используемого вычислительного модуля в среднем составляет 0,3 с. Координаты беспилотного воздушного судна рассчитываются лишь после выполнения ряда условий – наличия минимально необходимого количества ключевых точек и успешного преобразования угловых точек изображения в корректный выпуклый четырехугольник с помощью гомографии.

Графическая визуализация результатов работы алгоритма продемонстрирована на рис. 2. Здесь трек черного цвета соответствует данным, полученным с помощью GPS-приемника беспилотного воздушного судна, а трек белого цвета – оценкам координат, выдаваемым алгоритмом.

На рис. 3 построен график ошибки оценивания траектории. Отдельные выбросы возникают из-за слабо выраженной текстуры поверхности, а также резких изменений угла крена при выходе на круговую траекторию. Для уменьшения погрешности и повышения плавности оцененной траектории может применяться дополнительная фильтрация полученных данных.



Таким образом, в данной работе представлен алгоритм абсолютной визуально-инерциальной навигации беспилотного воздушного судна, использующий предварительно загруженную спутниковую карту. Описана вычислительная схема алгоритма, приведено обоснование применяемых методик. Проверка алгоритма на реальных данных полета, включая сравнительный анализ с данными GPS, подтвердила достаточную точность предложенного решения и его готовность к практическому использованию. Обозначены перспективные направления для совершенствования алгоритма.

Работа выполнена за счет предоставленного в 2024 г. Академией наук Республики Татарстан гранта на осуществление фундаментальных и прикладных научных работ в научных и образовательных организациях, предприятиях и организациях реального сектора экономики Республики Татарстан.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Левшонков Н.В., Нафиков И.М., Митряйкин В.И. Обеспечение проведения мониторинга с применением беспилотных авиационных систем // Изв. вузов. Авиационная техника. 2024. № 4. С. 150–155.
2. Couturier A., Akhloufi M.A. A Review on Absolute Visual Localization for UAV // Robotics and Autonomous Systems. 2021. Vol. 135. Article № 103666.
3. Han J. NVINS: Robust Visual Inertial Navigation Fused with NeRF-Augmented Camera Pose Regressor and Uncertainty Quantification // Proc. of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Oct. 14–18, 2024, Abu Dhabi, UAE. P. 12601–12608.
4. Weiss S. et al. Monocular Vision for Long-Term Micro Aerial Vehicle State Estimation: A Compendium // Journal of Field Robotics. 2013. Vol. 30. Iss. 5. P. 803–831.
5. Kinnar J., Verdoja F., Kyrki V. Season-Invariant GNSS-Denied Visual Localization for UAVs // IEEE Robotics and Automation Letters [Electronical Resource]. 2022. Vol. 7. Iss. 4. URL: <https://arxiv.org/pdf/2110.01967> (дата обращения: 6.04.2025).
6. Tareen S.A.K., Saleem Z. A Comparative Analysis of SIFT, SURF, KAZE, AKAZE, ORB, and BRISK // Proc. of the International Conference on Computing, Mathematics and Engineering Technologies, March 3–4, 2018, Sukkur, Pakistan. P. 1–10.
7. Lowe D.G. Distinctive Image Features from Scale-Invariant Keypoints // International Journal of Computer Vision. 2004. Vol. 60. Iss. 2. P. 91–110.
8. Brown M., Lowe D.G. Automatic Panoramic Image Stitching Using Invariant Features // International Journal of Computer Vision. 2007. Vol. 74. № 1. P. 59–73.
9. Lucas B.D., Kanade T. An Iterative Image Registration Technique with an Application to Stereo Vision [Electronical Resource]. URL: <https://www.ijcai.org/Proceedings/81-2/Papers/017.pdf> (дата обращения: 6.04.2025).

Поступила в редакцию 6.05.25

После доработки 4.06.25

Принята к публикации 4.06.25

## Development of an Algorithm for Absolute Visual-Inertial Navigation of Unmanned Aerial Vehicles

P.A. LAZAREVA, A.I. MALIKOV, G.L. DEGTYAREV, AND R.T. MANNANOV

Tupolev Kazan National Research Technical University, Kazan

*The paper considers approaches to navigation of unmanned aerial vehicles in the absence of satellite signals using computer vision algorithms. A comparative analysis of absolute navigation methods using the pre-loaded satellite maps is carried out. An algorithm is proposed for the season-invariant visual-inertial navigation based on the image feature matching using the SIFT algorithm with correction based on signals from an inertial measurement unit computationally optimized for the real time use. The results of the algorithm testing using the real unmanned aerial vehicle flight data are presented in comparison with the reference data from a satellite navigation system.*

**Visual-inertial navigation, visual-inertial odometry, unmanned aerial vehicle, autonomous navigation, reference satellite map**

## **Модели динамических характеристик и погрешностей измерительных каналов системы воздушных сигналов с неподвижным невыступающим приемником потока**

*Рассмотрены перспективы широкого применения на сверхлегких самолетах, малоразмерных летательных аппаратах различного класса и назначения системы воздушных сигналов с неподвижным невыступающим приемником набегающего потока. Приведены конструктивная схема и модели определения параметров движения летательного аппарата и окружающей среды в измерительных каналах системы с одним неподвижным невыступающим приемником и встроенным вычислителем, в соответствии с которым разработана структурная схема и получены модели операторных чувствительностей, определяющих динамические характеристики рассматриваемой системы воздушных сигналов. Разработана методика получения моделей динамических погрешностей измерительных каналов рассматриваемой системы воздушных сигналов при детерминированных и стационарных случайных законах изменения измеряемых воздушных параметров и внешней аэродинамической помехи в виде случайной турбулентной атмосферы. Разработанная методика демонстрируется на примере канала измерения истинной воздушной скорости летательного аппарата.*

**В.М. СОЛДАТКИН,**  
д-р техн. наук,  
**В.В. СОЛДАТКИН,**  
д-р техн. наук,  
**Е.С. ЕФРЕМОВА,**  
канд. техн. наук,  
**А.В. НИКИТИН,**  
канд. техн. наук,  
**Р.В. КОЗЛОВСКИЙ,**  
**Г.В. КОЗЛОВСКИЙ**  
(КНИТУ-КАИ, Казань)  
w-soldatkin@mail.ru

**Воздушные сигналы, система, неподвижный невыступающий приемник, динамические характеристики, погрешности, модели**

Расширение области применения сверхлегких самолетов и малоразмерных летательных аппаратов – пилотируемых, беспилотных и дистанционно-пилотируемых – обуславливает необходимость создания бортового оборудования с простой конструкцией, малой массой, стоимостью и заметностью траектории движения летательного аппарата в атмосфере. Это определяет актуальность развития и совершенствования широко используемых в авиации систем воздушных сигналов, основанных на контроле параметров набегающего воздушного потока с помощью распределенных по правому и левому борту фюзеляжа приемников воздушных давлений, приемников температуры торможения потока, флюгерных датчиков углов направления вектора скорости набегающего потока, которые пневмоприводами и электрическими кабелями связаны с расположенным на борту вычислителем воздушных сигналов. С использованием вычислителя на основе разработанных аналитических моделей производится определение и формирование цифровых сигналов по параметрам воздушной среды для всех потребителей [1–3]. Однако это обуславливает усложнение конструкции системы, увеличение массы и стоимости системы, повышение заметности траектории движения летательного аппарата, а также ограничивает область применения систем воздушных сигналов, использующих автономные разнесенные приемники и бортовой вычислитель.

Система с неподвижным вынесенным в набегающий поток приемником и ультразвуковыми измерительными каналами [4] имеет меньшую массу и стоимость, но увеличивает заметность траектории движения летательного аппарата.

Разрабатываемые системы воздушных сигналов, реализующие вихревой метод контроля параметров набегающего воздушного потока и основанные на ионно-меточном методе контроля параметров набегающего воздушного потока, также имеют указанные ограничения [5, 6].

Как показано в работах [7, 8], в случае легких самолетов, пилотируемых, беспилотных, дистанционно-пилотируемых малоразмерных летательных аппаратов более перспективно использование системы воздушных сигналов с одним (интегрированным) неподвижным невыступающим приемником, встроенными датчиками первичной информации о параметрах набегающего воздушного потока и встроенным вычислителем. Согласно данным исследования [9, 10] инструментальная погрешность измерительных каналов предлагаемой системы воздушных сигналов (российского производства), оснащенной современными датчиками абсолютного и дифференциального давления, а также температурным преобразователем, сопоставима с аналогичными показателями традиционно используемых авиационных систем воздушных сигналов.

Причины возникновения методических погрешностей и способы их минимизации для исследуемой системы идентичны традиционным системам и обусловлены искажением набегающего воздушного потока вследствие движения летательного аппарата и особенностей обтекания фюзеляжа в зоне размещения неподвижного невыступающего приемника.

Как показано в работах [7, 8], основой построения рассматриваемой системы измерения воздушных сигналов летательного аппарата является широко используемый на самолетах и других летательных аппаратах встроенный в корпус фюзеляжа плиточный (фюзеляжный) приемник статического давления с аэродинамическим компенсатором погрешностей восприятия статического давления, обусловленных искажением невозмущенного набегающего потока при движении летательного аппарата и обтекания фюзеляжа с приемником статического давления [8]. Для получения дополнительной информации о параметрах набегающего воздушного потока на обтекаемой скользящей потоком поверхности плиты 1 фюзеляжного приемника расположено отверстие 2 для восприятия статического давления  $P_H$  вблизи поверхности аэродинамического компенсатора 3 (рис. 1), а под углом  $\varphi_0$  к оси фюзеляжного приемника в работе [8] предлагается расположить два отверстия 4 для восприятия давлений  $P_1, P_2$  набегающего потока.

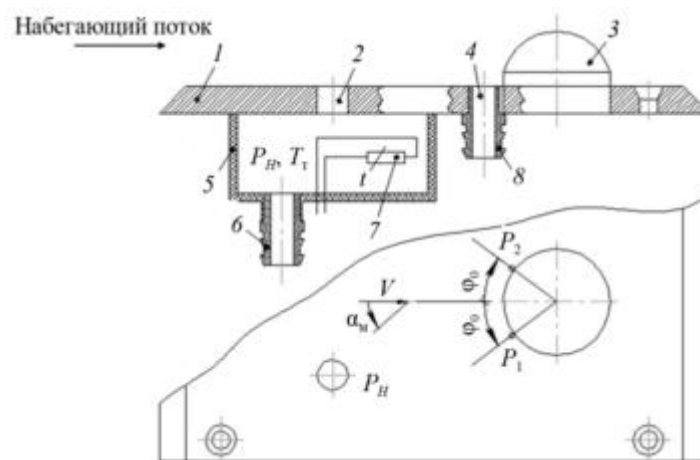


Рис. 1

Для снижения пульсаций статического давления  $P_H$  на скользящей поверхности фюзеляжного приемника 1 выполнено отверстие 2 для доступа в камеру торможения (КТ) 5. В термоизолированной от внешней среды камере торможения также расположен проводниковый терморезистор 7, регистрирующий температуру  $T_T$  заторможенного набегающего воздушного потока на текущей абсолютной (барометрической) высоте  $H$ . Изменение сопротивления терморезистора регистрируется измерительной схемой ИС, выходной сигнал которой преобразуется в электрический сигнал.

К штуцерам 6 и 8 подключаются датчик абсолютного давления ДАД и датчики перепада давлений ДПД, которые регистрируют сглаженное статическое давление  $P_H$ , давления  $P_1$  и  $P_2$  в виде разностей  $\Delta P_1 = P_1 - P_H$  и  $\Delta P_2 = P_2 - P_H$  и преобразуют их в электрические сигналы.

По электрическим сигналам во встроенном вычислителе определяются текущие значения воздушных параметров движения рассматриваемой системы воздушных сигналов (в соответствии с аналитическими моделями, полученными в работе [9]), которые целесообразно представить в следующем виде:

$$\alpha_m = \frac{1}{2} \arcsin \frac{\eta}{2} \frac{\Delta P_1 - \Delta P_2}{|\Delta P_1 + \Delta P_2|} = K_{\alpha_m}; \quad (1)$$

$$V_B = \frac{P_0}{\eta^2 \rho_0 T V_B} \frac{|\Delta P_1 + \Delta P_2| T_H}{P_H} = K_{V_B} \frac{|\Delta P_1 + \Delta P_2| T_H}{P_H}; \quad (2)$$

$$V_{np} = \frac{P_0}{\eta^2 \rho_0 T V_B} |\Delta P_1 + \Delta P_2| = K_{V_{np}} |\Delta P_1 + \Delta P_2|; \quad (3)$$

$$M = \frac{P_0}{\eta^2 kg T_0 RM} \frac{|\Delta P_1 + \Delta P_2|}{P_H} = K_M \frac{|\Delta P_1 + \Delta P_2|}{P_H}; \quad (4)$$

$$T_H = \frac{T_\tau}{1 + 0,2\xi M^2} = \frac{1}{1 + 0,2\xi M^2} T_\tau = K_{T_H} T_\tau; \quad (5)$$

$$\rho_H = \frac{\rho_0 T_0}{P_0} \frac{P_H}{T_H} = \frac{\rho_0 T_0}{P_0 K_{T_H}} \frac{P_H}{T_\tau} = K_{\rho_H} \frac{P_H}{T_\tau}; \quad (6)$$

$$H = \frac{T_0}{\tau} \left[ 1 - \left( \frac{P_H}{P_0} \right)^{\tau R} \right] = \frac{T_0}{\tau P_H} \left[ 1 - \left( \frac{P_H}{P_0} \right)^{\tau R} \right] = \frac{H}{P_H} P_H = K_H P_H; \quad (7)$$

$$V_y = \frac{dH}{dt} = K_H \frac{dP_H}{dt}, \quad (8)$$

где  $\alpha_m$  – местный угол атаки, измеренный в месте расположения фюзеляжного приемника;  $V_B$  – истинная воздушная скорость;  $V_{пр}$  – приборная скорость;  $M$  – число Маха;  $T_H$ ,  $\rho_H$  – абсолютная температура и плотность воздуха на текущей абсолютной (барометрической) высоте полета;  $H$ ,  $V_y$  – барометрическая высота и вертикальная скорость, измеряемые в каналах рассматриваемой системы воздушных сигналов;  $K_{\alpha_m}$ ,  $K_{V_B}$ ,  $K_{V_{пр}}$ ,  $K_M$ ,  $K_{T_H}$ ,  $K_{\rho_H}$ ,  $K_H$  – безразмерные или размерные коэффициенты, определяемые из выражений (1) – (8).

Как показано в работах [11, 12], исследование динамических погрешностей измерительных каналов приборов и систем проводится с использованием операторных чувствительностей используемых функциональных элементов. Для определения операторных чувствительностей измерительных каналов рассматриваемой системы разработана структурная схема системы воздушных сигналов с неподвижным невыступающим приемником потока, определяющая цепи преобразования входных информативных сигналов в выходные измеряемые параметры каждого измерительного канала системы (рис. 2).

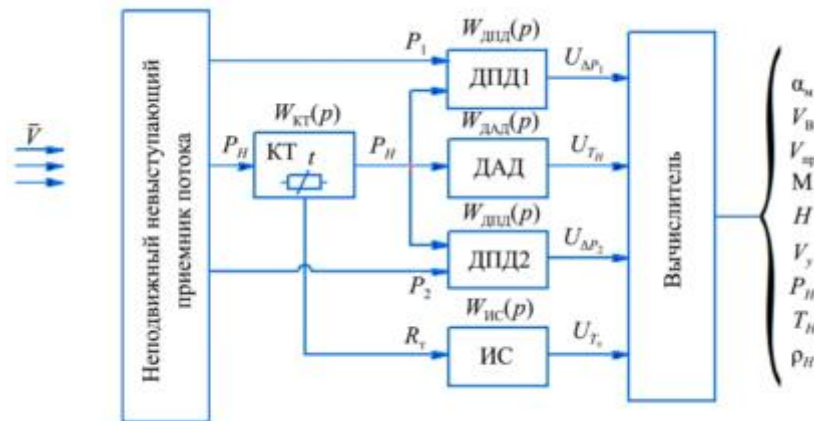


Рис. 2

Согласно рис. 2 первичная информация о параметрах движения летательного аппарата в виде параметров вектора  $\vec{V}$  скорости набегающего воздушного потока воспринимается неподвижным невыступающим приемником потока. Информативный сигнал в виде статического давления с помощью камеры торможения, имеющей передаточную функцию  $W_{КТ}(p)$ , преобразуется в сглаженное от пульсаций статическое давление  $P_H$ . Далее давление  $P_H$  регистрируется датчиком абсолютного давления ДАД с операторной чувствительностью  $W_{ДАД}(p)$ .

Давление  $P_H$  и давления  $P_1$  и  $P_2$ , воспринимаемые на скользящей поверхности фюзеляжного приемника вблизи полусферического аэродинамического компенсатора погрешности восприятия статического давления, также регистрируются датчиками перепадов давлений ДПД1 и ДПД2 с операторной

чувствительностью  $W_{\text{ДПД}}(p)$ . Установленный в камере торможения полупроводниковый терморезистор, регистрирующий температуру  $T_t$  заторможенного набегающего воздушного потока, включен в измерительную схему ИС с операторной чувствительностью  $W_{\text{ИС}}(p)$ . Выходные электрические сигналы датчика абсолютного давления ДАД, датчиков перепада давлений ДПД1 и ДПД2 и измерительной схемы поступают на вход встроенного вычислителя с высокой производительностью, обеспечивающего преобразование входных электрических сигналов в цифровые коды, их обработку, определение воздушных параметров движения каждого канала измерения и выдачу их потребителям в виде цифровых кодов.

При известных операторных чувствительностях входящих функциональных элементов, пренебрегая динамической погрешностью каналов вычисления выходных воздушных параметров движения летательного аппарата, в соответствии со структурной схемой (см. рис. 2) и моделями (1) – (8) получим модели операторных чувствительностей измерительных каналов рассматриваемой системы, используя изложенный далее подход применительно к операторной чувствительности  $W_{\alpha_m}(p)$  измерительного канала местного угла атаки.

Изображение по Лапласу текущего значения выходного сигнала системы – местного угла атаки  $\alpha_m(p)$  – можно представить в виде

$$\begin{aligned} \alpha_m(p) &= L[\alpha_m(t)] = X(p)W_{\alpha_m}(p) = L\left[\frac{1}{2} \arcsin \frac{\eta}{2} \frac{\Delta P_1(p) - \Delta P_2(p)}{|\Delta P_1(p) + \Delta P_2(p)|}\right] = \\ &= \frac{1}{2} \arcsin \frac{\eta}{2} \left\{ \frac{[\Delta P_1(p) - \Delta P_2(p)]W_{\text{ДПД}}(p)}{[\Delta P_1(p) + \Delta P_2(p)]W_{\text{ДПД}}(p)} \right\} = \alpha_m(p)1. \end{aligned}$$

Следовательно, операторная чувствительность измерительного канала местного угла атаки

$$W_{\alpha_m}(p) = 1. \quad (9)$$

Используя рассмотренный подход, получим операторные чувствительности других измерительных каналов системы.

Для измерительного канала истинной воздушной скорости:

$$W_{V_b}(p) = K_{V_b} \frac{W_{\text{ДПД}}(p)W_{\text{ИС}}(p)}{W_{\text{КТ}}(p)W_{\text{ДАД}}(p)}; \quad (10)$$

для измерительного канала приборной скорости:

$$W_{V_{\text{пр}}}(p) = K_{V_{\text{пр}}} \frac{W_{\text{ДПД}}(p)}{W_{\text{КТ}}(p)W_{\text{ДАД}}(p)}; \quad (11)$$

для измерительного канала числа Маха:

$$W_M(p) = K_M \frac{W_{\text{ДПД}}(p)}{W_{\text{КТ}}(p)W_{\text{ДАД}}(p)}; \quad (12)$$

для измерительного канала статического давления:

$$W_{P_H}(p) = W_{\text{КТ}}(p)W_{\text{ДАД}}(p); \quad (13)$$

для измерительного канала температуры наружного воздуха:

$$W_{T_H}(p) = K_{T_H} W_{\text{ИС}}(p); \quad (14)$$

для измерительного канала плотности воздуха на текущей барометрической высоте:

$$W_{\rho_H}(p) = K_{\rho_H} \frac{W_{\text{КТ}}(p)W_{\text{ДАД}}(p)}{W_{\text{ИС}}(p)}; \quad (15)$$

для измерительного канала барометрической высоты:

$$W_H(p) = K_H W_{KT}(p) W_{ДАД}(p); \quad (16)$$

для измерительного канала вертикальной скорости:

$$W_{Vy}(p) = K_H p W_{KT}(p) W_{ДАД}(p). \quad (17)$$

Полученные модели (9) – (16) позволяют определить динамические погрешности измерительных каналов системы воздушных сигналов с неподвижным невыступающим приемником потока при детерминированном и случайном характере изменения входных информативных сигналов и внешних возмущений.

Исходным для построения моделей анализа динамических погрешностей измерительных каналов рассматриваемой системы является операторное уравнение вида

$$\Delta Y_{\Sigma i}(p) = W_i(p) X_i(p) - Y_i(p) + W_i(p) \xi_i(p) = \Delta Y_{\text{соб } i}(p) + \Delta Y_{\text{вын } i}(p), \quad (18)$$

где  $\Delta Y_{\Sigma i}(p)$ ,  $\Delta Y_{\text{соб } i}(p)$ ,  $\Delta Y_{\text{вын } i}(p)$  – изображения по Лапласу результирующей, собственной и вынужденной динамических погрешностей  $i$ -го измерительного канала;  $W_i(p)$  – операторная чувствительность  $i$ -го измерительного канала;  $\xi_i(p)$  – изображение внешнего возмущения  $i$ -го канала системы.

В практических исследованиях для оценки динамических погрешностей измерительных каналов бортовых приборов и систем в качестве типовых входных воздействий используют скачкообразные изменения входного сигнала в виде единичного «скачка»  $1[t]$  и скачка с уровнем  $x_0 1[t]$ , а также изменение измеряемого параметра с постоянной скоростью  $\dot{x}(t) = \dot{x}_0 = \text{const}$ .

Например, для определения собственной динамической погрешности канала измерения истинной воздушной скорости рассматриваемой системы при скачкообразном изменении  $V_B(t) = V_{B0} 1[t]$  и известных корнях характеристического уравнения канала  $p_1 = -k_1$  и  $p_{2,3} = -k_2 \pm j\omega_0$  выражение для собственной динамической погрешности будет иметь вид [12]

$$\Delta V_{\text{всоб}}(t) = -V_{B0} \left\{ \frac{k_2^2 + \omega_0^2}{(k_1 - k_2)^2 + \omega_0^2} e^{-k_1 t} + \left[ \frac{k_1(k_1 - 2k_2)}{(k_1 - k_2)^2 + \omega_0^2} \cos \omega_0 t - \frac{k_1(\omega_0^2 - k_2^2 - k_1 k_2)}{\omega_0 [(k_1 - k_2)^2 + \omega_0^2]} \sin \omega_0 t \right] \sin \omega_0 t \right\} e^{-k_2 t}. \quad (19)$$

В работе [12] показано, что при изменении истинной воздушной скорости  $V(t) = \dot{V}_0 t$  в установившемся режиме измерения собственная динамическая погрешность равна

$$\Delta V_{\text{всоб}} = -\frac{k_1}{k_0} \dot{V}_0. \quad (20)$$

В реальных условиях эксплуатации системы воздушных сигналов процессы изменения измеряемых параметров на отдельном этапе полета можно характеризовать экспоненциально-коррелированными стационарными случайными процессами с известными параметрами, например, для канала истинной воздушной скорости вида [13]

$$K_{V_B}(\tau) = \sigma_{V_B}^2 e^{-a_V |\tau|}; \quad S_{V_B}(\omega) = \frac{\sigma_{V_B}^2}{\pi} \frac{a_V}{a_V^2 + \omega^2}, \quad (21)$$

где  $K_{V_B}(\tau)$ ,  $S_{V_B}(\omega)$  – автокорреляционная функция и спектральная плотность мощности случайного процесса;  $\sigma_{V_B}^2$  – дисперсия случайного процесса;  $a_V$  – величина, обратная интервалу корреляции.

С использованием работ [11, 12] дисперсия собственной динамической погрешности измерительного канала рассматриваемой системы, например канала истинной воздушной скорости, будет определяться выражением

$$\sigma_{V_B \text{соб}}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |W_{V_B}(p) - 1|_{p=j\omega}^2 S_{V_B}(\omega) d\omega. \quad (22)$$

Как показано в работе [1], модель стационарной атмосферной турбулентности, действующей на измерительные каналы рассматриваемой системы, например, на канал истинной воздушной скорости, можно определить спектральной плотностью мощности вида

$$S_{\xi}(\omega) = \frac{2\sigma_{\xi x}^2 L_x}{\pi} \frac{1}{1 + \left(\frac{L_x}{V_B} \omega^2\right)^2}, \quad (23)$$

где  $\sigma_{\xi x}^2$ ,  $L_x$  – дисперсия интенсивности атмосферной турбулентности и масштаб турбулентного возмущения по оси  $x$  связанной системы координат.

Дисперсия вынужденной динамической погрешности измерительного канала истинной воздушной скорости будет определяться выражением вида

$$\sigma_{V_B \text{вын}}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |W_{V_B}(p)|_{p=j\omega}^2 S_{\xi x}(\omega) d\omega. \quad (24)$$

Тогда дисперсия результирующей динамической погрешности измерительных каналов рассматриваемой системы воздушных сигналов, например, по каналу истинной воздушной скорости определяется следующим образом:

$$\sigma_{V_B \Sigma}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |W_{V_B}(p) - 1|_{p=j\omega}^2 S_{V_B}(\omega) d\omega + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |W_{V_B}(p)|_{p=j\omega}^2 S_{\xi x}(\omega) d\omega. \quad (25)$$

Как видно из выражения (25), при известных спектральных плотностях мощности стационарных случайных входных сигналов и внешних воздействиях измерительных каналов рассматриваемой системы воздушных сигналов, например канала истинной воздушной скорости, для снижения дисперсии собственной динамической погрешности канала операторную чувствительность  $W_{V_B}(p)$  канала необходимо приближать к единице, но из-за этого неизбежно увеличивается дисперсия вынужденной динамической погрешности канала. Этим определяется постановка задачи синтеза измерительных каналов рассматриваемой системы измерения воздушных параметров движения летательного аппарата (например, канала истинной воздушной скорости при случайных воздействиях), которую целесообразно решать с использованием оптимального линейного фильтра Винера [14].

Таким образом, по разработанной структурной схеме системы воздушных сигналов с неподвижным невыступающим приемником потока по предложенной методике получены модели для определения операторных чувствительностей измерительных каналов местного угла атаки, истинной воздушной скорости, приборной скорости и числа Маха, измерительных каналов температуры наружного воздуха и плотности воздуха на текущей барометрической высоте, измерительных каналов барометрической высоты и вертикальной скорости. Полученные операторные чувствительности измерительных каналов позволяют проводить анализ и синтез динамических погрешностей каналов рассматриваемой системы воздушных сигналов при детерминированных и случайных воздействиях.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Макаров Н.Н. Системы обеспечения безопасности функционирования бортового эргатического комплекса: Теория, проектирование, применение. М.: Машиностроение – Полет, 2009. 760 с.

2. Макаров Н.Н., Солдаткин В.М. Средства информационной поддержки экипажа воздушного судна. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2011. 440 с.
3. Клюев Г.И. Измерители аэродинамических параметров летательных аппаратов. Ульяновск: УлГТУ, 2005. 509 с.
4. Мифтахов Б.И. и др. Анализ точности электронной системы пространственного измерения воздушных параметров движения летательного аппарата с неподвижным приемником набегающего потока // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 3. С. 127–134.
5. Ефремова Е.С., Солдаткин В.М. Построение и погрешности системы воздушных сигналов на основе вихревого метода // Изв. вузов. Приборостроение. 2020. № 8. С. 756–762.
6. Солдаткин В.М., Солдаткин В.В., Крылов Д.Л. Теоретические основы построения системы воздушных сигналов самолета с неподвижным невыступающим приемником потока // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. № 7. С. 495–502.
7. Солдаткин В.М. и др. Особенности построения, формирование и обработка информации системы воздушных сигналов самолета с фюзеляжными приемниками параметров набегающего потока // Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. 2023. № 3. С. 91–96.
8. Солдаткин В.М. и др. Теоретические основы построения системы воздушных сигналов с неподвижным невыступающим приемником // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 4. С. 153–158.
9. Солдаткин В.М. и др. Модели и анализ погрешностей системы воздушных сигналов с неподвижным невыступающим приемником потока // Изв. вузов. Авиационная техника. 2024. № 2. С. 165–171.
10. А.с. 271140 РФ (СССР), МПК G 01p, G 01l. Фюзеляжный приемник статического давления с аэродинамическими компенсаторами / Б.М. Абрамов, В.А. Смольцов, М.И. Перова (РФ); заявл. 14.05.1968; опубл. 12.05.1970; Бюл. №17.
11. Браславский Д.А., Петров В.В. Точность измерительных устройств. М.: Машиностроение, 1976. 312 с.
12. Солдаткин В.В., Солдаткин В.М. Анализ погрешностей и методы повышения точности измерительных приборов и систем. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2009. 248 с.
13. Иванов Ю.П., Синяков А.Н., Филатов И.В. Комплексирование информационно-измерительных устройств летательных аппаратов. Л.: Машиностроение, 1984. 207 с.
14. Солдаткин В.В. Построение и методы исследования информационно-измерительных систем. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2008. 198 с.

Поступила в редакцию 18.04.25

После доработки 21.04.25

Принята к публикации 21.04.25

## Models of Dynamic Characteristics and Errors of Measuring Channels of an Air Signal System with a Fixed Non-Protruding Flow Receiver

V.M. SOLDATKIN, V.V. SOLDATKIN, E.S. EFREMOVA, A.V. NIKITIN, R.V. KOZLOVSKII, AND G.V. KOZLOVSKII

Tupolev Kazan National Research Technical University, Kazan

*The paper considers the advantages and prospects of widespread use of the air signal system with a fixed non-protruding receiver of the incoming flow on ultralight and small aircraft of various classes and purposes. A constructive scheme and models for determining the parameters of aircraft movement and environment in the measuring channels of the system with one fixed non-protruding receiver and an integrated computer are presented, according to which a block diagram was developed and models of operator sensitivities were obtained that determine dynamic characteristics of the air signal system under consideration. A technique was developed for obtaining models of the dynamic errors of the measuring channels of the considered air signal system under deterministic and stationary random laws of change in the measured air parameters and external aerodynamic interference in the form of a random turbulent atmosphere. The developed technique is described using the example of a channel for measuring the true airspeed of an aircraft.*

**Air signals, system, fixed non-protruding receiver, dynamic characteristics, errors, models**

## Пенозаполнители на основе эпоксидных полимеров и сэндвич-изделия с сердечником на их основе

**А. КУОМАЛИБЕКЭ,**  
аспирант,  
**Д.М. УСМАНОВ,**  
студент,  
**Н.Д. СТАРЦЕВ,**  
студент,  
**К.А. АНДРИАНОВА,**  
канд. техн. наук,  
**Л.М. АМИРОВА,**  
д-р хим. наук  
(КНИТУ-КАИ, Казань)  
kaandrianova@kai.ru

*Разработаны составы эпоксидных композиций для получения пенопластов и сэндвич-панелей с сердечником на их основе по технологии формования в закрытой форме с одновременным вспениванием. Показана возможность получения пенопластов с низкой плотностью (до 50 кг/м<sup>3</sup>) с содержанием терморасширяющихся микросфер 10–45 мас. % за счет разработанной технологии совмещения компонентов композиции. Проанализировано влияние микросфер на механические характеристики пенопластов и сэндвич-панелей на их основе. Показана стратегия выбора технологических параметров одноступенчатого вспенивания и возможность создания необходимого давления формования за счет введения в состав композиции большого содержания терморасширяющихся микросфер. Получены пенопласты с низкой плотностью, высокой адгезией к обшивке сэндвич-конструкции, а также различной жесткостью в зависимости от концентрации терморасширяющихся микросфер.*

**Эпоксидные смолы, терморасширяющиеся микросферы, пены, вспенивание, сэндвич-панель, механические испытания**

Перспективными конструкционными материалами для применения в аэрокосмической, морской и наземной транспортной отрасли являются сэндвич-панели благодаря высокому удельному запасу прочности, хорошим акустическим, демпфирующим и теплоизоляционным свойствам [1]. Сэндвич-структуры состоят из тонких облицовочных листов, разделенных легким материалом сердечника. В авиастроении для изготовления сердечников используют только сотовые сердечники из арамидного волокна Nomex, алюминиевого сплава или ограниченного количества технических пен. В литературе описываются более разнообразные конструкции сердцевины, включая ячеистые, решетчатые (кагоме, тетраэдрические, пирамидальные), гофрированные, ферменные конструкции или варианты с армированием сеткой [2–6]. Каждый сердечник имеет уникальные химические, физические и механические характеристики, которые должны учитываться при проектировании конструкции для конкретного применения.

Выбор материала сердечника зависит от типа применения и конкретного назначения сэндвич-изделия. Полимерные пены широко использовались в сэндвич-панелях в течение десятилетий в различных промышленных применениях благодаря небольшой массе, низкой стоимости и высокой удельной прочности. В настоящее время в различных областях техники широко используются полимерные пены. Особую значимость приобретают эпоксидные пены благодаря их высоким механическим и адгезионным характеристикам, а также значительной термостойкости [7].

Эпоксидные пены можно получать различными методами [8] и с использованием различных вспенивающих агентов [9]. Традиционным методом получения эпоксидных пен является использование полых стеклянных микросфер [10]. Эти пены используются в различных приложениях, однако существует вероятность разрушения стеклянных микросфер во время переработки.

Наиболее технологичный метод получения эпоксидных пен – вспенивание с использованием терморасширяющихся микросфер. Расширяемая микросфера является нетрадиционным физическим вспенивающим агентом, размер ячеек относительно мал на начальном этапе. Микросферы, изготовленные из термопластичных полимеров, расширяются при нагревании из-за испарения летучих жидкостей. Оптимизируя температуру вспенивания и отверждения, можно получить эпоксидные пены с однородными ячейками и стабильными характеристиками прочности на сжатие [11]. В работе [12] с использованием терморасширяющихся микросфер Expancel 950DU80 и эпоксидной композиции на основе триглицидового эфира трис(4-гидроксифенил)метана и диаминодифенилсульфона были получены пенопласты с плотностью 460–670 кг/м<sup>3</sup> (температура вспенивания – 180–200 °С). В работе [13] с использованием

микроффер Exrapcel 031DU40 концентрацией до 5 % получали пенопласты из эпоксидной смолы на основе бисфенола А и низкомолекулярного полиэфирамина. Из-за низкой концентрации микроффер получены пенопласты высокой плотности – 460 кг/м<sup>3</sup>. В работе [14] использовали три концентрации микроффер Exrapcel 930 DU120 (7, 15, 30 мас. %). Однако, в отличие от образцов с концентрацией 7 мас. %, варианты с 15 и 30 мас. % не обеспечивали дальнейшего снижения плотности пенопластов и были исключены из исследования.

Изменяя концентрацию микроффер, получали пены с различной плотностью: низкой плотностью (250 кг/м<sup>3</sup>) и высокой плотностью (800 кг/м<sup>3</sup>). В исследовании [15] получена эпоксидная пена плотностью около 400 кг/м<sup>3</sup> с использованием микроффер марок 920DU40, 551DU40 и 031DU40 концентрацией 10 мас. %. В работе [16] из эпоксидной смолы на основе бисфенола А, отвердителя дициандиамида при содержании микроффер Exrapcel 043DU80 до 8 % и температуре вспенивания 135 °С были получены пенопласты с плотностью 100–300 кг/м<sup>3</sup>.

Анализ литературы показал, что в основном для получения эпоксидных пенопластов использовались композиции с содержанием терморасширяющихся микроффер не более 10 %. При более высоких концентрациях микроффер ухудшаются свойства пенопласта, и значительного снижения плотности не происходит. Минимальная плотность описываемых в литературе эпоксидных пен варьируется в пределах 240...460 кг/м<sup>3</sup>. В работе [16] приводятся данные об эпоксидном пенопласте с плотностью 100 кг/м<sup>3</sup>, однако давление вспенивания при этом определяется при максимальном коэффициенте вспенивания, равном пяти, что соответствует плотности пенопласта 250 кг/м<sup>3</sup>. С учетом полученного уравнения регрессии [16] при плотности 100 кг/м<sup>3</sup> (кратность вспенивания примерно 12,5) давление вспенивания составит менее 0,05 МПа, что недостаточно для реализации процесса формования сэндвич-панелей с учетом терморасширения материала.

Увеличение содержания микроффер в два раза приводит к четырехкратному росту давления вспенивания. Тем не менее при изготовлении сэндвич-панелей использовались пенопласты с двух- и четырехкратным коэффициентом вспенивания и содержанием микроффер, не превышающим 8 %. Особый интерес представляет разработка пенопластов с низкой плотностью и высоким давлением вспенивания. Согласно данным [16] получение таких материалов возможно лишь при существенном превышении концентрации микроффер над указанным порогом (8 %).

Согласно результатам экспериментов [11–16] технология совмещения микроффер с высоковязкими смолами даже при нагреве не позволяет вводить микрофферы концентрацией более 10 мас. % без ухудшения свойств пенопластов.

В данной работе для получения эпоксидных пенопластов были использованы твердые эпоксидные смолы DER671 (масса эпоксидного эквивалента – 475–550, средняя молекулярная масса – 950–1100) и ЭД-8 (масса эпоксидного эквивалента – 430–506, средняя молекулярная масса – 861–1100), жидкие эпоксидные смолы DER330, ЭД-20, DEN425 и жидкие аминные отвердители ХТ-187Б, D.E.H. 650, ХТ-152Б, УП-0633М, полиэтиленполиамин. Твердые смолы измельчались в центробежной мельнице Retsch ZM 200 до получения однородного порошка с размером частиц не более 100 мкм (средний размер – 20–50 мкм). Полученные порошки эпоксидных смол смешивались в планетарном смесителе с сухими порошками терморасширяющихся микроффер (10–45 мас. %). Марки и характеристики использованных в работе микроффер приведены в таблице. Далее в полученную смесь добавляли жидкие эпоксидные смолы концентрацией 10–30 мас. % и жидкие аминные отвердители в стехиометрическом количестве и перемешивали при комнатной или при необходимости при повышенной температуре (40–60 °С) до достижения состояния однородной высоковязкой липкой массы. Полученную массу вручную выкладывали в форму для получения пенопласта.

Для выбора температурно-временного режима получения эпоксидного пенопласта необходимо, чтобы температурная область вспенивания микроффер была близка к области температур отверждения смоляной композиции. Этого можно достичь, используя отвердители различной активности (ХТ 187Б, D.E.H. 650, ХТ-152Б, полиэтиленполиамин). Исходя из этого условия, для каждой марки микроффер был подобран наиболее подходящий отвердитель (см. таблицу).

Марка	Температура начала расширения $T_{\text{старт}}, ^\circ\text{C}$	Температура максимума расширения $T_{\text{макс}}, ^\circ\text{C}$	Размер до расширения $d, \text{мкм}$	Вид	Рекомендуемый отвердитель
932D	150–160	205–215	25–35	Гранулы	D.E.H. 650
DU638	158–168	190–200	20–30	Порошок	D.E.H. 650
DU218	130–145	190–205	20–30		ХТ-152Б
DU180	135–145	185–195	25–35		ХТ-152Б
DU175	120–130	175–190	18–25		ХТ-187Б
552SD	90–100	135–145	-		Полиэтиленполиамин
DU120	80–90	118–125	12–22		УП-0633М

Реологические свойства эпоксидных композиций с микросферами определяли на ротационном динамическом реометре HAAKE RheoStress 6000 с помощью системы плоскость – плоскость диаметром 20 мм, с рабочим зазором между плоскостями (1 мм). Измерения проводились в режиме осцилляции с амплитудой относительной угловой деформации, равной 0,1. Вязкость изучалась в режиме нагрева при скорости 5 К/мин в диапазоне температур 60...100 °С.

Испытание на сжатие образцов эпоксидных пен проводилось по ГОСТ 23206-2017 [17] с помощью универсальной испытательной машины INSTRON 5882.

Определение механических характеристик при сдвиге материала внутреннего слоя сэндвич-изделия проводили методом испытания балки на изгиб по ГОСТ Р 56791-2015 [18].

С точки зрения технологии наиболее удобным является одноступенчатый температурно-временной режим получения пенопласта. Однако в работе [15] отмечают, что при одноступенчатом режиме из-за бурной экзотермической реакции эпоксидного олигомера с отвердителем происходит сильный разогрев, приводящий к неравномерному вспениванию и даже деструкции материала. При содержании микросфер менее 10 % такие процессы вполне объяснимы и вероятны, но с повышением содержания микросфер доля тепла, расходуемого на эндотермический процесс испарения растворителя внутри микросфер, увеличивается, и, следовательно, вероятность перегрева внутри пенопласта снижается. Кроме того, вследствие использования в композициях эпоксидных смол с более высокой молекулярной массой снижается теплота экзотермической реакции, что также облегчает возможность проведения одноступенчатого вспенивания. С учетом того что теплота экзотермического процесса отверждения твердой смолы примерно в два раза меньше по сравнению с жидкой смолой, для получения изделия практически любой толщины можно подобрать необходимое соотношение компонентов для проведения одноступенчатого процесса вспенивания без перегрева изделия. Были получены композиции с содержанием твердых эпоксидных смол (DER671, ЭД-8) 20–60 мас. %, жидких эпоксидных смол (DER330, ЭД-20, DEN425) 10–30 мас. % и микросфер различных марок 10–45 мас. % с отвердителями, подобранными по режимам отверждения.

В качестве примера на рис. 1 приведены одноступенчатые режимы получения пенопластов на основе ряда марок микросфер.

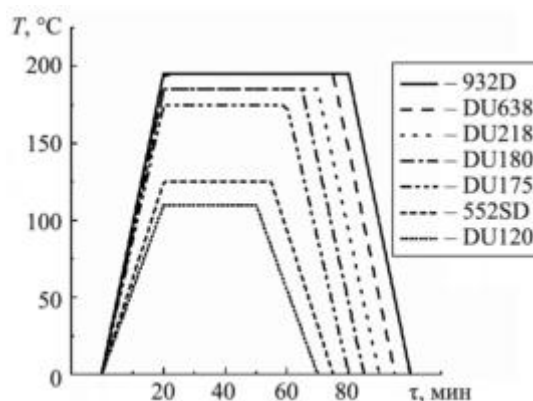


Рис. 1

Соотношением твердой и жидкой эпоксидных смол можно не только регулировать тепловой баланс экзотермы процесса отверждения и эндотермы процесса вспенивания при различном процентном содержании микросфер, но и изменять реологические характеристики получаемых композиций.

На рис. 2 в качестве примера приведены реологические характеристики композиций с различным соотношением твердой и жидкой эпоксидных смол при содержании микросфер 45 мас. %. Приведем соотношение смол DER671 и DER330 в композициях: состав № 1 – 1,4; состав № 2 – 1; состав № 3 – 0,8; состав № 4 – 0,7. Как видим (см. рис. 2), в интервале температур 60...100 °С (от температуры смешения до начала вспенивания) характер кривых не зависит от соотношения твердой и жидкой смол, но с увеличением содержания твердой смолы кривые сдвигаются в область более высоких значений вязкости.

С использованием аналогичных зависимостей вязкости для других концентраций микросфер можно прогнозировать реологические характеристики композиций, а также оптимизировать их липкость на основании рекомендаций [19].

Для оценки механических характеристик получаемых пенопластов были изготовлены образцы цилиндрической формы с помощью специальной металлической оснастки. На верхней крышке оснастки установлен датчик давления марки XPC10-M-20BS-/L4M для измерения создаваемого давления в процессе вспенивания. Измерение давления проводили с помощью диэлектрической системы мониторинга процесса формования композитов DiamonPlus (INASCO). На основе разработанных составов были изготовлены образцы пенопластов с коэффициентами вспенивания 5–25. Пенопласт имеет равномерную структуру и гомогенный состав.

На рис. 3 приведены диаграммы нагружения на сжатие ряда образцов на основе системы DER671/DER330/XT-152Б с различным содержанием микросфер марки DU180.

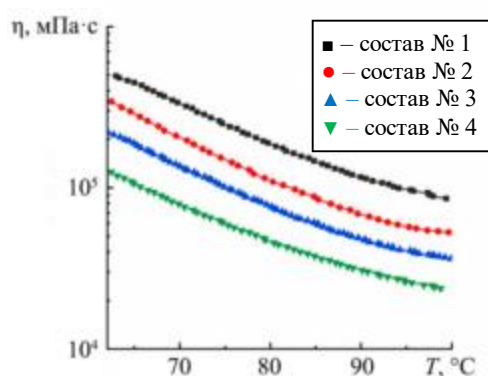


Рис. 2

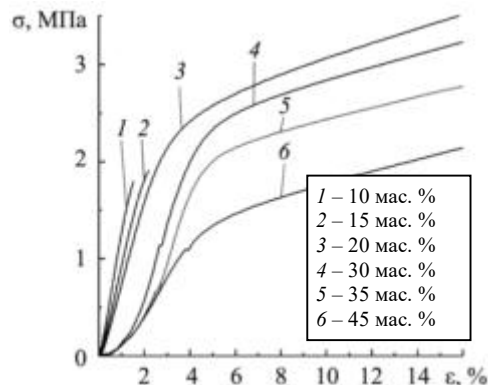


Рис. 3

Как видим (см. рис. 3), диаграммы нагружения в значительной степени зависят от содержания микросфер. Так, при низком содержании микросфер (10 и 15 мас. %) пенопласт является жестким и разрушается без пластической деформации. При содержании микросфер 45 мас. % пенопласт характеризуется высокой мягкостью, при нагружении проявляется значительная пластическая деформация, а предела прочности не наблюдается. Происходит значительная деформация пенопласта без потери несущей способности, поэтому эта характеристика определяется условно как напряжение, отвечающее заданной деформации материала (10 % относительной деформации).

Таким образом, регулируя содержание микросфер, на основе разработанных составов можно получать эпоксидные пенопласты с необходимыми упругодеформационными характеристиками.

Для изготовления пенопластового сердечника для сэндвич-изделия полученные композиции раскатывали между фторопластовыми валками, получая пленки определенной толщины для выкладки на препрег. Для получения образцов сэндвич-изделий была изготовлена оснастка. На верхнюю и нижнюю поверхности оснастки выкладывались слои препрега на основе эпоксидного связующего, между которыми располагалась пленка, полученная на основе разработанной композиции. Закрытая оснастка по-

мещается в печь, и формируется сэндвич-панель по заданному одноступенчатому режиму (см. рис. 1). В качестве препрегов могут быть использованы любые коммерческие препреги, полученные на основе коммерческих эпоксидных связующих, или собственные составы [20, 21]. Основным требованием при подборе пары эпоксидное связующее препрега – эпоксидное связующее пенопласта является соответствие режимов отверждения связующих. Связующее препрега должно отверждаться с небольшой временной задержкой по сравнению со связующим пенопласта. Это позволяет предварительно уплотнить пакет препрега за счет создаваемого давления вспенивания и только после этого осуществить его отверждение.

Таким образом, температурно-временной режим формования необходимо оптимизировать с учетом процесса получения пенопласта и отверждения препрега.

Для изготовления сэндвич-изделий методом формования в закрытой форме требуется, чтобы давление вспенивания составляло не менее 0,1 МПа. Согласно проведенным исследованиям наибольшее влияние на давление вспенивания оказывают коэффициент вспенивания и содержание микросфер в эпоксидной композиции, что согласуется с литературными данными [16].

На рис. 4 приведены зависимости давления вспенивания  $P$  от концентрации микросфер  $C$  и кратности вспенивания.

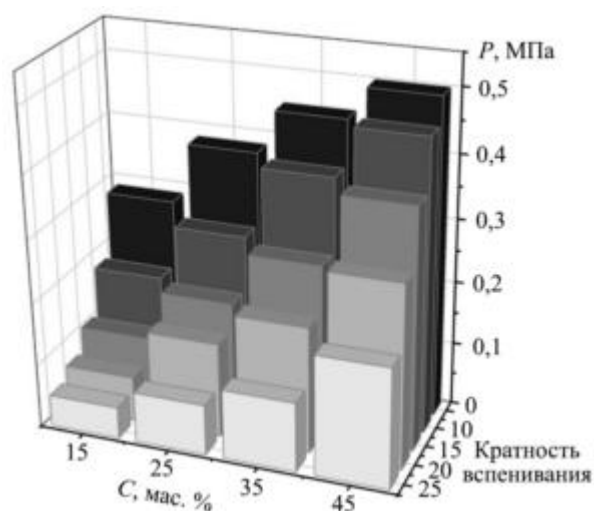


Рис. 4

В отличие от данных, представленных в работе [16], содержание микросфер было увеличено более чем в пять раз (до 45 мас. %), что обеспечило формирование давления вспенивания не менее 0,1 МПа при коэффициенте вспенивания, составляющем 25. Такое значение давления позволяет формировать сэндвич-изделия в закрытой форме из препрегов с одновременным вспениванием сердечника.

Определение механических характеристик при сдвиге материала внутреннего слоя сэндвич-изделия проводили методом испытания балки на изгиб по ГОСТ Р 56791-2015.

В зависимости от жесткости пенопластового сердечника определяли предельное напряжение при сдвиге пенопласта или напряжение сдвига при пределе текучести пенопласта. При оптимизированных условиях вспенивания и соотношении твердой и жидкой эпоксидных смол данные характеристики в основном зависят от коэффициента вспенивания, содержания микросфер и в меньшей степени от марки микросфер и химической природы отвердителя. При меньших содержаниях микросфер в процессе испытания происходит разрушение пенопласта, при больших содержаниях – смятие (плотности пенопластов равны).

Таким образом, для получения эпоксидных пенопластов были разработаны составы на основе твердых и жидких эпоксидных смол и терморасширяющихся микросфер. Разработанные составы и технология их реализации обеспечили получение пенопластов с низкой плотностью (до 50 кг/м<sup>3</sup>) с большой концентрацией микросфер (до 45 мас. %). Показано, что благодаря высокому содержанию микросфер и

возможности варьирования соотношения твердых и жидких компонентов в эпоксидной композиции получение пенопластов возможно с помощью одноступенчатого процесса вспенивания без перегрева изделия. Испытания на сжатие показали, что варьирование коэффициента вспенивания и содержания микро-сфер позволяет получать пенопласты с различными механическими свойствами – от жестких до мягких, – характеризующиеся разным типом разрушения.

Показано, что создаваемое давление вспенивания позволяет формировать сэндвич-изделия в закрытой форме из препрегов с одновременным вспениванием сердечника. Варьируя концентрацию микросфер в эпоксидной композиции, получили сэндвич-панели с пенопластовым сердечником разной жесткости.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Al-Khazraji M.S., Bakhy S.H., Jweeg M.J.* Composite Sandwich Structures: Review of Manufacturing Techniques // *Journal of Engineering, Design and Technology*. 2024. № 5. С. 1616–1636.
2. *Birman V., Kardomateas G. A.* Review of Current Trends in Research and Applications of Sandwich Structures // *Composites Part B: Engineering*. 2018. Vol. 142. P. 221–240.
3. *Двоеглазов И.В., Халиулин В.И.* Исследование влияния конструктивных параметров z-гофра на прочность при поперечном сжатии и продольном сдвиге // *Изв. вузов. Авиационная техника*. 2013. № 1. С. 13–17.
4. *Халиулин В.И., Петрунина Е.С., Беззаметнова Д.М.* О конструктивно-технологических решениях стержневых заполнителей из композитов для многослойных панелей // *Изв. вузов. Авиационная техника*. 2020. № 3. С. 117–126.
5. *Neveu F., Castanié B., Olivier P.* The GAP Methodology: A New Way to Design Composite Structures // *Materials & Design*. 2019. Vol. 172. Article № 107755.
6. *Гайнутдинов В.Г., Абдуллин И.Н., Мусави-Сафави С.М.* О расчете проектных значений плотности рациональной трехслойной конструкции со стержневым заполнителем // *Изв. вузов. Авиационная техника*. 2016. № 1. С. 59–63.
7. *Biswal T., Sethy T.R., Sahoo P.K.* Epoxy Foams // *Polymeric Foams: Fundamentals and Types of Foams / Ed. R.K. Gupta. American Chemical Society, 2023. Vol. 1. P. 161–181.*
8. *Prakash N.J., Kandasubramanian B.* Epoxy: Foaming Processes and the Effect of Process Parameters on Properties of Epoxy Foam // *Handbook of Thermosetting Foams, Aerogels, and Hydrogels. Elsevier, 2024. P. 305–326.*
9. *Min W. et al.* Preparation and Properties of Expandable Epoxy Foam Prepreg for Sandwich Composites Prepared via Thermal Expansion Molding Process // *Journal of Applied Polymer Science*. 2023. Vol. 140. Iss. 7. Article № e53469.
10. *Karthikeyan C. S. et al.* Elastic Behaviour of Plain and Fibre-Reinforced Syntactic Foams under Compression // *Materials Letters*. 2004. Vol. 58. Iss. 6. P. 995–999.
11. *Wang L. et al.* The Compressive Properties of Expandable Microspheres/Epoxy Foams // *Composites Part B: Engineering*. 2014. Vol. 56. P. 724–732.
12. *El Gazzani S. et al.* High Temperature Epoxy Foam: Optimization of Process Parameters // *Polymers*. 2016. Vol. 8. № 6. Article № 215.
13. *Xue B., Zhang J., Bao Y.* Acoustically and Thermally Insulating Epoxy Foams Prepared by Non-Traditional Expandable Microspheres // *Polymer Engineering & Science*. 2019. Vol. 59. Iss. 4. P. 799–806.
14. *Martin-Gallego M. et al.* Transport Properties of One-Step Compression Molded Epoxy Nanocomposite Foams // *Polymers*. 2019. Vol. 11. № 5. Article № 756.
15. *Tang H. et al.* Rational Design of High-Performance Epoxy/Expandable Microsphere Foam with Outstanding Mechanical, Thermal, and Dielectric Properties // *Journal of Applied Polymer Science*. 2024. Vol. 141. № 24. Article № e55502.
16. *Qin Y. et al.* Preparation of Thermal Expandable Epoxy Resin and Properties of Foam Sandwich Composites Formed by Thermal Expansion Molding Process // *Polymer Composites*. 2024. Vol. 45. Iss. 9. P. 8345–8359.
17. ГОСТ 23206-2017. Пластмассы ячеистые жесткие. Метод испытания на сжатие. М.: Стандартинформ, 2018. 8 с.
18. ГОСТ Р 56791-2015. Композиты полимерные. Определение механических характеристик при сдвиге материала внутреннего слоя «сэндвич»-конструкций методом испытания балки на изгиб. М.: Стандартинформ, 2016. 24 с.
19. *Amirova L. et al.* A New Perspective on the Glass Transition, Tack and Rheology of Oligomeric Epoxy Resins // *Journal of Non-Crystalline Solids*. 2024. Vol. 646. Article № 123261.

20. Gaifutdinov A.M. et al. Low-Flammability Carbon Fiber Reinforced Composites Based on Low-Viscosity Phosphoruscontaining Epoxy Binders for Transfer Molding Methods // Materials Today Communications. 2024. Vol. 40. Article № 109340.
21. Амирова Л.М. и др. Углепластики на основе трудногорючих препреговых эпоксibenзоксазиновых связующих // Изв. вузов. Авиационная техника. 2024. № 2. С. 172–177.

Поступила в редакцию 31.01.25

После доработки 20.03.25

Принята к публикации 20.03.25

## **Epoxy Polymer Based Foam Fillers and Sandwich Structures with a Core Based on Them**

A. KUOMALIBIEKE, D.M. USMANOV, N.D. STARTSEV,  
K.A. ANDRIANOVA, AND L.M. AMIROVA

Tupolev Kazan National Research Technical University, Kazan

*The epoxy compositions are developed for production of foamed plastics and sandwich panels with a core on their basis by the moulding in a closed mould technology with simultaneous foaming. The possibility is shown of obtaining foams with low density (up to 50 kg/m<sup>3</sup>) with the content of thermo-expanding microspheres from 10 to 45 wt.% due to the technology developed for combining the components of the composition. The influence of microspheres on mechanical characteristics of foams and sandwich panels on their basis is analyzed. The strategy of selection of technological parameters for one-stage foaming and the possibility of creating the necessary moulding pressure due to the introduction of a large content of thermo-expanding microspheres into the composition are presented. The obtained foams have low density, high adhesion to the cladding of sandwich structure, as well as different stiffness depending on the concentration of thermo-expanding microspheres.*

**Epoxy resins, thermally expanding microspheres, foams, foaming, sandwich panel, mechanical tests**

## Реализация технологии вакуумного формования в производстве тонкостенных высокотемпературных радиопрозрачных композиционных изделий

**П.Л. ЛЮДОГОВСКИЙ**,  
канд. техн. наук,  
**А.В. НАУМОВ**,  
канд. хим. наук,  
**Н.В. СЕМИН**,  
аспирант  
(КНИТУ-КАИ, Казань)  
12962281@mail.ru

*Описана технология вакуумного формования изделий из высокотемпературного радиопрозрачного композиционного материала. Разработана и апробирована методика определения необходимого количества компонентов композиционного материала.*

**Композиционные материалы, радиопрозрачность, термостойкость, вакуумное формование, методика расчета**

В современной мировой практике наблюдается устойчивая тенденция увеличения значений скоростных и маневренных характеристик летательных аппаратов, управляемых радиолокационными системами. Важнейшими элементами являются антенные радиопрозрачные обтекатели, предназначенные для защиты антенных блоков от аэродинамических воздействий, а также теплозащитные панели планера, воспринимающие значительные тепловые и механические нагрузки. Эксплуатация указанных элементов предполагает работу в условиях высоких температур, составляющих 1200–1800 °С, в течение временного интервала от 1 мин до 1 ч и более [1–3].

С учетом функционального назначения к таким элементам предъявляется широкий спектр требований. Например, обеспечение требуемых радиотехнических характеристик обуславливает толщину стенки оболочки обтекателя, что, в свою очередь, накладывает ограничения на его прочностные и теплофизические свойства. При этом сложные формы панелей зачастую определяют их тонкостенную конструкцию [4].

Для производства указанных изделий используется высокотемпературный радиопрозрачный композиционный материал, созданный в КНИТУ-КАИ (Казань) и МГУ (Москва), подвергнутый комплексным испытаниям по оценке таких характеристик, как термоустойчивость, прочность, теплостойкость, а также параметров радиопрозрачности [4, 5]. По результатам проведенных испытаний образцов разработанного высокотемпературного радиопрозрачного композиционного материала подтверждено соответствие основных характеристик заданным требованиям и их стабильность в условиях эксплуатации.

Дальнейшие исследования в этой области связаны с выбором и производством модификаций армирующих материалов и одновременно с технологиями изготовления изделий из указанного материала. Для изготовления обтекателей и их элементов из высокотемпературного радиопрозрачного композиционного материала применяется технология, реализующаяся в два последовательных этапа. На первом этапе автоклавным формованием, или формованием высоким давлением, изготавливаются плоские плиты высокотемпературного радиопрозрачного композиционного материала. На втором этапе для получения готовых изделий выполняется их механическая обработка в соответствии с геометрией готовых изделий [4, 5].

Вместе с тем в конструкцию летательного аппарата входит множество тонкостенных панелей с различной формой их поверхности, работающих в условиях высоких температур (противопожарные перегородки, элементы обшивки планера летательного аппарата и др.). Результаты термических и прочностных испытаний разработанного высокотемпературного радиопрозрачного композиционного материала создают объективные предпосылки для его использования в производстве таких изделий. Для реализации технологического процесса их изготовления была апробирована и доработана известная методика вакуумного формования [6–10].

Принципиальная схема реализации указанной технологии для формования высокотермостойкой тонкостенной панели двойной кривизны приведена на рис. 1. Здесь: 1 – формообразующая оснастка; 2 – преформа высокотемпературного радиопрозрачного композиционного материала; 3 – жертвенный/дренажный слой; 4 – высокотемпературная вакуумная пленка; 5 – перфорированные силиконовые трубки для создания вакуума; 6 – высокотемпературная герметизирующая лента.

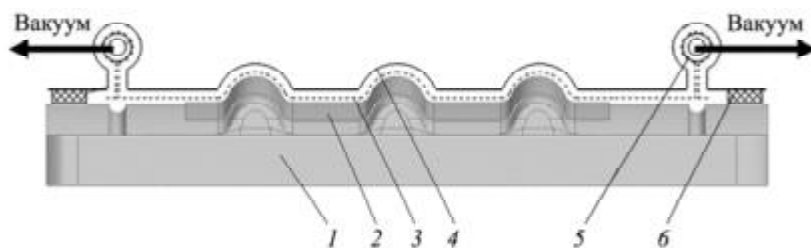


Рис. 1

Основой технологии является процесс уплотнения и формирования слоев армирующего материала с равномерно распределенным между его слоями порошкообразным фталонитрильным связующим ФНИЗ50А, осуществляемый при действии разрежения для удаления воздуха и при высокой температуре.

Типовой технологический процесс изготовления изделий из высокотемпературного радиопрозрачного композиционного материала вакуумным формованием выполняется в несколько этапов.

1. Подготовка формообразующей оснастки и компонентов.
2. Послойная выкладка армирующего материала в определенной последовательности на формообразующую оснастку с равномерным распределением порошкообразного однокомпонентного фталонитрильного связующего на каждом слое.
3. Укладка вспомогательных материалов.
4. Сборка вакуумного пакета на формообразующей оснастке.
5. Проверка герметичности вакуумного пакета.
6. Проведение цикла полимеризации в термопечи в соответствии с разработанным и апробированным режимом полимеризации (рис. 2).
7. Распрессовка вакуумного пакета и извлечение изделия из формообразующей оснастки.
8. Постотверждение изделия в муфельной печи согласно режиму нагрева-охлаждения (рис. 3).
9. Механическая обработка по контуру обрезки.
10. Контроль геометрии, структуры и толщины изделия.

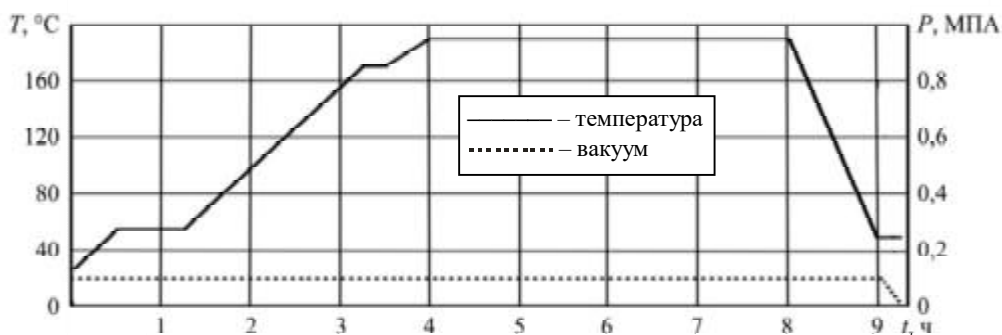


Рис. 2

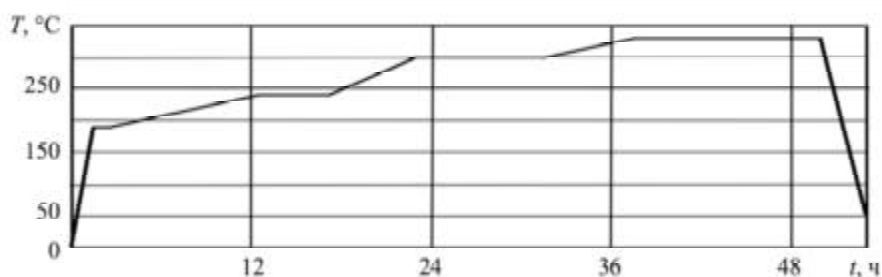


Рис. 3

Расчетное значение массы готового изделия  $m_n$  и толщина одного слоя армирующего материала с учетом связующего материала (монослоя) готового изделия будут зависеть не только от суммы объема армирующего материала  $V_a$  и объема связующего материала  $V_m$ , но и от вариации их значений в процессе формования, а также от величины давления, времени выдержки уложенных слоев армирующего материала с находящимся между ними порошкообразным связующим и др. При этом порошкообразное связующее в этом процессе переходит в жидкое, а затем в стеклообразное состояние с выходом его технологических отходов из отформованного объема изделия. В связи с этим получить точную формулу для расчета массы изделия в зависимости от количества связующего в настоящий момент невозможно из-за отсутствия необходимого количества статистических данных и технологических параметров для этого расчета. С целью получения таких данных для выполнения эмпирических расчетов по определению необходимого количества связующего для процесса формования и расчетной массы изделия из высокотемпературного радиопрозрачного композиционного материала, а также отработки процессов их формования было выполнено более двадцати формовок плоских образцов с одинаковой структурой композитного пакета, одинаковой площадью и единым режимом формования. При этом общая масса связующего материала, равномерно распределяемого между слоями армирующего материала, варьировалась.

Для каждой формовки вычислялся коэффициент армирования, а также фиксировалась толщина полученного монослоя образца высокотемпературного радиопрозрачного композиционного материала:

$$\psi_a = \frac{V_a}{V_{\text{км}}} = \frac{V_a}{V_a + V_m}, \quad (1)$$

где  $\psi_a$  – коэффициент армирования;  $V_a$  – объем, занимаемый армирующим материалом;  $V_{\text{км}}$  – объем всего композита;  $V_m$  – объем, занимаемый связующим материалом;

$$\Delta_3 = \frac{h_3}{n}, \quad (2)$$

где  $\Delta_3$  – экспериментальная толщина монослоя;  $h_3$  – полученная толщина детали;  $n$  – количество слоев армирующего материала в полученной детали.

На основании анализа полученных данных, а также оценки качества отформованных изделий, их прочностных характеристик, плотности и пористости при использовании технологии вакуумного формования возможно получение изделий из высокотемпературного радиопрозрачного композиционного материала двух групп. К первой группе относятся изделия с высоким коэффициентом армирования  $\psi_b = 0,43$ , во второй – с низким коэффициентом армирования  $\psi_n = 0,32$ .

Для выполнения дальнейших расчетов введем коэффициент  $k_m$  как отношение толщины монослоя образца  $\Delta_3$  к толщине армирующего материала  $\Delta_1$ :

$$k_m = \frac{\Delta_3}{\Delta_1} = \frac{h_3}{n\Delta_1}. \quad (3)$$

С учетом измеренных средних значений указанных параметров отформованных образцов и после некоторых расчетов определим, что для технологии формования с высоким коэффициентом армирования значение  $k_{mb} = 1,19$ , а для формования изделий с низким коэффициентом армирования  $k_{mn} = 1,55$ .

В рамках реализации этой технологии можно с высокой степенью достоверности выполнять расчеты для получения заданной в конструкторской документации толщины формуемых изделий из высокотемпературного радиопрозрачного композиционного материала.

На первом этапе этих расчетов с учетом технологии и требуемого значения толщины детали определяется количество слоев армирующего материала:

$$n = \frac{h_n}{\Delta k_m}, \quad (4)$$

где  $h_{и}$  – требуемая толщина детали из конструкторской документации;  $k_m$  – коэффициент толщины монослоя в зависимости от технологии;  $\Delta$  – средняя толщина армирующей ткани в зависимости давления формования, методика определения которой приведена в работе [11].

Далее рассчитывается требуемая масса порошкового связующего. При этом для определения количества матричного материала, обеспечивающего требуемый коэффициент армирования, приведем формулу (1) к следующему виду:

$$V_m = \frac{V_a(1-\Psi_a)}{\Psi_a} = V_a \left( \frac{1}{\Psi_a} - 1 \right); \quad (5)$$

$V_a$  рассчитывается по формуле

$$V_a = \frac{\rho_{nk} S_{и} n}{\rho_k}, \quad (6)$$

где  $\rho_{nk}$  – поверхностная плотность армирующего материала;  $S_{и}$  – площадь изделия;  $\rho_k$  – плотность сырья армирующего материала.

Объем связующего можно рассчитать из соотношения

$$V_m = \frac{m_m}{\rho_m}, \quad (7)$$

где  $m_m$ ,  $\rho_m$  – масса и плотность связующего материала.

Используя формулы (4) – (7), получим конечную формулу для определения массы связующего в изделии в зависимости от технологии формования:

$$m_m = \frac{\rho_m \rho_{nk} S_{и} h_{и}}{\rho_k \Delta k_m} \left( \frac{1}{\Psi_a} - 1 \right). \quad (8)$$

С помощью представленной методики возможно изготавливать тонкостенные криволинейные панели из высокотемпературного радиопрозрачного композиционного материала с заявленной толщиной от 0,8 мм с точностью  $\pm 0,1$  мм по технологии вакуумного формования.

На основе разработанной методики расчета компонентов композиционного материала с использованием порошкового связующего, а также технологии формования изделий из высокотемпературного радиопрозрачного композиционного материала обеспечивается возможность его применения для изготовления тонкостенных термостойких и радиопрозрачных элементов конструкций с различными формами поверхности, предназначенных для эксплуатации в условиях высоких температур в широком диапазоне временных интервалов.

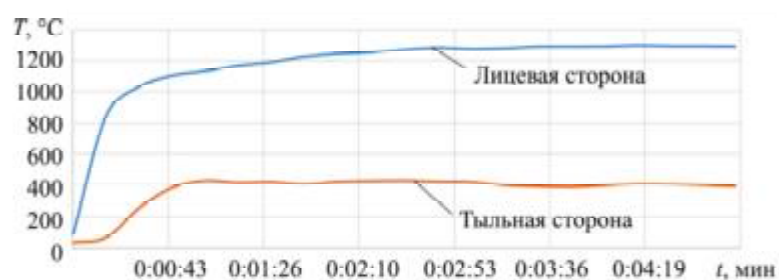
Для испытаний на термостойкость изделий из высокотемпературного радиопрозрачного композиционного материала были изготовлены плоские образцы толщиной 2 мм с размерами 100×100 мм. Испытания заключались в воздействии источника воспламенения на центр квадратного образца, плоскость которого расположена вертикально, в течение заданного времени экспозиции (выдержки в струе пламени) и определении наличия сквозного прогорания и способности к самостоятельному затуханию после удаления источника воспламенения. Длина пламени источника воспламенения была отрегулирована таким образом, чтобы его конец находился на расстоянии 38–45 мм от поверхности образца. В ходе испытаний осуществлялся контроль температуры на внешней и внутренней поверхностях относительно источника нагрева.

Испытания проводились при температуре пламени не менее 1200 °С и времени экспозиции 5 и 15 мин.

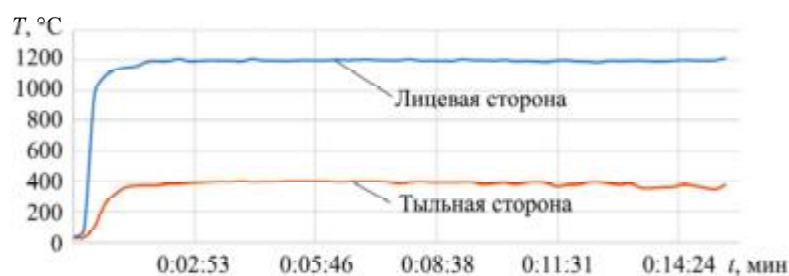
В состав экспериментальной установки входит метановоздушная горелка с наддувом воздуха для обеспечения температуры пламени не менее 1200 °С, цифровой мультиметр Inforce, термоэлектрический преобразователь S-типа (платинородий-платиновая термопара); термоэлектрический преобразователь K-типа (хромель-алюмелевая термопара), регистратор температуры многоканальный «Термодат».

Приведем результаты испытаний на термостойкость пластин высокотемпературного радиопрозрачного композиционного материала.

График зависимости температуры от времени на лицевой и тыльной сторонах образца высокотемпературного радиопрозрачного композиционного материала показан на рис. 4: *a* – время экспозиции 5 мин; *б* – время экспозиции –15 мин.



*a*



*б*

Рис. 4

Согласно результатам проведенных испытаний на термостойкость после выдержки образца высокотемпературного радиопрозрачного композиционного материала в течение 5 мин при температуре 1200  $^\circ\text{C}$  нарушение целостности материала не наблюдалось. Присутствует не критичное нарушение структуры поверхности материала. После выдержки образца высокотемпературного радиопрозрачного композиционного материала в течение 15 мин при температуре 1200  $^\circ\text{C}$  минут сквозного прогорания образца не выявлено.

В работе рассмотрены технологии вакуумного формования тонкостенных изделий из высокотемпературного радиопрозрачного композиционного материала, предназначенного для эксплуатации в условиях температур 1200–1800  $^\circ\text{C}$ . Разработаны и апробированы методики расчета соотношения компонентов композиционного материала, позволяющие обеспечивать заданные требования к толщине и качеству изделий. Испытания на термостойкость продемонстрировали высокую устойчивость разработанных образцов высокотемпературного радиопрозрачного композиционного материала к воздействию высоких температур без нарушения целостности материала.

Проведенные испытания опытных образцов подтвердили возможность применения высокотемпературного радиопрозрачного композиционного материала для изготовления термостойких тонкостенных криволинейных изделий с высокой точностью геометрических размеров. При этом рассмотрена технология вакуумного формования изделий с различным коэффициентом армирования, что позволяет гибко адаптировать процесс под конкретные требования конструкции. Полученные результаты подтверждают перспективность применения вакуумного формования для серийного производства термостойких радиопрозрачных конструкций сложной формы из высокотемпературного радиопрозрачного композиционного материала для авиационной техники нового поколения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гуляев И.Н. и др. Направления развития термостойких углепластиков на основе полиимидных и гетероциклических полимеров // Тр. ВИАМ [Электронный журнал]. 2014. № 1. URL: <http://viam-works.ru/plugins/content/journal/uploads/articles/pdf/636.pdf> (дата обращения: 30.04.2025).

2. Булгаков Б.А. и др. Механические и физико-химические свойства связующих для полимерных композиционных материалов на основе легкоплавких фталонитрильных мономеров // Изв. АН. Сер. химическая. 2016. № 1. С. 287–290.
3. Бабкин А.В. и др. Термостойкие фталонитрильные матрицы, содержащие силоксановые фрагменты // Высокомолекулярные соединения. Серия Б. 2016. № 3. С. 252–261.
4. Людоговский П.Л., Наумов А.В., Лунев И.В. Разработка, изготовление и испытания высокотермостойкого радиопрозрачного композиционного материала // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 4. С. 167–177.
5. Способ получения высокотемпературного композиционного материала: пат. 2784939 Рос. Федерация, № 2022116215; заявл. 15.06.2022; опубл. 1.12.2022, Бюл. № 34.
6. Баженов С.Л. Механика и технология композиционных материалов. Долгопрудный: Интеллект, 2014. 328 с.
7. Караваев Р.Ю., Городилова Н.А., Донецкий К.И. Изготовление полимерных композиционных материалов на основе семипрегов // Тр. ВИАМ. 2023. № 5 (123). С. 64–74.
8. Вешкин Е.А. Особенности безавтоклавного формования низкопористых ПКМ // Тр. ВИАМ. 2016. № 2 (38) С. 53–63.
9. Федяев В.Л. и др. Математическое моделирование вакуумирования сухого технологического пакета семипрегов // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 3. С. 150–158.
10. Пузырецкий Е.А. и др. Теоретико-экспериментальное исследование вакуумного формования семипрегов на основе углеродных наполнителей (ленты и ткани) и расплавленного эпоксидного связующего // Авиационные материалы и технологии. 2024. № 2 (75). С. 109–121.
11. Людоговский П.Л. и др. Технология изготовления изделий из высокотемпературного радиопрозрачного композиционного материала // Изв. вузов. Авиационная техника. 2024. № 4. С. 156–161.

Поступила в редакцию 30.05.25

После доработки 3.06.25

Принята к публикации 3.06.25

## Implementation of Vacuum Forming Technology in the Production of Thin-Walled High-Temperature Radio-Transparent Composite Structures

P.L. LYUDOGOVSII, A.V. NAUMOV, AND N.V. SEMIN

Tupolev Kazan National Research Technical University, Kazan

*The paper describes the technology of vacuum forming of products made of high-temperature radio-transparent composite material. A technique was developed and tested for determining the required amount of components in the composite material.*

**Composite materials, radio-transparency, heat resistance, vacuum infusion, calculation technique**

## Синтез пенографита и исследование его электропроводности в составе активных масс трехмерных электродов для суперконденсаторов

**М.В. МОРОЗОВ**,  
канд. техн. наук,  
**С.В. ДРОБЫШЕВ**,  
**Д.Н. ЖУКОВА**,  
**В.В. КУЗНЕЦОВА**,  
аспирант  
(КНИТУ-КАИ, Казань),  
**Д.Н. МОРОЗОВ**,  
канд. биол. наук  
(АО "Северный пресс",  
Санкт-Петербург),  
**Е.А. СОЛОВЬЕВ**,  
аспирант  
(КНИТУ-КАИ, Казань)  
misha617@mail.ru

*Из окисленного терморасширяющегося графита под воздействием электромагнитного излучения синтезирован пенографит. Методом сканирующей электронной микроскопии исследована морфология поверхности и показана слоистая структура пенографита. При исследовании элементного состава, полученного методом энергодисперсионной рентгеновской спектроскопии, выявлено отсутствие примесей в пенографите. Получены трехмерные электроды и исследована проводимость различных смесей активных материалов химических источников тока с синтезированным пенографитом.*

**Токопроводящие добавки, углеродные материалы, пенографит, оксидно-никелевый электрод, вольт-амперные характеристики, электропроводность, электрохимия**

Создание изделий авиационной промышленности связано с необходимостью уменьшения значений их массогабаритных характеристик [1]. Одним из эффективных подходов к решению данной проблемы является применение композитных материалов как при создании конструкционных материалов, так и при создании токопроводящих композитных материалов [2–4]. В качестве наполнителей в таких материалах используются углеродные добавки (углеродные волокна [5, 6], углеродные нанотрубки), а также активно исследуются новые наполнители и токопроводящие добавки [7–10]. Важнейшей задачей является получение углеродных материалов с возможностью простого синтеза и использования в широкомасштабном производстве.

Значительное количество исследований сосредоточено на разработке перспективных химических источников электроэнергии для бортового энергоснабжения авиационных средств [11, 12]. Традиционно в пилотируемой авиации применяются щелочные аккумуляторы благодаря их высокой надежности и возможности работы в широком диапазоне температур. Вместе с тем наблюдается тенденция к их постепенной замене на суперконденсаторы, сочетающие преимущества аккумуляторов – высокую энергоемкость – с характерной для конденсаторов способностью обеспечивать высокую мощность [13–15]. Благодаря активному применению новых электродных материалов и электролитов с высоким рабочим напряжением наблюдается увеличение значений энергетических характеристик суперконденсаторов. Промышленными компаниями выпускаются различные типы суперконденсаторов – двойнослойные, гибридные и др. [16].

Практически во всех типах суперконденсаторов активно применяют углеродные материалы ввиду их высокой удельной площади поверхности и проводимости [17].

Новым направлением в разработке химических источников тока является использование трехмерных электродов, которые за счет большей плотности упаковки активных веществ способны обеспечивать большую удельную емкость. Однако развитие высокочастотных электродов ограничено отсутствием методик изготовления таких электродов с повышенной проводимостью, так же, как и недостаточностью исследований электропроводности трехмерных электродных материалов.

Трехмерные электродные материалы многовариативны. В качестве примеров можно привести пеноникель, широко применяемый в качестве электродного каркаса при разработке перспективных химических источников тока [18], и пенографит, технология получения которого [19–22] и применение в химических источниках тока [23, 24] активно исследуются.

Целью данной работы является создание трехмерных электродов на основе углеродсодержащих композитов с повышенной электропроводностью для применения в химических источниках тока. Для достижения данной цели были решены задачи получения пенографита экономичным способом без использования сложных технологических установок и задачи исследования пенографита для использова-

ния в качестве токопроводящей добавки в трехмерных электродах химических источников тока. В качестве активных материалов электродов был использован активированный уголь как основной компонент электродов в двойнослойных суперконденсаторах, а также сферический гидроксид никеля, применяемый в катодах щелочных аккумуляторов и гибридных суперконденсаторов.

Пенографит был получен посредством нагрева окисленного терморасширяющегося графита EG-350 («ХИМПЭК», Россия) в микроволновой печи MS-1724W (LG, Южная Корея) при мощности микроволн 1000 Вт. Для этого 0,50 г терморасширяющегося графита загружали как картридж в стакан объемом 250 мл из термостойкого боросиликатного стекла, помещенный в керамический стакан объемом 1000 мл, обложенный изнутри и сверху минеральной ватой. Время нагрева составляло 1 мин. После нагрева стакан с пенографитом охлаждался на открытом воздухе в течение 5 мин, при этом его расширение продолжалось также в процессе охлаждения. Полученный пенографит в виде порошка был использован в качестве токопроводящей добавки при создании трехмерных электродных материалов.

Оценка общей структуры и морфологических свойств поверхности пенографита и полученных электродов осуществлялась на основе сканирующей электронной микроскопии в режиме вторичных электронов (Auriga Crossbeam, Carl Zeiss, Германия) и оптической микроскопии Carl Zeiss Axio Imager.Z2m. Исследование элементного состава проводилось методом энергодисперсионной рентгеновской спектроскопии (Inca X-Max, Oxford Instruments, Великобритания).

Методом сканирующей электронной микроскопии исследована морфология поверхности полученного пенографита (рис. 1).

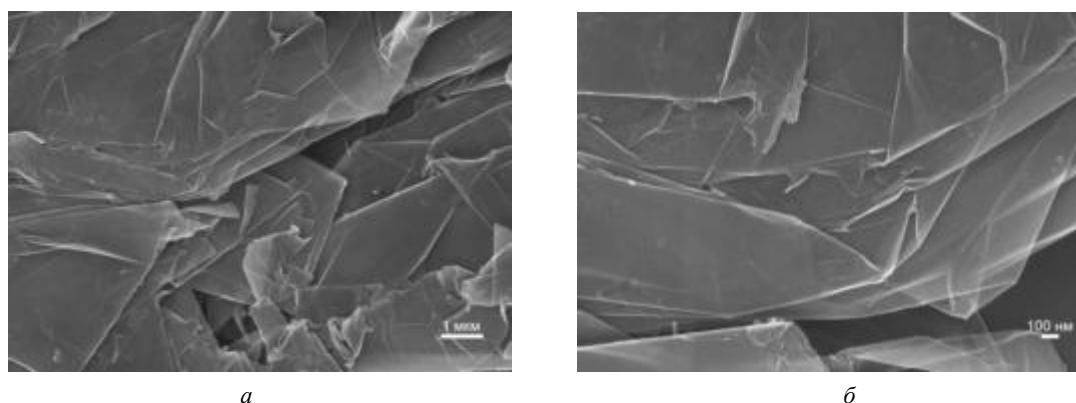


Рис. 1

На снимках, полученных методом сканирующей электронной микроскопии, отмечается ярко выраженная слоистая структура материала. На рис. 1, *а* видно, что слоистая структура проявляется в пределах 10 мкм и более. В то же время рис. 1, *б* иллюстрирует сохранение характера расслоения с уменьшением масштаба, что позволяет сделать вывод о трехмерной структуре пенографита. Полученная трехмерная слоистая структура может эффективно обеспечивать электрический контакт в различных трехмерных электродных материалах за счет обволакивания слоями пенографита частиц активных материалов. Известно, что пенографит получают быстрым нагреванием интеркалированных соединений графита [20–22, 24]. В настоящей методике синтеза роль таких соединений выполняет терморасширяющийся графит, и полученные результаты свидетельствуют о возможности получения из него пенографита. Результаты энергодисперсионной спектроскопии подтверждают отсутствие примесей в полученном пенографите, элементный состав показал 100 %-е содержание углерода. Общая структура пенографита, известная как объемная складчатая [24], также характеризуется червеобразными частицами размером сотни микрометров [20], насыпная плотность находится в диапазоне 5...10 г/л [20, 24], что характерно и для полученного пенографита.

Активная масса для создания электродов состояла из следующих компонентов:

- 1) активные материалы (активированный уголь или сферический гидроксид никеля);
- 2) токопроводящие добавки (пенографит или сажа – технический углерод П803);

- 3) связующее (поливиниловый спирт);
- 4) дистиллированная вода.

В качестве электродной токопроводящей основы был выбран крупнопористый пеноникель ввиду его способности формировать жесткий и надежный токопроводящий каркас, а также вследствие высокой пористости и широкого распространения при создании химических источников тока.

В процессе исследования было приготовлено три типа паст на основе активированного угля и пенографита, активированного угля и сажи, сферического гидроксида никеля и пенографита при различных соотношениях компонентов.

Для приготовления активной массы смешивали активированный уголь или сферический гидроксид никеля, поливиниловый спирт в концентрации 10 % от общей массы твердых компонентов смеси, пенографит заданной концентрации по массе в диапазоне 0...7 %, сажу заданной концентрации по массе в диапазоне 0...90 %. К этому составу частями добавляли дистиллированную воду, предварительно нагретую до 90 °С. Массу компонентов определяли на аналитических весах. Далее приготовленный состав смешивали с помощью магнитной мешалки в течение 30 мин до получения гомогенной смеси.

Для внесения пасты с активной массой в объем пеноникелевой электродной основы использовался метод намазки по следующей процедуре. При помощи кисти с жесткой щетиной приготовленную смесь равномерно втирали в пеноникель вбивающими движениями до полного покрытия и появления массы на обратной стороне электродной основы. Затем образец переворачивали и наносили пасту на структуру с обратной стороны. После намазывания активной массы на электрод образец клали в чашку Петри и помещали в сушильный шкаф (ШС-80-01 СПУ), поддерживая температуру 80 °С в течение 2 ч. Параметры для сушки подбирались опытным путем на основе измерений массы и достижения предела снижения массы образцов в процессе сушки, а также с учетом необходимости создания прочной, стабильной структуры электрода.

Для исследования электрического сопротивления созданных электродов использовалась многофункциональная система потенциостат – гальваностат PGSTAT 302 N (Metrohm Autolab, Нидерланды) с программным обеспечением NOVA 1.9.16. Для определения электрических свойств регистрировались вольт-амперные характеристики полученных образцов двухзондовым методом. Для этого сухие электроды площадью  $1,7 \pm 0,2 \text{ см}^2$  и толщиной  $2 \pm 0,2 \text{ мм}$  помещались в измерительную ячейку с тефлоновыми стенками и фиксировались между двумя титановыми шайбами, к которым подключались измерительные контакты зондов потенциостата. Измерения для каждого из электродов повторялись минимум три раза, после чего с помощью закона Ома были рассчитаны средние значения удельного и абсолютного сопротивления, представленные в табл. 1–3.

Приведем изображения созданных электродов со сферическим гидроксидом никеля при концентрации пенографита 1,5 % (рис. 2, а) и 7 % (рис. 2, б), полученные на оптическом микроскопе. При оценке морфологии созданных электродов со сферическим гидроксидом никеля при концентрации 1,5 % выявлено наличие сгустков пенографита размером до 300 мкм. При увеличении концентрации до 7 % пенографит распределяется равномерно в объеме смеси.

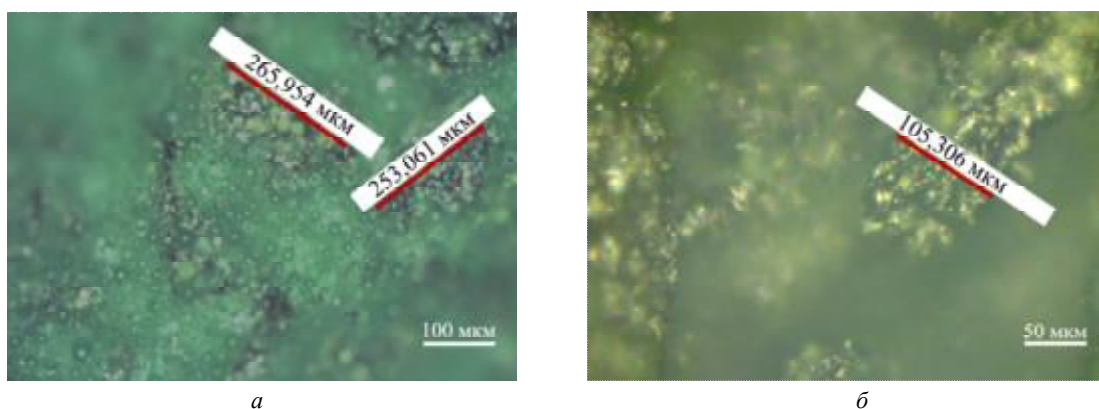


Рис. 2

Особенности полученных электродов, выявленные с помощью оптической микроскопии, подтверждаются данными, полученными методом сканирующей электронной микроскопии (рис. 3).

Изображения созданных электродов со сферическим гидроксидом никеля при концентрации пенографита 1,5 % приведены на рис. 3, а, при концентрации пенографита 7 % – на рис. 3, б. Также представлены изображения поверхности этих электродов в уменьшенном масштабе при концентрации пенографита 1,5 % (рис. 3, в) и 7 % (рис. 3, г).

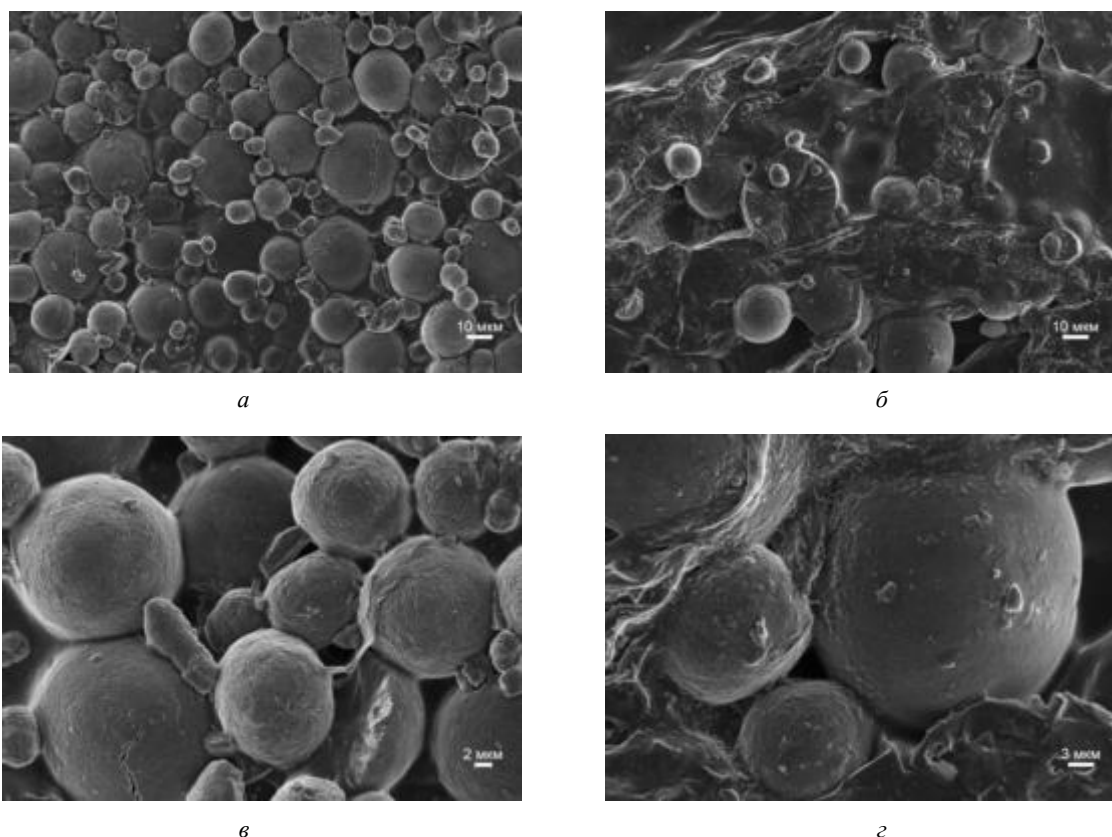


Рис. 3

В случае концентрации пенографита 1,5 % наблюдаются разрывы между частицами сферического гидроксида никеля, не заполненные частицами токопроводящей добавки. При увеличении концентрации до 7 % пенографит распределяется равномерно, заполняя весь объем электрода и обеспечивая электропроводность всей смеси. Высокая электропроводность смеси при концентрации пенографита 7 % подтверждается результатами измерений (табл. 1).

Таблица 1

Концентрация пенографита в электроде, %	Сопротивление, Ом	Удельное сопротивление, Ом·м
0	6410000	317000
1,5	387600	11700
7	159	7,6

Эффективность применения пенографита в качестве токопроводящей добавки в смеси со сферическим гидроксидом никеля свидетельствует о возможности его использования в составе активных масс трехмерных электродов для гибридных суперконденсаторов.

На рис. 4 представлены данные зависимостей тока от напряжения для электродов с активированным углем с добавлением пенографита в различной массовой концентрации.

Уже при концентрации пенографита 3 % сопротивление снижается в 1,68 раза, а при концентрации 7 % сопротивление снижается почти в 10 раз. Это говорит о том, что при данной концентрации пено-

графит также распределяется равномерно, заполняя весь объем электрода и обеспечивая электропроводность всей смеси.

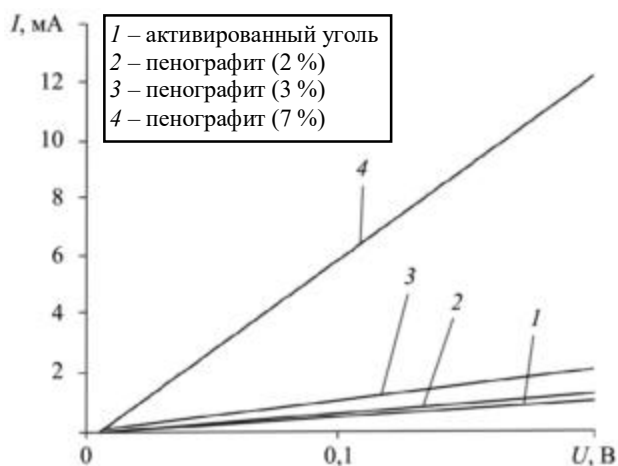


Рис. 4

Приведем характеристики полученных смесей с активированным углем при использовании в качестве токопроводящей добавки пенографита (табл. 2) и сажи (табл. 3).

Таблица 2

Концентрация пенографита в электроде, в %	Масса, г			Сопротивление, Ом	Удельное сопротивление, Ом·м
	Активированный уголь	Пенографит	Поливиниловый спирт		
0	0,180	0	0,020	140	14,7
2	0,176	0,004	0,020	118	10,8
3	0,174	0,006	0,020	83,3	5,66
7	0,166	0,014	0,020	16,7	1,45

Таблица 3

Концентрация сажи в электроде, в %	Масса, г			Сопротивление, Ом	Удельное сопротивление, Ом·м
	Активированный уголь	Пенографит	Поливиниловый спирт		
0	0,180	0	0,020	140	14,7
5	0,170	0,010	0,020	95,0	11,0
10	0,160	0,020	0,020	87,5	8,70
30	0,120	0,060	0,020	50,0	4,87

По результатам анализа выявлено значительное снижение сопротивления смеси при концентрации пенографита 7 %, при этом с увеличением концентрации сажи до 30 % и более сопротивление выходит на плато. Это свидетельствует о более низком сопротивлении пенографита по сравнению с сажей, а также указывает на его однородное распределение по всему объему электрода уже при концентрации 7 %, что обеспечивает низкое сопротивление электродов. В связи с этим можно сделать вывод о высокой эффективности пенографита при использовании в качестве токопроводящей добавки в активных массах для электродов суперконденсаторов в сравнении с сажей. В работе [24] отмечается, что удельное сопротивление пенографита изменяется в диапазоне 0,1...1 Ом·м, что согласуется с полученными 1,45 Ом·м для смеси с концентрацией пенографита 7 %.

Сажа активно используется в качестве токопроводящих добавок в химических источниках тока, например, ее применяют в коммерческих литий-ионных аккумуляторах. Ввиду низкой эффективности используются токопроводящие материалы с более высокой электропроводностью – графен, восстановленный оксид графена, углеродные нанотрубки. Однако из-за высокой стоимости и сложности технологии изготовления этих материалов их массовое производство отсутствует. В настоящей работе предложено вместо этих добавок синтезировать и использовать пенографит.

На рис. 5 представлено сравнение удельной электропроводности для синтезированного пенографита и коммерчески доступной сажи. Уже при концентрации 3 % удельная электропроводность смеси активированного угля с пенографитом превышает соответствующее значение для смеси с активированным углем, содержащей 10 % сажи. При увеличении содержания пенографита до 7 % удельная электропроводность возрастает в 3,5 раза по сравнению с показателем при концентрации сажи 30 % и более. Полученные результаты свидетельствуют о высоком потенциале использования пенографита в качестве токопроводящей добавки в суперконденсаторах.

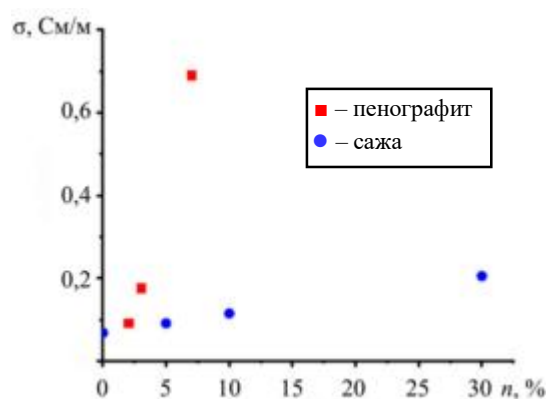


Рис. 5

Таким образом, получены трехмерные электроды и исследована проводимость различных смесей активных материалов химических источников тока с синтезированным пенографитом. Показано, что при использовании пенографита в качестве токопроводящей добавки обеспечивается повышенная электропроводность смесей с активированным углем и сферическим гидроксидом никеля. При концентрации пенографита 7 % по массе значительно увеличивается электропроводность обоих типов смесей активных материалов при использовании поливинилового спирта в качестве связующего. При этом сопротивление полученных трехмерных электродов с пенографитом значительно меньше, чем при использовании сажи. Согласно полученным результатам за счет слоистой структуры и возможности простого синтеза пенографит может широко использоваться в качестве токопроводящей добавки при производстве трехмерных электродов как двойнослойных, так и гибридных суперконденсаторов.

Работа выполнена за счет гранта Республики Татарстан, предоставленного молодым ученым и молодежным научным коллективам на проведение научных исследований в наиболее перспективных и значимых для развития Республики Татарстан областях.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кретов А.С., Шатаев П.А. К оценке массы фюзеляжа самолета при переходе на композиционные материалы // Изв. вузов. Авиационная техника. 2020. № 3. С. 17–26.
2. Хамидуллин О.Л. и др. Токопроводящие порошковые связующие для получения углекомполитов // Изв. вузов. Авиационная техника. 2024. № 3. С. 217–224.
3. Людоговский П.Л., Наумов А.В., Лунев И.В. Разработка, изготовление и испытания высокотермостойкого радиопрозрачного композиционного материала // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 4. С. 167–177.
4. Zheng S. et al. Recent Advances in Structural Design of Conductive Polymer Composites for Electromagnetic Interference Shielding // Polymer Composites. 2024. Vol. 45. Iss. 1. P. 43–76.
5. Zhao Xing et al. Review on the Electrical Resistance/Conductivity of Carbon Fiber Reinforced Polymer // Applied Sciences. 2019. Vol. 9. № 11. Article № 2390.
6. Brown S.C. et al. Methods of Modifying Through-Thickness Electrical Conductivity of CFRP for Use in Structural Health Monitoring, and Its Effect on Mechanical Properties—A Review // Composites Part A: Applied Science and Manufacturing. 2020. Vol. 133. Article № 105885.
7. Dong L. et al. Preparation of Continuous Carbon Nanotube Networks in Carbon Fiber/Epoxy Composite // Composites Part A: Applied Science and Manufacturing. 2014. Vol. 56. P. 248–255.
8. Zakaria M.R. et al. Hybrid Carbon Fiber-Carbon Nanotubes Reinforced Polymer Composites: A Review // Composites Part B: Engineering. 2019. Vol. 176. Article № 107313.

9. *Senis E.C., et al.* Enhancement of the Electrical and Thermal Properties of Unidirectional Carbon Fibre/Epoxy Laminates through the Addition of Graphene Oxide // *Journal of Materials Science*. 2019. Vol. 54. Iss. 12. P. 8955–8970.
10. *Robert C. et al.* Improving Through-Thickness Conductivity of Carbon Fiber Reinforced Polymer Using Carbon Nanotube/Polyethylenimine at the Interlaminar Region // *Journal of Applied Polymer Science*. 2021. Vol. 138. Iss. 5. P. 49749.
11. *Карасева Е.В. и др.* Влияние свойств углеродных материалов на удельную энергию и длительность циклирования литий-серных аккумуляторов // *Электрохимическая энергетика*. 2022. № 4. С. 181–193.
12. *Яковлева Е.В. и др.* Электрохимическое наноструктурирование графита для применения в химических источниках тока // *Электрохимическая энергетика*. 2020. № 1. С. 45–54.
13. *Казаринов И.А. и др.* От щелочных аккумуляторов к суперконденсаторам. Оксидно-никелевый электрод: теория процессов и современные технологии его изготовления // *Электрохимическая энергетика*. 2017. № 4. С. 173–224.
14. *Noor Ihsan Jalal, Raheek I. Ibrahim, Manal Kadhim.* A Review on Supercapacitors: Types and Components // *Journal of Physics: Conference Series*. 2021. Vol. 1973. № 1. Article № 012015.
15. *Raza W. et al.* Recent Advancements in Supercapacitor Technology // *Nano Energy*. 2018. Vol. 52. P. 441–473.
16. *Вольфович Ю.М.* Суперконденсаторы, выпускаемые промышленными компаниями // *Электрохимическая энергетика*. 2024. № 1. С. 3–27.
17. *Kumar N. et al.* Recent Advanced Supercapacitor: A Review of Storage Mechanisms, Electrode Materials, Modification, and Perspectives // *Nanomaterials*. 2022. Vol. 12. № 20. Article № 3708.
18. *Ahmad R., Shah M.A.* Hydrothermally Synthesised Nickel Oxide Nanostructures on Nickel Foam and Nickel Foil for Supercapacitor Application // *Ceramics International*. 2023. Vol. 49. № 4. P. 6470–6478.
19. *Kulnitskiy B.A. et al.* Formation of Onion-Like Structures from Pitch Coke under Pressure // *Журнал Сибирского федерального университета. Математика и физика*. 2018. № 4. С. 513–518.
20. *Филимонова М.А., Филимонов С.В., Копицына М.Н.* Углеродные материалы на основе пенографита // *Тенденции развития науки и образования*. 2024. № 111. С. 213–218.
21. *Чесноков Н.В., Кузнецов Б.Н., Микова Н.М.* Углеродные и композиционные материалы из природных графитов // *Журнал Сибирского федерального университета. Химия*. 2013. № 1. С. 11–22.
22. *Панина Л.В. и др.* Влияние условий сушки на структурные характеристики пленок оксида графена, полученных из пенографита // *Вестник Кузбасского государственного технического университета*. 2021. № 6 (148). С. 5–12.
23. *Чудинов Е.А., Кедринский И.А., Шишко В.С.* Электрохимические характеристики пенографита // *Электрохимическая энергетика*. 2004. № 3. С. 153–158.
24. *Финаенов А.И. и др.* Терморасширенный графит в электродах химических источников тока // *Вестник Саратовского государственного технического университета*. 2012. № 1 (68). С. 107–112.

Поступила в редакцию 15.05.25

После доработки 19.05.25

Принята к публикации 19.05.25

## Synthesis of Exfoliated Graphite and Study of Its Electrical Conductivity in the Composition of Active Masses of Three-Dimensional Electrodes for Supercapacitors

M.V. MOROZOV<sup>1</sup>, S.V. DROBYSHEV<sup>1</sup>, D.N. ZHUKOVA<sup>1</sup>, V.V. KUZNETSOVA<sup>1</sup>, D.N. MOROZOV<sup>2</sup>, AND E.A. SOLOV'EV<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Tupolev Kazan National Research Technical University, Kazan

<sup>2</sup> AO "Severnyi Press", Saint Petersburg

*Exfoliated graphite was synthesized from oxidized thermally expanding graphite under the influence of electromagnetic radiation. The surface morphology was studied using the scanning electron microscopy and the layered structure of the exfoliated graphite was shown. The study of the elemental composition obtained by the method of energy-dispersive X-ray spectroscopy revealed the absence of impurities in the exfoliated graphite. Three-dimensional electrodes were obtained and conductivity of various mixtures of active materials for chemical current sources with synthesized exfoliated graphite was studied.*

**Conductive additives, carbon materials, exfoliated graphite, nickel oxide electrode, current-voltage characteristics, electrical conductivity, electrochemistry**

## Моделирование бортового кабеля при криогенных температурах и вакууме

**С.В. ЕФРЕМОВ**  
(АО «РЕШЕТНЕВ»,  
Железногорск),

**В.П. ЗДОРНИКОВА,**  
**А.П. ЛЕОНОВ,**

канд. техн. наук,

**О.В. САПУГОЛЬЦЕВА,**  
канд. техн. наук

(Инженерная школа  
энергетики НИ ТПУ, Томск)  
vpz3@tpu.ru

*Приведены результаты моделирования кабельных изделий с учетом специфики применения в бортовой кабельной сети космического аппарата. Оценено распределение теплового поля в элементах конструкции бортовых проводов при криогенных температурах и вакууме. Разработка и исследование моделей проводилось в среде COMSOL Multiphysics. Сравнение теоретических и экспериментальных значений сопротивления токопроводящей жилы подтверждает адекватность разработанной модели.*

**Моделирование, бортовая кабельная сеть, токопроводящая жила, электрическая изоляция, тепловое поле, криогенные температуры, вакуум**

По данным на 2024 г., Российская Федерация занимает третье место в мире по темпам развития национальной космической группировки. По состоянию на ноябрь 2024 г. орбитальная спутниковая группировка Российской Федерации насчитывала 290 действующих космических аппаратов социально-экономического, научного и двойного назначения. В соответствии с основными положениями проекта Федеральной космической программы на 2026–2035 гг. одной из приоритетных задач является создание к середине 2030-х гг. лунной космической обсерватории [1]. Ключевым компонентом является бортовая кабельная сеть, обеспечивающая функционирование любых космических аппаратов на протяжении всего цикла эксплуатации.

Как показывает опыт эксплуатации, более половины отказов бортовой электроники космических аппаратов на геостационарной и высокоэллиптических орбитах происходит в результате теплового перегрева изоляции и кабеля в целом [2].

В условиях эксплуатации в космическом пространстве кабельные изделия подвержены воздействию внешних факторов, которые могут существенно влиять на их надежность и долговечность. Срок службы бортовой кабельной сети в глубоком вакууме при воздействии атомарного кислорода составляет 15 лет, а при совместном воздействии солнечной радиации он снижается до 10 лет. В связи с этим увеличивается хрупкость изоляции [3–5].

На этапах разработки и проектирования космического аппарата кабельные изделия подвергаются испытаниям на устойчивость к внешним воздействующим факторам, характерным для условий эксплуатации бортовой кабельной сети. Особо тщательной проверке подлежат проводниковые и электроизоляционные материалы. Основные испытания связаны с воздействием солнечного излучения, радиационным старением в условиях вакуума и стойкостью к повышенным и пониженным температурам [6–14].

В настоящее время в технической литературе недостаточно информации о методах оценки электрофизических свойств кабельных изделий в условиях одновременного воздействия криогенных температур и вакуума. Кроме того, традиционные экспериментальные подходы в данном случае являются трудоемки и сложны. В связи с этим возникает необходимость применения методов цифрового моделирования для исследования электрофизических свойств материалов в экстремальных условиях. Данный подход позволит воспроизвести сложные электрофизические процессы, протекающие при одновременном воздействии криогенных температур и вакуума, без необходимости проведения длительных дорогостоящих экспериментов.

Построение цифровой модели производилось в среде COMSOL Multiphysics, предоставляющей широкие возможности для решения задач многопрофильного моделирования. С помощью цифровых моделей возможно анализировать поведение материалов в широком диапазоне параметров, что сложно осуществить в реальных экспериментальных условиях.

Разработка и изучение моделей позволяет спрогнозировать свойства бортовых кабелей и проводов с учетом специфики эксплуатации в условиях космического пространства, а также дать заключение о

возможности их применения, что является актуальной задачей. В отличие от реальных испытаний, в рамках моделирования можно легко варьировать свойства материалов, геометрические размеры и внешние воздействия [15–17].

При построении модели за основу приняли два базовых элемента – одиночный провод круглого сечения и два изолированных проводника в общей оболочке (криожгут). В качестве изоляционных материалов приняты полиимид и политетрафторэтилен. Оболочка состоит из нескольких последовательно чередующихся слоев алюмополимерной и полиимидной лент на акриловой основе. В качестве материала токопроводящей жилы выбраны бескислородная медь, нержавеющая сталь SS316 и титан [18–25].

При переходе к криогенным температурам важно оценить электрическое сопротивление токопроводящей жилы, поскольку снижение температуры сопровождается изменением физических свойств материалов. При сверхнизких температурах процессы, обуславливающие изменение сопротивления проводниковых материалов и тепловое состояние бортовой кабельной сети, могут существенно повлиять на общее функционирование системы. Для кабельных изделий, используемых в системах электропитания, это особенно важно, так как электрическое сопротивление напрямую влияет на стабильность передачи энергии и сигналов между элементами системы электропитания космического аппарата. Если значения сопротивления выходят за пределы допустимых, это может привести к сбоям в работе электрооборудования, тем самым уменьшится надежность или полностью нарушится функционирование. Таким образом, контроль и анализ электрофизических характеристик кабельных изделий в условиях криогенных температур является важным этапом, обеспечивающим устойчивое функционирование всей электроники в жестких условиях эксплуатации.

Следует отметить, что в области низких температур изменение сопротивления не всегда подчиняется линейным закономерностям [21, 25]. Такое поведение может приводить к нелинейному и сложно прогнозируемому изменению сопротивления, особенно при температурах, приближающихся к температуре жидкого гелия.

Теплоотвод в вакууме при криогенных температурах – сложный процесс, который зависит прежде всего от свойств материалов и геометрии поверхности [26, 27].

В условиях высокого вакуума конвективные и проводящие механизмы теплопередачи в окружающее пространство исключены из-за отсутствия среды для их реализации. Теплоотвод в данных условиях осуществляется исключительно за счет теплового излучения.

При построении модели элементов бортовой кабельной сети приняты основные геометрические соотношения и свойства применяемых материалов: длина базового элемента  $l = 700$  мм; диаметр токопроводящей жилы  $d = 0,255$  мм; удельная теплоемкость  $C_p$ , Дж/кг·К; коэффициент теплопроводности  $\lambda_p$ , Вт/м·К (табл. 1).

Таблица 1

Внешние условия	Медь		Сталь		Титан		Политетрафторэтилен		Полиимид	
	$C_p$	$\lambda_p$	$C_p$	$\lambda_p$	$C_p$	$\lambda_p$	$C_p$	$\lambda_p$	$C_p$	$\lambda_p$
$T = 295$ К; $P = 10^5$ Па	389,209	396,740	486,662	15,176	520	5,946	1020,332	0,273	749,164	0,191
$T = 7$ К; $P = 1,3 \cdot 10^{-4}$ Па	0,331	2100	3,501	0,569	35	0,168	5,920	0,075	4,283	0,015

При построении модели примем следующие допущения.

Температура окружающей среды в вакууме  $T = 7$  К; при нормальных условиях (давление  $P = 10^5$  Па; температура  $T = 295$  К) значение коэффициента теплоотдачи принимается  $h = 10$  Вт<sup>2</sup>/м·К (естественная конвекция) [22]. При вакууме теплоотвод происходит за счет радиационного излучения. Изоляция базовых элементов выполнена из однородных слоев полиимида и политетрафторэтилена общей толщиной 0,25 мм. Внутренняя поверхность оболочки выполнена из алюминия. Коэффициенты радиационной эмиссии излучающих поверхностей принимаются равными  $\varepsilon_{Al} = 0,03$ ;  $\varepsilon_{ПТФЭ} = 0,95$ ;  $\varepsilon_{ПИМ} = 0,9$  [4].

Приведем модели изолированного провода (рис. 1, *a*) и криожгута с токопроводящей жилой из меди (рис. 1, *б*), нержавеющей стали (рис. 1, *в*) и титана (рис. 1, *г*).

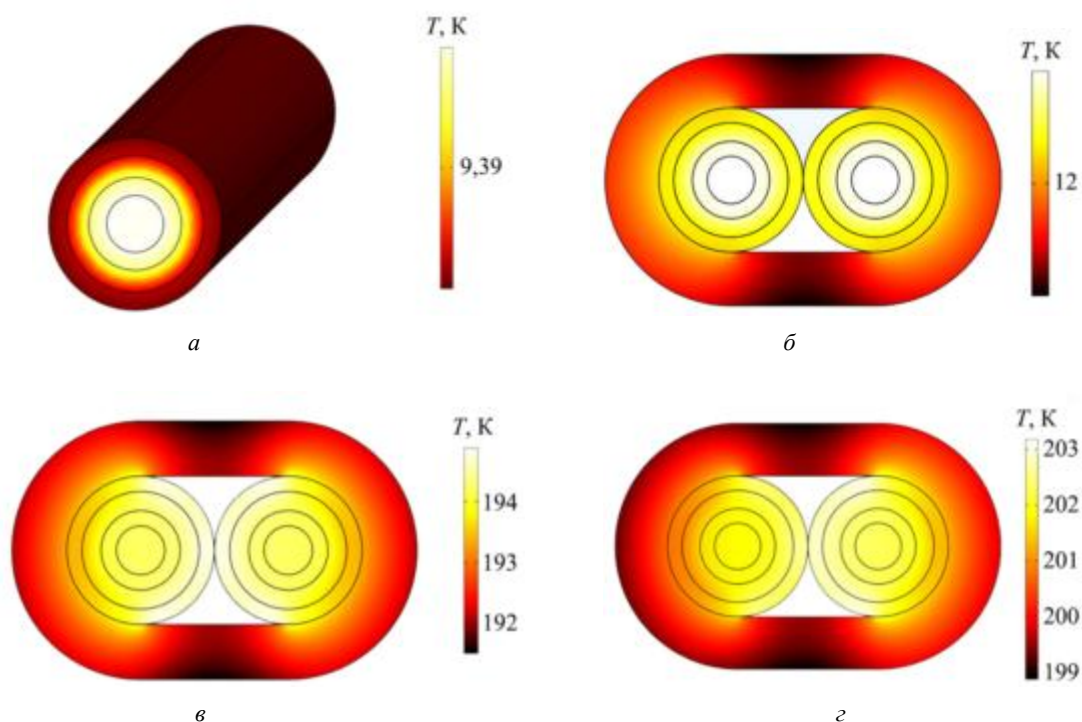


Рис. 1

По результатам моделирования определили активное сопротивление токопроводящей жилы  $R_a$  и распределение температуры по сечению образца.

Полученные значения сопротивления согласуются с литературными данными [28–30]. Результаты определения температуры токопроводящей жилы  $T_{\text{ТПЖ}}$  приведены в табл. 2.

Таблица 2

Конструкция элемента бортовой кабельной сети	Материал токопроводящей жилы	$T_{\text{ТПЖ}}$ , К	
		$T = 295 \text{ К}; P = 10^5 \text{ Па}$	$T = 7 \text{ К}; P = 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ Па}$
Провод	Медь	295	9,39
	Сталь	295,06	35
	Титан	295,07	39
Криожгут	Медь	295	12
	Сталь	295,06	194
	Титан	295,07	202

В модели криожгута отмечен больший нагрев по сравнению с одиночным проводом (см. рис. 1, *a*). В центральных частях модели (рис. 1, *б–г*) между изолированными жилами наблюдается эффект взаимного влияния (токопроводящие жилы обуславливают взаимный нагрев). Отмечено значительное увеличение температуры в нагреве токопроводящей жилы (по мере роста): медь – нержавеющая сталь – титан. При нормальных условиях перегрева (температура токопроводящей жилы превышает температуру окружающей среды) не обнаружено.

В работе экспериментальным путем определено сопротивление меди и нержавеющей стали при низкой температуре. В качестве образца использован криожгут, применяемый при производстве бортовой кабельной сети. Испытания проводились с использованием термовакуумной установки, обеспечивающей охлаждение до температуры 7 К и вакуум не менее  $10^{-3}$  Па.

Схема проведения испытаний показана на рис. 2. Здесь: 1 – испытуемый образец; 2 – комплект кабелей; 3 – датчик температурный; 4 – переключатель; 5 – вакуумная установка.

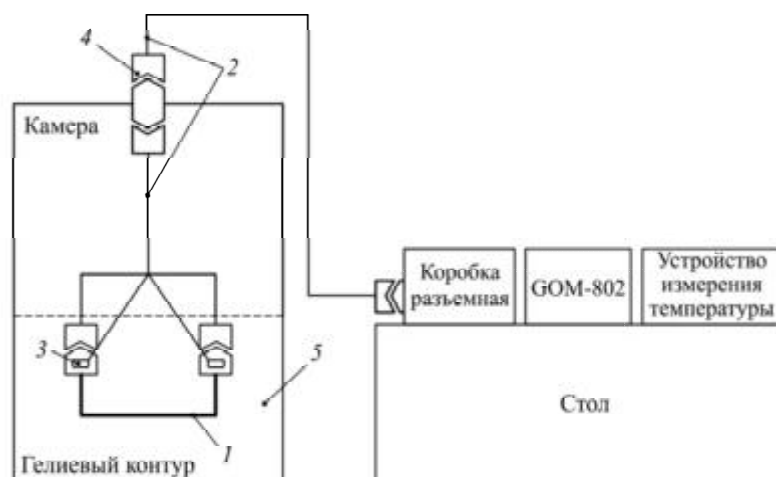


Рис. 2

В процессе охлаждения образца температура контролируется каждые 30 мин. Температурный режим считается установившимся при выполнении условия, согласно которому изменение температуры образца (в процессе охлаждения) не превышает 0,5 К за период времени, равный 2 ч, по показаниям каждого температурного датчика, установленного на образце.

Измерение сопротивления токопроводящей жилы осуществлено при помощи омметра GOM-802 по четырехпроводной схеме. Разделение токовых и измерительных цепей в данной схеме позволяет минимизировать погрешность, вызванную сопротивлением самой проводки, поскольку это сопротивление не влияет на измеряемое значение. Процесс измерения устойчив к изменениям температуры и другим внешним условиям, благодаря чему обеспечивается высокая стабильность и повторяемость результатов. Результаты теоретической и экспериментальной оценки величин сопротивления токопроводящих жил, выполненных из различных материалов, приведены в табл. 3. Сопротивление измерено при температуре 295 и 7 К.

Таблица 3

Материал токопроводящей жилы	Внешние условия							
	$T = 295 \text{ К};$ $P = 10^5 \text{ Па}$				$T = 7 \text{ К};$ $P = 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ Па}$			
	$R_{\text{расч}}$	$R_{\text{мод}}$	$R_{\text{эксп}}$	$K$	$R_{\text{расч}}$	$R_{\text{мод}}$	$R_{\text{эксп}}$	$K$
Медь	0,2338	0,2287	0,25	0,95	0,00248	0,00249	0,019	-0,19
Сталь	10,314	10,283	11,52	0,93	6,8762	6,8586	7,75	0,93
Титан	10,422	10,401	-	-	6,9938	6,9843	-	-

Теоретическое значение сопротивления определено в соответствии с ГОСТ 28249-93 [31] ( $R_{\text{расч}}$ ) и по результатам модели, приведенной в настоящей статье ( $R_{\text{мод}}$ ).

Адекватность модели подтверждается высоким значением коэффициента сходимости [32] для большинства полученных значений.

Измерения сопротивления на экспериментальной установке ( $R_{\text{эксп}}$ ) проводились по четырехпроводной схеме, что исключает влияние измерительных проводов на результаты. В данном случае используется прямой расчет сопротивления как отношения измеренного напряжения на образце к протекающему через него току. При нормальных условиях зависимость между сопротивлением и температурой является линейной, что означает пропорциональное изменение сопротивления при изменении температуры. Однако при криогенных температурах эта зависимость, особенно характерная для меди, утрачивает свою линейную природу, что существенно усложняет расчеты. В частности, усложняется применение известных формул для расчета сопротивления, основанных на предположении линейной связи между этими величинами. Это подтверждается полученным низким коэффициентом сходимости для меди при темпе-

ратуре 7 К. В случае стали подобные отклонения отсутствуют ввиду сохранения линейности зависимости удельного сопротивления от температуры вплоть до достижения криогенных условий.

Большинство материалов с высокой электрической проводимостью характеризуются также и высоким коэффициентом теплопроводности.

В области криогенных температур высокая теплопроводность оказывает большее влияние на тепловое состояние кабельных изделий, чем нагрев, обусловленный джоулевыми потерями.

Теплопроводность нержавеющей стали, в отличие от чистого металла (медь, титан), уменьшается с понижением температуры. Это связано с тем, что в сплавах не так заметно изменение электропроводности в температурном ходе. Согласно закону Видемана – Франца – Лоренца теплопроводность изменяется пропорционально температуре.

Медь характеризуется высокой теплопроводностью, однако ее способность к теплоотдаче в окружающую среду ограничена. Напротив, сталь демонстрирует более интенсивное тепловыделение, при этом ее теплопроводные свойства выражены слабее. Это важно при подключении проводов к приборам и аппаратуре космического аппарата в условиях криогенных температур. Титану же присуще повышенное значение удельного сопротивления, следствием которого является увеличение тепловыделения и нагрева [33].

Таким образом, разработана 3D-модель, позволяющая исследовать электрофизические и тепловые характеристики элементов бортовой кабельной сети в условиях криогенных температур при вакууме.

Коэффициент сходимости в большинстве случаев составляет более 90 %.

Применение модели позволит оценить распределение теплового поля и степень нагрева элемента бортовой кабельной сети. В свою очередь, на этапе проектирования возможно обосновать выбор материалов и определить величины номинальных токов с учетом внешних воздействующих факторов. Полученные результаты будут полезны при проектировании элементов бортовой кабельной сети любой конфигурации, выборе материалов и оценки степени нагрева токопроводящей жилы, изоляции и мест контактных соединений.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Назаров А.Д. Достижения, проблемы и перспективы современного этапа освоения космоса // Вопросы политологии. 2021. № 3 (67). С. 651–662.
2. Толстиков С.Ю., Саенко В.С., Тютнев А.П. Исследование и разработка безразрядной изоляции проводов космического применения // Журнал технической физики. 2022. № 6. С. 779–782.
3. Reddy R.M. Effect of Low Earth Orbit Atomic Oxygen on Spacecraft Materials // Journal of Materials Science. 1995. Vol. 30. P. 281–307.
4. Power Distribution Systems [Electronical Resource]. URL: [https://www.crystal.ru/pdf/axon/Kabel\\_dlya\\_kosmicheskogo\\_primeneniya\\_Axon\\_eng.pdf](https://www.crystal.ru/pdf/axon/Kabel_dlya_kosmicheskogo_primeneniya_Axon_eng.pdf) (дата обращения: 27.01.2025).
5. Васильев И.С. и др. Расчет параметров надежности бортовой кабельной сети с алюминиевыми проводами // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 2. С. 148–155.
6. Жданова К.А., Щеглов Г.А., Туманов Н.А. Расчетно-экспериментальное исследование теплового режима бортового вычислительного модуля наноспутника // Изв. вузов. Авиационная техника. 2024. № 3. С. 172–179.
7. Коллеров М.Ю. и др. Функциональные металл-полимерные композиционные материалы с обратимым эффектом памяти формы для авиационных и космических конструкций // Изв. вузов. Авиационная техника. 2020. № 4. С. 155–162.
8. Tabachnikova E.D. et al. Mechanical Properties of a Two-Phase High-Entropy Fe<sub>50</sub>Mn<sub>30</sub>Co<sub>10</sub>Cr<sub>10</sub> Alloy down to Ultralow Temperatures // Low Temperature Physics. 2022. Vol. 48. Iss. 10. P. 845–852.
9. Gludovatz V. et al. A Fracture-Resistant High-Entropy Alloy for Cryogenic Applications // Science. 2014. Vol. 345. Iss. 6201. P. 1153–1158.
10. Нусинов М.Д. Влияние космического вакуума на материалы и устройства научной аппаратуры. М.: Машиностроение, 1987. 48 с.
11. Царева О.О. и др. Радиационные пояса в процессе инверсии магнитного поля Земли // Космические исследования. 2020. № 4. С. 261–267.
12. Безродных И.П. и др. Радиационные условия на геостационарной орбите // Вопросы электромеханики. Тр. ВНИИЭМ. 2010. № 4. С. 33–42.
13. Безродных И.П. и др. Структура и динамика межпланетных ударных волн и их влияние на радиационные условия на орбитах космических аппаратов // Вопросы электромеханики. Тр. ВНИИЭМ. 2011. № 4. 6. 15–24.
14. Волощев В.В., Ткаченко И.С. Введение в проектирование космических аппаратов. Самара: Самарский ун-т, 2018. 144 с.

15. *Le T. et al.* Quantitative Structure–Property Relationship Modeling of Diverse Materials Properties // *Chemical Reviews*. 2012. Vol. 112. № 5. P. 2889–2919.
16. *Korchagin S. et al.* Mathematical Modeling of the Electrophysical Properties of a Layered Nanocomposite Based on Silicon with an Ordered Structure // *Mathematics*. 2021. Vol. 9. № 24. Article № 3167.
17. *Алексеев В.Ф. и др.* Моделирование джоулева нагрева в среде COMSOL Multiphysics // *Доклады Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники*. 2018. № 7 (117). [Электронный ресурс]. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/modelirovanie-dzhouleva-nagreva-v-srede-comsol-multiphysics/viewer>.
18. *Nikolaev A.A. et al.* On the Low-Temperature Complex Surface Modification of Titanium Alloys // *Journal of Surface Investigation*. 2022. Vol. Iss. 6. P. 977–982.
19. *Zheng C., Yu W.* Effect of Low-Temperature on Mechanical Behavior for an AISI 304 Austenitic Stainless Steel // *Materials Science and Engineering A*. 2018. Vol. 710. P. 359–365.
20. *Shin H.S., Lee H.-M., Kim M.-S.* Impact Tensile Behaviors of 9% Nickel Steel at Low Temperature // *International Journal of Impact Engineering*. 2000. Vol. 24. Iss. 6-7. P. 571–581.
21. *Карасев Ю.В. и др.* Электрофизические свойства проводов из высокочистых сортов меди и алюминия при криогенной температуре // *Вопросы атомной науки и техники. Сер. Материаловедение и новые материалы*. 2018. № 1 (92). С. 14–22.
22. *Woodcraft A.L.* Recommended Values for the Thermal Conductivity of Aluminium of Different Purities in the Cryogenic to Room Temperature Range, and a Comparison with Copper // *Cryogenics*. 2005. Vol. 45. № 9. P. 626–636.
23. *Alzina A. et al.* Multiscale Modelling of Thermal Conductivity in Composite Materials for Cryogenic Structures // *Composite Structures*. 2006. Vol. 74. Iss. 2. P. 175–185.
24. *Nadig D.S. et al.* Effect of Cryogenic Treatment on Thermal Conductivity Properties of Copper // *AIP Conference Proceedings*. 2012. Vol. 1435. Iss. 1. P. 133–139.
25. *Kalia S.* Cryogenic Processing: A Study of Materials at Low Temperatures // *Journal of Low Temperature Physics*. 2010. Vol. 158. P. 934–945.
26. *Салахутдинов Г.М.* Тепловая защита в космической технике. М.: Знание, 1982. 64 с.
27. *Цаплин С.В., Большев С.А., Романов А.Е.* Теплообмен в космосе: Самара: Изд-во Самарского ун-та, 2018. 92 с.
28. *Sumption M.D. et al.* Performance Metrics of Electrical Conductors for Aerospace Cryogenic Motors, Generators, and Transmission Cables // *Cryogenics*. 2020. Vol. 111. Article № 103171.
29. *Daal M. et al.* Properties of Selected Structural and Flat Flexible Cabling Materials for Low Temperature Applications // *Cryogenics*. 2019. Vol. 98. P. 47–59.
30. *Marquardt E.D., Le J.P., Radebaugh R.* Cryogenic Material Properties Database // *Cryocoolers 11* / Ed. R.G. Ross. N.Y.: Springer, 2002. P. 681–687.
31. ГОСТ 28249-93. Короткие замыкания в электроустановках. Методы расчета в электроустановках переменного тока напряжением до 1 кВ. М.: Стандартиформ, 1993. 66 с.
32. ГОСТ Р 5725-6-2002. Точность (правильность и прецизионность) методов и результатов измерений. Ч. 6. Использование значений точности на практике. М.: Стандартиформ, 2002. 42 с.
33. *Leutenegger P.H. et al.* Design and Analysis of the Cryoharness for Planck LFI // *Proceedings of the SPIE*. 2003. Vol. 5172. P. 130–140.

Поступила в редакцию 27.02.25

После доработки 22.03.25

Принята к публикации 22.03.25

## Modeling of Onboard Cable at Cryogenic Temperatures and under Vacuum Conditions

S.V. EFREMOV<sup>1</sup>, V.P. ZDORNIKOVA<sup>2</sup>, A.P. LEONOV<sup>2</sup>, AND O.V. SAPUGOL'TSEVA<sup>2</sup>

<sup>1</sup> АО “ISS-Reshetnev Company”, Zheleznogorsk

<sup>2</sup> PES TPU, Tomsk

*The paper presents the results of simulation of cables taking into account the specific operating conditions within the spacecraft onboard cable network. The thermal field distribution in structural components of onboard cables under cryogenic temperatures and vacuum conditions was assessed. Modeling and analysis were carried out using the COMSOL Multiphysics software environment. The comparison of theoretical and experimental resistance values of the current-carrying conductor confirms the adequacy of the model developed.*

**Modeling, onboard cable network, current-carrying conductor, electrical insulation, thermal field, cryogenic temperatures, vacuum**

## Математическое моделирование идентификации топологии антенн бортового радиоэлектронного оборудования на планере самолета

*Разработан метод оптимального размещения антенн на планере самолета. Получен вид частотного анализа, позволяющий выявить частотные каналы проникновения электромагнитных помех в радиоприемные устройства. При этом определяются граничные значения частот полосы излучения передатчиков, граничные значения полосы пропускания приемников и полосы пораженных частот приемников для граничных частот полосы излучения и полосы пропускания. В случае выявления частотного канала проникновения непреднамеренных электромагнитных помех проводится энергетический анализ, являющийся конечным этапом оценивания электромагнитной совместимости. Определяется мощность проникновения непреднамеренных электромагнитных помех, принимаемых антенной приемника. В качестве параметра мощности используется индекс влияния между передающими и приемными антеннами. В качестве критерия оптимизации размещения антенн предлагается использовать минимизацию суммы произведений комбинаций индексов влияния передатчиков на приемники по определенным частотным каналам. Разработан алгоритм определения оптимальных координат антенн на основе модифицированного метода Хука – Дживса.*

**В.Н. НИКОЛАЕВ,**  
д-р техн. наук  
(ФАН «СибНИИ  
им. С.А. Чаплыгина»,  
Новосибирск)  
nikvla50@mail.ru

**Бортовое радиоэлектронное оборудование, антенна, электромагнитные помехи, передатчик, приемник, частотный анализ, энергетический анализ, параметрическая идентификация**

Одной из характерных особенностей развития авиационной техники в настоящее время является усложнение бортового радиоэлектронного оборудования как в количественном, так и в качественном отношении, в связи с чем обостряется проблема обеспечения его электромагнитной совместимости [1–6].

Необходимость сокращения резко возросших объемов натурных работ, связанных с оценкой и обеспечением электромагнитной совместимости, обусловила увеличение роли оптимизации топологии антенн бортового радиоэлектронного оборудования на планере самолета на ранних этапах цикла создания самолета. При этом была принята методика определения ослабления радиоволн на основе приближения Кирхгофа оптической теоремы [7].

Для оптимизации топологии антенн на планере самолета необходимо решить задачи определения критерия оптимизации размещения антенн, разработки алгоритма определения оптимальных координат антенн, выбора критерия останова алгоритма.

Проанализировав методы расчета ослабления радиоволн при обтекании планера самолета [8–19], критерий оптимизации размещения антенн можно представить в следующем виде:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n dP_{ij} \rightarrow \min, \quad dP_{ij} \leq 0, \quad (1)$$

где  $dP_{i,j}$  – индекс влияния  $i$ -го передатчика на  $j$ -й приемник по определенному частотному каналу.

Существует два аспекта анализа электромагнитной совместимости бортового радиоэлектронного оборудования на самолете – частотный и энергетический.

Частотный анализ позволяет выявить частотные каналы проникновения электромагнитных помех в радиоприемные устройства и состоит из определения граничных значений частот полосы излучения  $f_{tr,min}$ ,  $f_{tr,max}$  передатчиков; граничных значений полосы пропускания  $f_{rc,min}$ ,  $f_{rc,max}$  приемников; полосы пораженных частот  $f_{rc}$  приемников для граничных частот полосы излучения и полосы пропускания.

Граничные значения гармоник частот полосы основного излучения, побочного излучения  $f_{tr,l}$ ,  $f_{tr,h}$  передатчика при частотной и фазовой модуляциях определяются по формулам

$$\begin{aligned} f_{tr,l} &= K(f_{tr,\min} + idf_{tr} - df_{tr,ln}/2); \\ f_{tr,h} &= K(f_{tr,\min} + idf_{tr} + df_{tr,ln}/2), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $f_{tr,\min}$  – минимальная частота диапазона;  $df_{tr}$  – шаг перестройки по диапазону;  $df_{tr,ln}$  – полоса излучения;  $K$  – номер гармоники от 1 до 15;  $i$  – шаг перестройки от  $df_{tr}$  до  $ndf_{tr}$ , пока

$$(f_{tr,\min} + idf_{tr}) \leq f_{tr,\max}. \quad (3)$$

Здесь:  $f_{tr,\max}$  – максимальная частота диапазона;  $n$  – целое число.

Граничные значения гармоник частот полосы основного излучения, побочного излучения  $f_{tr,l}$ ,  $f_{tr,h}$  передатчика при амплитудной модуляции определяются по формулам

$$\begin{aligned} f_{tr,l} &= K(f_{tr,\min} + idf_{tr}) - df_{tr,ln}/2; \\ f_{tr,h} &= K(f_{tr,\min} + idf_{tr}) + df_{tr,ln}/2, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $K$  – номер гармоники от 1 до 15;  $i$  – шаг перестройки от  $df_{tr}$  до  $ndf_{tr}$ , пока

$$(f_{tr,\min} + idf_{tr}) \leq f_{tr,\max}, \quad (5)$$

где  $n$  – целое число.

Граничные значения полосы пропускания  $f_{rc,l}$ ,  $f_{rc,h}$  канала основного приема для приемника прямого усиления и супергетеродинного приемника определяются по формулам

$$\begin{aligned} f_{rc,l} &= f_{rc,\min} + idf_{rc} - df_{rc,ln}/2; \\ f_{rc,h} &= f_{rc,\min} + idf_{rc} + df_{rc,ln}/2, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $f_{rc,\min}$  – минимальная частота диапазона для приемника прямого усиления;  $df_{rc}$  – шаг перестройки по диапазону;  $df_{rc,ln}$  – полоса пропускания;  $i$  – шаг перестройки от  $df_{rc}$  до  $mdf_{rc}$ , пока

$$(f_{rc,\min} + idf_{rc}) \leq f_{rc,\max}. \quad (7)$$

Здесь  $f_{rc,\max}$  – максимальная частота диапазона для приемника прямого усиления;  $m$  – целое число.

Граничные значения полосы пропускания  $f_{mr,l}$ ,  $f_{mr,h}$ ,  $f_{tr,l}$ ,  $f_{rc,ad,l}$ ,  $f_{rc,ad,h}$  канала побочного приема (знак «+») супергетеродинного приемника определяются по формулам

$$\begin{aligned} f_{mr,l} &= (f_{rc,gt,\min} + idf_{rc,gt}) + (f_{rc,bt,\min} + jdf_{rc,bt}) - df_{rc,ln}/2; \\ f_{mr,h} &= (f_{rc,gt,\min} + idf_{rc,gt}) + (f_{rc,bt,\min} + jdf_{rc,bt}) + df_{rc,ln}/2; \\ f_{rc,ad,l,l} &= q(f_{rc,gt,\min} + idf_{rc,gt}) \pm (f_{rc,bt,\min} + jdf_{rc,bt}) - df_{rc,ln}/2; \\ f_{rc,ad,h,l} &= q(f_{rc,gt,\min} + idf_{rc,gt}) \pm (f_{rc,bt,\min} + jdf_{rc,bt}) + df_{rc,ln}/2, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $f_{rc,gt,min}$  – минимальная частота гетеродина;  $df_{rc,gt}$  – шаг перестройки гетеродина;  $f_{rc,bt,min}$  – минимальное значение промежуточной частоты;  $df_{rc,bt}$  – шаг перестройки промежуточной частоты;  $q$  – номер гармоники от 1 до 15;  $i$  – шаг перестройки от  $df_{rc,gt}$  до  $ndf_{rc,gt}$ , пока

$$(f_{rc,gt,min} + idf_{rc,gt}) \leq f_{rc,gt,max} . \quad (9)$$

Здесь  $f_{rc,gt,max}$  – максимальная частота гетеродина;  $n$  – целое число;  $j$  – шаг перестройки от  $df_{rc,bt}$  до  $mdf_{rc,bt}$ , пока

$$(f_{rc,bt,min} + jdf_{rc,bt}) < f_{rc,bt,max} , \quad (10)$$

где  $m$  – целое число.

Граничные значения полосы пропускания:  $f_{mr,l}$ ,  $f_{mr,h}$ ,  $f_{rc,ad,l}$ ,  $f_{rc,ad,h}$  канала побочного приема (знак « $\leftrightarrow$ ») гетеродинного приемника определяются по формулам

$$\begin{aligned} f_{mr,l} &= (f_{rc,gt,min} + idf_{rc,gt}) - (f_{rc,bt,min} + jdf_{rc,bt}) - df_{rc,ln} / 2; \\ f_{mr,h} &= (f_{rc,gt,min} + idf_{rc,gt}) - (f_{rc,bt,min} + jdf_{rc,bt}) + df_{rc,ln} / 2; \\ f_{rc,ad,l,2} &= q(f_{rc,gt,min} + idf_{rc,gt}) \pm (f_{rc,bt,min} + jdf_{rc,bt}) - df_{rc,ln} / 2; \\ f_{rc,ad,h,2} &= q(f_{rc,gt,min} + idf_{rc,gt}) \pm (f_{rc,bt,min} + jdf_{rc,bt}) + df_{rc,ln} / 2. \end{aligned} \quad (11)$$

Граничные значения полосы пропускания  $f_{rc,ds,ll}$ ,  $f_{rc,ds,lh}$ ,  $f_{rc,ds,hl}$ ,  $f_{rc,ds,hh}$  канала побочного приема для приемника прямого усиления определяются по формулам

$$\begin{aligned} f_{rc,ds,ll} &= 0,5(f_{rc,min} + idf_{rc}); \\ f_{rc,ds,lh} &= f_{rc,min} + idf_{rc} - df_{rc,ln} / 2; \\ f_{rc,ds,hl} &= f_{rc,min} + idf_{rc} + df_{rc,ln} / 2; \\ f_{rc,ds,hh} &= 15(f_{rc,min} + idf_{rc}). \end{aligned} \quad (12)$$

Полоса пораженных частот приемника  $pf_{rc}$  (основное излучение – канал основного приема, побочное излучение – канал основного приема) определяется:

- при  $f_{tr,l} \geq f_{rc,l}$ ,  $f_{tr,h} \leq f_{rc,h}$ :

$$pf_{rc} = f_{rc,h} - f_{tr,l}; \quad (13)$$

- при  $f_{tr,l} \leq f_{rc,l}$ ,  $f_{tr,h} \geq f_{rc,h}$ :

$$pf_{rc} = df_{rc,ln}; \quad (14)$$

- при  $f_{tr,l} \leq f_{rc,l}$ ,  $f_{rc,l} < f_{tr,h} \leq f_{rc,h}$ :

$$pf_{rc} = f_{tr,h} - f_{rc,l}; \quad (15)$$

- при  $f_{tr,l} \geq f_{rc,l}$ ,  $f_{tr,l} < f_{rc,h} \leq f_{tr,h}$ :

$$pf_{rc} = f_{rc,h} - f_{tr,l}. \quad (16)$$

Полоса пораженных частот приемника  $pf_{rc}$  (основное излучение – канал побочного приема супергетеродинного приемника, побочное излучение – канал побочного приема супергетеродинного приемника) определяется:

- при  $f_{tr,l} \geq f_{rc,ad,l}$ ,  $f_{tr,h} \leq f_{rc,ad,h}$ :

$$pf_{rc} = f_{rc,h} - f_{tr,l}; \quad (17)$$

- при  $f_{tr,l} \leq f_{rc,ad,l}$ ,  $f_{tr,h} \geq f_{rc,ad,h}$ :

$$pf_{rc} = df_{rc,ln}; \quad (18)$$

- при  $f_{tr,l} \leq f_{rc,ad,l}$ ,  $f_{rc,ad,l} < f_{tr,h} \leq f_{rc,ad,h}$ :

$$pf_{rc} = f_{tr,h} - f_{rc,ad,l}; \quad (19)$$

- при  $f_{tr,l} \geq f_{rc,ad,l}$ ,  $f_{tr,l} < f_{rc,ad,h} \leq f_{tr,h}$ :

$$pf_{rc} = f_{rc,ad,h} - f_{tr,l}. \quad (20)$$

Полоса пораженных частот приемника  $pf_{rc}$  (основное излучение – канал побочного приема супергетеродинного приемника зеркального канала, побочное излучение – канал побочного приема супергетеродинного приемника зеркального канала) определяется:

- при  $f_{tr,l} \geq f_{rc,mr,l}$ ,  $f_{tr,h} \leq f_{rc,mr,h}$ :

$$pf_{rc} = f_{tr,h} - f_{rc,ad,l}; \quad (21)$$

- при  $f_{tr,l} \leq f_{rc,mr,l}$ ,  $f_{tr,h} \geq f_{rc,mr,h}$ :

$$pf_{rc} = df_{rc,ln}; \quad (22)$$

- при  $f_{tr,l} \leq f_{rc,mr,l}$ ,  $f_{rc,mr,l} < f_{tr,h} \leq f_{rc,mr,h}$ :

$$pf_{rc} = f_{tr,h} - f_{rc,mr,l}; \quad (23)$$

- при  $f_{tr,l} \geq f_{rc,mr,l}$ ,  $f_{tr,l} < f_{rc,mr,h} \leq f_{tr,h}$ :

$$pf_{rc} = f_{rc,mr,h} - f_{tr,l}. \quad (24)$$

Полоса пораженных частот приемника  $pf_{rc}$  (основное излучение – канал побочного приема приемника прямого усиления, побочное излучение – канал побочного приема приемника прямого усиления) определяется:

- при  $f_{tr,l} \geq f_{rc,ds,ll}$  и  $f_{tr,h} \leq f_{rc,ds,lh}$ :

$$pf_{rc} = f_{tr,h} - f_{rc,ad,l}; \quad (25)$$

- при  $f_{tr,l} \leq f_{rc,ds,ll}$ ,  $f_{tr,h} \leq f_{rc,ds,lh}$ :

$$pf_{rc} = df_{rc,ln}; \quad (26)$$

- при  $f_{tr,l} \leq f_{rc,ds,ll}$ ,  $f_{rc,ds,ll} < f_{tr,h} \leq f_{rc,ds,lh}$ :

$$pf_{rc} = f_{tr,h} - f_{rc,ds,ll}; \quad (27)$$

- при  $f_{tr,l} \geq f_{rc,ds,ll}$ ,  $f_{tr,l} < f_{rc,ds,lh} \leq f_{tr,h}$ :

$$pf_{rc} = f_{rc,ds,lh} - f_{tr,l}. \quad (28)$$

Полоса пораженных частот приемника  $pf_{rc}$  (основное излучение – канал побочного приема приемника прямого усиления, побочное излучение – канал побочного приема приемника прямого усиления) определяется:

- при  $f_{tr,l} > f_{rc,ds,hl}$ ,  $f_{tr,h} < f_{rc,ds,hh}$ :

$$pf_{rc} = f_{tr,h} - f_{rc,ad,l}; \quad (29)$$

- при  $f_{tr,l} \leq f_{rc,ds,hl}$ ,  $f_{tr,h} \geq f_{rc,ds,hh}$ :

$$pf_{rc} = df_{rc,ln}; \quad (30)$$

- при  $f_{tr,l} \leq f_{rc,ds,hl}$ ,  $f_{rc,ds,hl} < f_{tr,h} \leq f_{rc,ds,hh}$ :

$$pf_{rc} = f_{tr,h} - f_{tr,ds,hl}; \quad (31)$$

- при  $f_{tr,l} \geq f_{rc,ds,hl}$ ,  $f_{tr,l} < f_{rc,ds,hh} \leq f_{tr,h}$ :

$$pf_{rc} = f_{rc,ds,hh} - f_{tr,l}. \quad (32)$$

Энергетический анализ является конечным этапом оценивания электромагнитной совместимости и проводится в случае выявления частотного канала проникновения непреднамеренных электромагнитных помех.

Мощность проникновения непреднамеренных электромагнитных помех, принимаемых антенной приемника, прямо пропорциональна мощности излучения  $P_c$  передатчика, коэффициенту связи между антеннами  $B$  и обратно пропорциональна чувствительности приемника  $E_{rc}$ , для частотных каналов побочного излучения обратно пропорциональна коэффициенту  $B_{gr}$  подавления гармоник передатчика, для частотных каналов побочного приема супергетеродинного приемника обратно пропорциональна относительной чувствительности  $B_{rc,gr}$  канала побочного приема и относительной чувствительности  $B_{rc,mr}$  зеркального канала.

Если мощность проникновения непреднамеренных электромагнитных помех отнести к чувствительности приемника (минимальной мощности, при которой устойчиво работает приемник) и прологарифмировать обе части уравнения, то получатся формулы индекса влияния  $dP$  между передающей и приемной антеннами [20].

Для частотных каналов типа основное излучение – канал основного приема, основное излучение – канал побочного приема приемника прямого усиления

$$dP = P_c + 10 \lg(pf_{rc}/df_{tr,ln}) + B - E_{rc}, \quad (33)$$

где  $P_c$  – мощность излучения;  $B$  – коэффициент связи между антеннами;  $E_{rc}$  – чувствительность приемника. Для частотных каналов типа побочное излучение – канал основного приема, побочное излучение – канал побочного приема приемника прямого усиления

$$dP = P_c + 10 \lg(pf_{rc}/df_{tr,ln}) + B - E_{rc} - B_{gr}, \quad (34)$$

где  $B_{gr}$  – коэффициент подавления гармоник передатчика.

Для частотных каналов типа основное излучение – канал побочного приема супергетеродинного приемника

$$dP = P_c + 10 \lg(pf_{rc}/df_{tr,ln}) + B - E_{rc} - B_{rc,gt}, \quad (35)$$

где  $B_{rc,gt}$  – относительная чувствительность канала побочного приема супергетеродинного приемника.

Для частотных каналов типа побочное излучение – канал побочного приема супергетеродинного приемника

$$dP = P_c + 10 \lg \left( pf_{rc} / df_{tr,ln} \right) + B - E_{rc} - B_{rc,gt} - B_{gr}. \quad (36)$$

Для частотных каналов типа основное излучение – зеркальный канал побочного приема супергетеродинного приемника

$$dP = P_c + 10 \lg \left( pf_{rc} / df_{tr,ln} \right) + B - E_{rc} - B_{rc,mr}, \quad (37)$$

где  $B_{rc,mr}$  – относительная чувствительность зеркального канала.

Для частотных каналов типа (побочное излучение – зеркальный канал побочного приема супергетеродинного приемника)

$$dP = P_c + 10 \lg \left( pf_{rc} / df_{tr,ln} \right) + B - E_{rc} - B_{rc,mr} - B_{gr}. \quad (38)$$

Коэффициент связи между антеннами представим в виде

$$B = -\text{abs}(L) - \text{abs}(F) + (G_{tr} + G_{rc}) - \text{abs}(K_{pl}) - \text{abs}(S_{tr} + S_{rc}), \quad (39)$$

где  $L$  – пространственное затухание;  $F$  – фактор затенения;  $G_{tr}$  – коэффициент усиления антенны передатчика;  $G_{rc}$  – коэффициент усиления антенны приемника;  $K_{pl}$  – коэффициент поляризационного несогласования антенн;  $S_{tr}$  – потери в высокочастотном тракте передатчика;  $S_{rc}$  – потери в высокочастотном тракте приемника.

Пространственное затухание для расстояния  $l$  между передатчиком и приемником для пораженных частот  $f$  будем определять по формуле

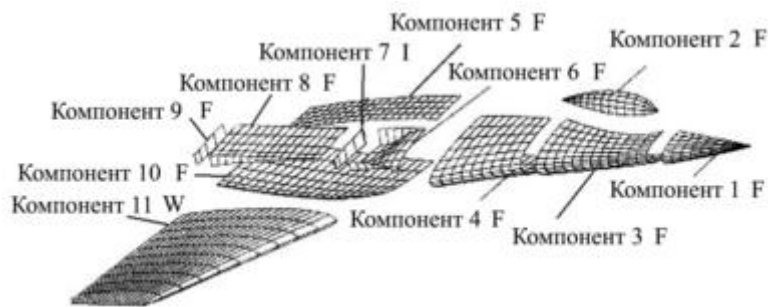
$$L = 20 \lg \left( 300 / (f(4\pi l)) \right). \quad (40)$$

Фактор затенения  $F$  из-за дифракции на произвольно чередующихся телах типа «клин», «полуплоскость» или «цилиндр» будем определять в соответствии с методиками [19]. Затем по результатам аппроксимации траектории распространения волн от точки излучения до точки приема находим пространственную развязку как сумму составляющих ослабления свободного пространства на траектории распространения волн и затенения любого характера.

Коэффициент  $K_{pl}$ , учитывающий поляризацию антенн передатчика и приемника, дБ, приведен в таблице.

Поляризация антенны радиоприемника, дБ	Поляризация антенны передатчика, дБ				
	горизонтальная		вертикальная		круговая
	$G_{tr} < 10$	$G_{tr} \geq 10$	$G_{tr} < 10$	$G_{tr} \geq 10$	
Горизонтальная:					
- $G_{rs} < 10$	0	0	-16	-16	-3
- $G_{rs} \geq 1$	0	0	-16	-20	-3
Вертикальная:					
- $G_{rs} < 10$	-16	-16	0	0	-3
- $G_{rs} \geq 1$	-16	-20	0	0	-3
Круговая	-3	-3	-3	-3	0

Алгоритм определения оптимальных координат антенн предлагается построить, основываясь на топологии геометрического описания поверхности планера. Для этого поверхность планера разбивается на компоненты (рисунок), затем каждый компонент делится на конечное число четырехугольных и треугольных элементов, выделяются узловые точки, задаются их координаты и связи узлов.



Генерация конечно-элементной сетки проводится для половины поверхности, расположенной на положительной  $Y$ -стороне  $XZ$ -планера и распространяется на другую симметричную часть.

Для более удобного геометрического представления сложной топологии поверхности планера проводится деление компонентов на три группы:

- компоненты «фюзеляжа» – F;
- компоненты «крыла» – W;
- компоненты «воздухозаборника» – I.

Фюзеляж, крыло, воздухозаборник, киль и стабилизатор как аналоги «крыла» могут быть поделены еще на несколько компонентов (см. рисунок). Компоненты «фюзеляжа» условно подразделяют на кольцевые полосы, нормальные к оси  $X$ , компоненты «крыла» – на продольные полосы изогнутых поверхностей. Затем каждую полосу компонентов «фюзеляжа», «крыла», «воздухозаборника» подразделяют на множество четырехугольных и треугольных элементов. Границы компонентов определяются по линиям конечно-элементной сетки.

Инициализация, т. е. начальное размещение антенн, происходит на основе предыдущих разработок. Перемещение антенн проводится по линиям конечно-элементной сетки, и оценивание критерия (1) происходит для узлов сетки. Простейший подход заключается в том, что поиск ведется на основе рекурсивного перебора направлений из произвольно заданного множества. С другой стороны, можно построить стратегию поиска, в рамках которой одно или несколько направлений поиска уточняются на каждой итерации, что позволяет согласовать систему направлений поиска с топологией планера самолета. Для того чтобы гарантировать возможность проведения поиска по всей рассматриваемой области, целесообразно наложить требование линейной независимости направлений поиска, которые должны образовывать базис в допустимой области определения.

Это обстоятельство было положено в основу модифицированного метода Хука – Дживса [20], являющегося одним из первых алгоритмов, в которых при определении нового направления поиска учитывается информация, полученная на предыдущих итерациях. Процедура Хука – Дживса представляет собой комбинацию исследующего поиска с циклическим изменением переменных и ускоряющегося поиска по образцу с использованием определенных эвристических правил. Исследующий поиск ориентирован на выявление характера локального поведения критерия (1). Полученная в результате исследующего поиска информация затем используется в процессе поиска по образцу.

Критерием останова алгоритма было предложено условие

$$A^B(x_{k+1}, y_{k+1}, z_{k+1}) - A^B(x_{k-1}, y_{k-1}, z_{k-1}) / A^B(x_{k+1}, y_{k+1}, z_{k+1}) < 0,01, \quad (41)$$

где  $A^B(x_{k+1}, y_{k+1}, z_{k+1})$  – текущая базовая точка с координатами  $x_{k+1}, y_{k+1}, z_{k+1}$ ;  $A^B(x_{k-1}, y_{k-1}, z_{k-1})$  – базовая точка с координатами  $x_{k-1}, y_{k-1}, z_{k-1}$ .

В ряде случаев соотношение (41) не может быть достигнуто, так как высокочастотная развязка между передающей и приемной антеннами недостаточна. В этом случае в алгоритм вводится ограничение на зону поиска оптимальных координат приемных антенн.

Решение для этого случая необходимо искать схемно-техническим путем.

Разработанный метод был использован для определения оптимальных координат антенн метеонавигационной радиолокационной станции РОЗ-1 и станции зондирования РЛС-зонд на планере самолета.

Были проанализированы два варианта взаимного влияния радиотехнических средств: 1) воздействие передатчика станции РОЗ-1 на приемник РЛС-зонда; 2) воздействие передатчика РЛС-зонда на приемник станции РОЗ-1.

По результатам расчета по формуле (34) индекса влияния  $dP$ , для обеспечения совместной работы РЛС-зонда и метеонавигационной станции РОЗ-1 (соответствие критерию (1)) антенна РЛС-зонд должна быть на расстоянии 0,4 м от антенны станции РОЗ-1, находящейся в носовом отсеке.

Таким образом, разработан метод параметрической идентификации топологии антенн на планере самолета на основе частотного и энергетического анализа каналов электромагнитных помех. Метод определения оптимальных координат антенн основывается на топологии геометрического описания поверхности планера с применением модифицированного метода Хука – Дживса.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гайнутдинов Р.Р., Чермошенцев С.Ф. Экспериментальные исследования электромагнитной стойкости технических систем при электромагнитных воздействиях от нескольких источников // Изв. вузов. Авиационная техника. 2024. № 1. С. 172–176.
2. Гизатуллин З.М., Шлеймович М.П. Исследование излучаемых электромагнитных помех от энергетических устройств самолета на этапе его модернизации // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 3. С. 159–165.
3. Гайнутдинов Р.Р., Чермошенцев С.Ф. Методология исследования электромагнитной стойкости технических систем при внешних электромагнитных воздействиях от нескольких источников // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 1. С. 135–141.
4. Нуриев М.Г., Гизатуллин Р.М., Гизатуллин З.М. Физическое моделирование электромагнитных помех в беспилотном летательном аппарате при воздействии контактной сети электротранспорта // Изв. вузов. Авиационная техника. 2018. № 2. С. 137–141.
5. Нуриев М.Г., Гизатуллин З.М., Гизатуллин Р.М. Физическое моделирование электромагнитных помех в беспилотном летательном аппарате при воздействии высоковольтной линии электропередачи // Изв. вузов. Авиационная техника. 2017. № 2. С. 119–124.
6. Гайнутдинов Р.Р., Чермошенцев С.Ф. Методология обеспечения внутрисистемной электромагнитной совместимости бортового оборудования беспилотных летательных аппаратов // Изв. вузов. Авиационная техника. 2016. № 4. С. 155–160.
7. Хенл Х., Мауэ М., Вестпфаль К. Теория дифракции. М.: Мир, 1964. 428 с.
8. Нотт Сеньор. Сравнение трех методов, применяемых в ВЧ теории дифракции // Труды Института инженеров по электротехнике и радиоэлектронике. 1974. № 11. 63 с.
9. Борвиков В.А., Кинбер Б.Е. Геометрическая теория дифракции. М.: Связь, 1978. 248 с.
10. Раи. Сравнение лучевых полей и полей физической оптики для СВЧ-отражателей // ТИИЭР. 1974. Т. 62. № 11. 219 с.
11. Сеньор, Усленг. Экспериментальное обнаружение расходящегося пучка лучей при дифракции на крае // Труды Института инженеров по электротехнике и радиоэлектронике. 1972. Т. 60. № 12. С. 111.
12. Куюмджан Патхак. Расчет излучения из отверстий в криволинейных поверхностях методом ГТД // Труды Института инженеров по электротехнике и радиоэлектронике. 1974. Т. 62. № 11. С. 29.
13. Куюмджан Патхак. Равномерная ГТД на идеально проводящей поверхности с ребром // Труды Института инженеров по электротехнике и радиоэлектронике. 1974. Т. 62. № 11. 40 с.
14. Бабич В.М. О соображениях локальности в задачах дифракции коротких волн // Тр. 3-го Всесоюз. симпозиума по дифракции волн. М.: Наука, 1964. С. 78–79.
15. Keller J.B. The Geometric Optics Theory of Diffraction // Journal of the Optical Society of America. 1962. Vol. 52. Iss. 2. P. 116–130.
16. Keller J.B., Lewis R.M., Secklet B.D. Asymptotic Solution of Some Diffraction Problems // Communication on Pure and Applied Mathematics. 1956. Vol. 9. P. 207–265.
17. Keller J.B. Diffraction by an Aperture // Journal of Applied Physics. 1957. Vol. 28. P. 426–444.
18. Уфимцев П.Я. Метод краевых волн в физической теории дифракции. М.: Советское радио, 1962. 243 с.
19. Уайт Д.Р.Ж. Электромагнитная совместимость радиоэлектронных средств и непреднамеренные помехи. М.: Советское радио, 1977. Т. 1. 248 с.

## Mathematical Modeling of Identification of the Avionics Antennas Topology on the Airframe

V.N. NIKOLAEV

S.A. Chaplygin Siberian Aeronautical Research Institute (SibNIA), Novosibirsk

*A method of parametric identification of the antennas topology on the airframe based on the frequency and energy analysis of electromagnetic interference channels was developed. The frequency analysis determines the boundary values of the transmitter emission band frequencies, the boundary values of the receivers pass band and the affected frequencies bands of receivers for the boundary frequencies of the emission band and the pass band. In the case of detection of the frequency channel of unintended electromagnetic interference, an energy analysis is carried out, which is the final stage of the electromagnetic compatibility assessment. The penetration power of unintended electromagnetic interference is determined by the index of effect between transmitting and receiving antennas. As a criterion for antennas location optimization, it is proposed to use the minimizing the sum of products of effect indices combinations of transmitters on receivers over certain frequency channels. The developed algorithm for determining the optimal antenna coordinates is relied on the modified Hooke–Jeeves method.*

**Onboard electronic equipment, antenna, electromagnetic interference, transmitter, receiver, frequency analysis, energy analysis, parametric identification**

## Анализ эффективности методов борьбы с помеховым излучением стационарных плазменных двигателей в системах дальней космической связи

*Приведены результаты проведенного сравнительного анализа эффективности методов компенсации импульсных помех от стационарных плазменных двигателей в системах дальней космической связи. Рассмотрены алгоритмы квадратурного ограничителя импульсных помех и квадратурного подавителя импульсных помех, а также методы слепого разделения сигналов с использованием анализа независимых компонент. Проведено имитационное моделирование цифрового радиоканала Земля – космический аппарат с модуляцией ФМн-2 и ФМн-8 с учетом пачечной структуры и спектральных характеристик помех от стационарных плазменных двигателей. Проанализировано влияние относительных временных и фазовых задержек в каналах приема на эффективность алгоритмов слепого разделения сигналов. Показано, что методы слепого разделения сигналов при выполнении условий их применимости обеспечивают более высокий уровень подавления импульсных помех по сравнению с традиционными алгоритмами, особенно при высоких значениях отношения помеха – сигнал.*

**П.С. ТЯПКИН,**  
канд. техн. наук,  
**Н.А. ВАЖЕНИН,**  
д-р техн. наук,  
**А.П. ПЛОХИХ,**  
д-р техн. наук  
(МАИ, Москва)  
plokhikh2001@mail.ru

**Дальняя космическая связь, стационарный плазменный двигатель, импульсные помехи, слепое разделение сигналов, анализ независимых компонент, имитационное моделирование, повышение помехоустойчивости**

При функционировании современных систем дальней космической связи необходимо обеспечить высокую надежность канала передачи данных в условиях действия интенсивных электромагнитных помех. Существенный источник помех в бортовых системах – электрические ракетные двигатели, в частности, электроракетные двигательные установки, использующие стационарные плазменные двигатели, основанные на эффекте Холла. Во время работы стационарных плазменных двигателей возникают плазменно-пучковые неустойчивости (проявление которых возможно как в зоне ионизации, так и в пристеночных областях ускорительного канала и внешней неравновесной области плазмы, связанной с нейтрализацией ускоренного ионного потока), которые преобразуются в шумоподобное электромагнитное излучение. Эти помехи, широкополосные, выраженного импульсного характера, могут превышать мощность принимаемого полезного сигнала на 20–30 дБ [1, 2]. В связи с этим важны разработка и анализ методов компенсации деструктивного воздействия случайных импульсных помех, создаваемых стационарными плазменными двигателями, на системы дальней космической связи, работающие на пределе энергетических возможностей.

В настоящее время известно большое количество нелинейных методов борьбы с импульсными помехами: амплитудная селекция с ограничением снизу и сверху, амплитудная селекция по уровню, амплитудно-частотная селекция или «широкая полоса – ограничитель – узкая полоса», «широкая полоса – ограничитель – режектор», «широкая полоса – прерыватель – узкая полоса», комбинация «широкая полоса – прерыватель – узкая полоса» и «широкая полоса – ограничитель – режектор» и т. д. [3]. В основном все они сводятся к использованию различного вида амплитудных ограничителей, установленных перед согласованным фильтром. Наиболее известным алгоритмом является алгоритм «широкая полоса – ограничитель – узкая полоса», в котором принимаемый сигнал после фильтрации в широкой полосе приемника подвергается амплитудному ограничению, а затем фильтрации в полосе, согласованной со спектром информационного сигнала (т. е. в согласованном фильтре). Данный алгоритм борьбы с импульсными помехами достаточно эффективен и широко используется на практике в случае, когда ширина спектра помехи много больше ширины спектра информационного сигнала. Преимуществом этого алгоритма является также относительная простота технической реализации. Далее будет рассматриваться вариант реализации алгоритма «широкая полоса – ограничитель – узкая полоса» в виде квадратурного ограничителя импульсных помех.

В настоящее время развитие технических средств обработки сигналов позволяет реализовать более сложные алгоритмы компенсации влияния импульсных помех, например квадратурный подавитель импульсных помех, описанный в работе [4].

Следует отметить также относительно новое направление в подавлении импульсных помех, возникающих при работе стационарных плазменных двигателей, связанное с использованием методов слепого разделения сигналов. Теоретические основы методов слепого разделения сигналов были сформулированы в исследовании [5].

Целью данной статьи является сравнительная оценка эффективности представленных методов и рекомендации по их использованию. С учетом нелинейного характера алгоритмов компенсации импульсных помех использование аналитических методов для исследования их характеристик связано со значительными математическими трудностями. В связи с этим для анализа эффективности рассматриваемых алгоритмов использовались методы имитационного моделирования. В качестве примера рассматривался канал цифровой радиосвязи Земля – космический аппарат, аналогичный описанному в работе [2].

В квадратурном ограничителе импульсных помех реализован квадратурный вариант алгоритма «широкая полоса – ограничитель – узкая полоса» [1, 3]: на выходе линейной части приемника каждая квадратурная компонента принимаемого сигнала подвергается ограничению с заданным пороговым уровнем и затем согласованной фильтрации.

Квадратурный подавитель импульсных помех [1, 4] представляет собой усовершенствованный вариант квадратурного ограничителя импульсных помех («широкая полоса – ограничитель – узкая полоса»), учитывающий коррелированность импульсной помехи в квадратурных каналах.

По результатам моделирования были получены зависимости вероятности битовой ошибки на выходе демодулятора от отношения сигнал – шум и отношения сигнал – импульсная помеха. При сравнении квадратурного подавителя импульсных помех и квадратурного ограничителя импульсных помех необходимо учитывать, что в каждом из них имеются пороговые устройства, которые характеризуются некоторым заданным пороговым уровнем. В случае квадратурного ограничителя импульсных помех этот уровень будем описывать нормированным уровнем ограничения сигнала  $U_l$ , в случае квадратурного подавителя импульсных помех – нормированным уровнем обнаружения импульсной помехи  $U_n$ . В связи с этим также были построены зависимости вероятности битовой ошибки от величины данных порогов [1]. Данные графики приведены на рис. 1, 2, где квадратурный ограничитель импульсных помех обозначен как КОИП, отношение сигнал – шум –  $h_{sn}^2 = \frac{E_s}{N_0}$ , отношение сигнал – импульсная помеха –  $h_{sp}^2 = \frac{E_s}{E_p}$ , где

$E_s$  – энергия канального символа,  $\bar{E}_p$  – средняя энергия импульса помехи,  $N_0$  – спектральная плотность аддитивного белого гауссовского шума. Для корректного сравнения эффективности подавителей импульсной помехи необходимо проводить оценку при оптимальных значениях этих порогов.

Полученные результаты приведены для случая модуляции ФМн-2, при отношении сигнал – шум 5 дБ (рис. 1) и 10 дБ (рис. 2), при значениях параметров  $\mu = \frac{\tau_s}{\bar{\tau}_p} = 10$ ,  $Q = \frac{\bar{T}_p}{\bar{\tau}_p} = 10$ , где  $\tau_s$  – длительность канального символа,  $\bar{\tau}_p$  – средняя длительность импульса помехи,  $\bar{T}_p$  – средний период следования импульсной помехи.

Рассмотренные алгоритмы квадратурного ограничителя импульсных помех и квадратурного подавителя импульсных помех имеют ряд ограничений на области применения и не всегда обеспечивают эффективное подавление импульсных помех. Так, их эффективность резко уменьшается, когда длительность помехи становится соизмеримой или большей длительности канального символа, а при коротких импульсах помехи оптимальная величина порога существенно зависит от величин отношение сигнал – шум и отношение сигнал – импульсная помеха. В связи с этим значительный научный интерес вызывает разработка альтернативных методов борьбы с импульсными помехами в системах связи [6–8]. Одним из таких методов является использование математического аппарата слепого разделения сигналов и, в частности, метода анализа независимых компонент [5, 6].

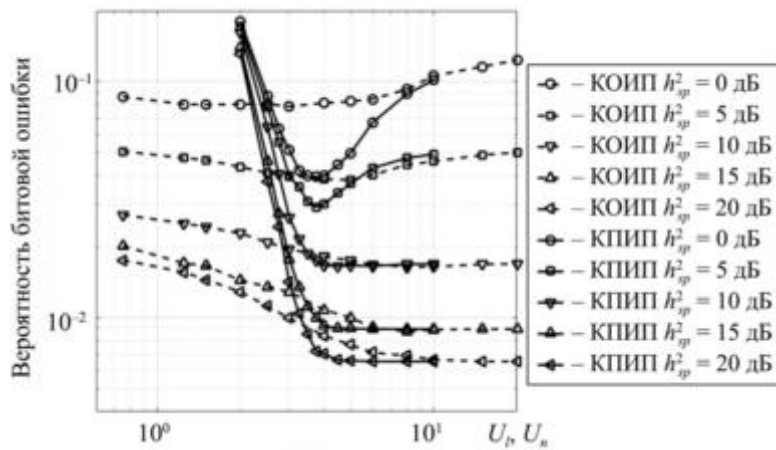


Рис. 1

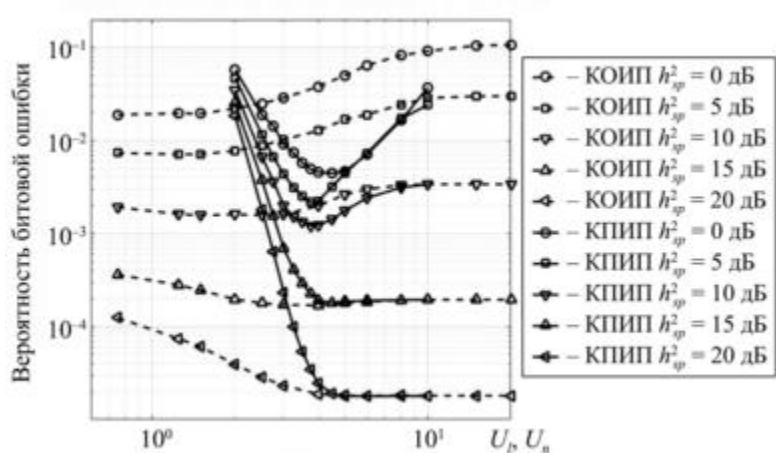


Рис. 2

Под методами слепого разделения сигналов понимают алгоритмы, позволяющие выполнить разделение сигналов и помех из принятых смесей без априорной информации о конкретных характеристиках и формах исходных сигналов и помех на основании только различия их статистических характеристик.

При использовании методов слепого разделения сигналов модель смеси сигналов описывается уравнением

$$X(t) = A \cdot S(t) + n(t), \quad (1)$$

где  $X(t)$  – матрица ( $M \times T$ ) смесей сигналов, помех и тепловых шумов, принимаемых в разнесенных каналах приема;  $A$  – матрица ( $M \times N$ ) смешивания;  $S(t)$  – матрица ( $N \times T$ ) исходных полезных сигналов и помех;  $n(t)$  – матрица ( $M \times T$ ) тепловых шумов приемных трактов;  $N$  – количество источников сигналов и помех;  $M$  – количество каналов приема смесей сигналов и помех;  $T$  – длительность (количество отсчетов) реализаций сигналов, помех и шумов.

Задачей слепого разделения сигналов методом анализа независимых компонент является поиск такой матрицы разделения  $W$  ( $N \times M$ ), которая обеспечивает оптимальное значение целевой функции (функции потерь или стоимости)  $\psi(WX)$ . Когда это достигается, разделенные исходные сигналы могут быть определены следующим образом:

$$\tilde{S} = Y = WX, \quad (2)$$

где  $\tilde{S} \in R^{N \times T}$  – оценка разделенных сигналов.

Общий принцип использования методов слепого разделения сигналов для борьбы с помеховым излучением стационарных плазменных двигателей иллюстрируется рис. 3.

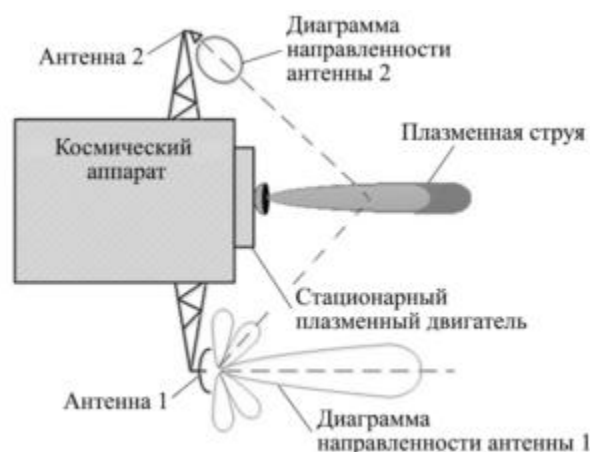


Рис. 3

Прием сигналов от станции на Земле осуществляется на антенну 1, которая также по боковым лепесткам принимает излучение стационарного плазменного двигателя. Кроме того, имеется дополнительная антенна 2, которая по главному лепестку диаграммы направленности антенны 2 принимает излучение стационарных плазменных двигателей, а по боковым лепесткам – сигнал станции на Земле.

Таким образом, формируются два канала приема смеси полезного сигнала, помехи от стационарных плазменных двигателей и тепловых шумов приемных трактов. Обработка полученных смесей с использованием математического аппарата слепого разделения сигналов позволяет выделить из принимаемых смесей отдельно полезный сигнал и отдельно помеху.

Как было показано [5], применение методов слепого разделения сигналов позволяет эффективно подавлять импульсные помехи в системах дальней космической связи в зависимости от величин битового отношения сигнал – шум и отношения помеха – сигнал в каналах приема.

В то же время для практической реализации алгоритмов слепого разделения сигналов при борьбе с импульсными помехами важно определение требований и ограничений по синхронизации работы отдельных каналов приема и анализ влияния групповых и фазовых задержек в данных каналах на эффективность функционирования алгоритмов слепого разделения сигналов.

Для решения указанных задач была разработана модель радиоканала, включающая полезный сигнал с модуляцией ФМн-8, модель импульсного помехового излучения от стационарных плазменных двигателей на основе упрощенной модели Холла и модель гауссовского канала с разнесенным приемом, аналогичная моделям, которые использовались в работе [5].

Помеха от стационарного плазменного двигателя моделировалась с учетом пачечной структуры, длительности, частоты повторения и спектральных характеристик, полученных экспериментально [1, 5]. Было рассмотрено влияние относительных временных задержек принимаемых смесей в каналах приема при использовании алгоритмов слепого разделения сигналов для подавления импульсных помех. Исследования проводились с использованием метода FastICA (алгоритм c-FastICA, пакет LYCIA Toolbox (Library of Complex ICA Algorithms) версии 1.3). В ходе проведенного моделирования величина относительной групповой задержки сигналов в каналах приема варьировалась от 0 до 4 отсчетов.

Рассмотрим результаты, полученные для следующих условий моделирования: модуляция ФМн-8, избыточное кодирование отсутствует. Отношение помеха – сигнал в принятых смесях: 0 дБ в первой смеси, 15 дБ во второй смеси. Коэффициент заполнения импульсной помехи – 0,17,  $\mu = 10$ , что соответствует, например, результатам, полученным для лабораторного макета СПД-100:  $\bar{\tau}_p = 4,5$  мкс;  $\bar{T}_p = 37,5$  мкс;  $\tau_s = 45$  мкс; ограничение на количество итераций в алгоритме слепого разделения сигналов – до 1000.

На рис. 4 представлены графики зависимости вероятности битовой ошибки от величины битового отношения сигнал – шум в каналах с ФМн-8, с импульсной помехой без задержек и с задержкой 1...4 временных отсчетов.

Кривая 1 соответствует теоретической зависимости для гауссовского канала с ФМн-8. Кривые 2, 3 соответствуют демодуляции смесей с сигналом ФМн-8 и импульсной шумовой помехой без слепого разделения, кривая 4 описывает результат демодуляции после слепого разделения при одинаковых временных задержках в каналах приема. Кривые 5–8 получены для относительной задержки приема импульсной помехи в каналах приема от одного до четырех шагов дискретизации. Из-за появления относительных задержек в каналах приема для квазибелой импульсной шумовой помехи, связанных, например, с разнесенным приемом, существенно снижается эффективность применения методов слепого разделения сигналов, что необходимо учитывать при выборе расположения приемных антенн.

Согласно результатам исследования влияния фазовых задержек на качество слепого разделения при использовании алгоритмов слепого разделения, работающих с комплексными числами, происходит автоматическая компенсация фазовых задержек.

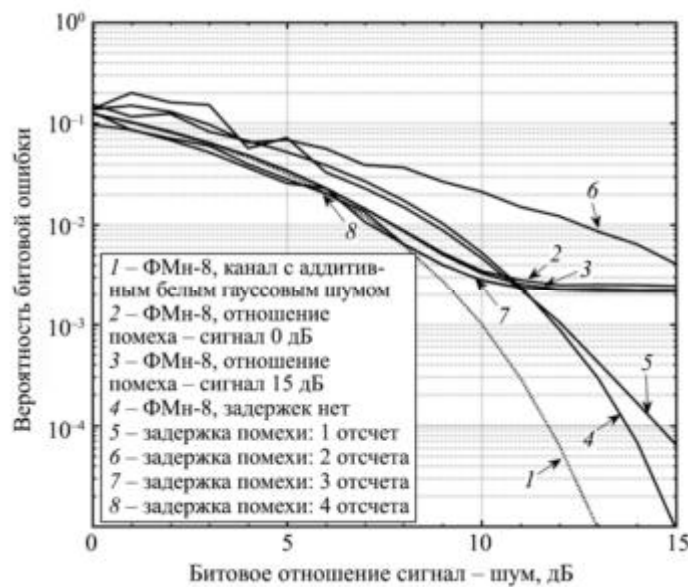


Рис. 4

С учетом полученных результатов проведем сравнение эффективности методов слепого разделения сигналов и традиционных методов подавления импульсных помех (например, квадратурный ограничитель импульсных помех и квадратурный подавитель импульсных помех). Численные значения эффективности использования традиционных методов взяты из графиков (см. рис. 1, 2). Для аналогичных параметров и модуляции ФМн-2 были получены оценки вероятности битовой ошибки при использовании методов слепого разделения сигналов для борьбы с импульсной помехой. При этом отношение помеха – сигнал для средних мощностей (энергий) помехи и сигнала в первом канале приема составляло 0 дБ, а во втором –5 дБ, что для указанных параметров и  $\mu = \frac{\tau_s}{\tau_p} = 10$ ,  $Q = \frac{\bar{T}_p}{\tau_p} = 10$  соответствует пиковому отношению помеха – сигнал: 20 и 15 дБ [1].

Приведем результаты сравнительного анализа эффективности подавления импульсных помех для методов «широкая полоса – ограничитель – узкая полоса», квадратурного подавителя импульсных помех и метода слепого разделения сигналов.

Данные сравнения вероятностей битовой ошибки для слепого разделения сигналов, «широкая полоса – ограничитель – узкая полоса» и квадратурного подавителя импульсных помех в случае отношения помеха – сигнал –5 дБ сведены в табл. 1, в случае отношения помеха – сигнал 0 дБ в табл. 2.

Таблица 1

Отношение помеха – сигнал (–5 дБ)	Отношение сигнал – шум	
	5 дБ	10 дБ
Без подавления помехи	$5,02 \cdot 10^{-2}$	$3,0 \cdot 10^{-2}$
Квадратурный ограничитель импульсных помех	$3,84 \cdot 10^{-2}$	$0,72 \cdot 10^{-2}$
Квадратурный подавитель импульсных помех	$3,41 \cdot 10^{-2}$	$0,32 \cdot 10^{-2}$
Метод слепого разделения сигналов (алгоритм c-FastICA)	$4,91 \cdot 10^{-2}$	$1,58 \cdot 10^{-4}$
Без помехи	$0,59 \cdot 10^{-2}$	$3,87 \cdot 10^{-6}$

Таблица 2

Отношение помеха – сигнал (0 дБ)	Отношение сигнал – шум	
	5 дБ	10 дБ
Без подавления помехи	$12,36 \cdot 10^{-2}$	$10,62 \cdot 10^{-2}$
Квадратурный ограничитель импульсных помех	$8,04 \cdot 10^{-2}$	$1,92 \cdot 10^{-2}$
Квадратурный подавитель импульсных помех	$4,78 \cdot 10^{-2}$	$0,39 \cdot 10^{-2}$
Метод слепого разделения сигналов (алгоритм c-FastICA)	$2,02 \cdot 10^{-2}$	$1,31 \cdot 10^{-3}$
Без помехи	$0,59 \cdot 10^{-2}$	$3,87 \cdot 10^{-6}$

Согласно результатам (см. табл. 1, 2) использование методов слепого разделения сигналов позволяет получить выигрыш в несколько раз по сравнению с результатами, полученными классическими методами при отношении помеха – сигнал 0 дБ и битовом отношении сигнал – шум, равном 5 и 10 дБ.

Кроме того, рассмотренные классические методы борьбы с импульсными помехами, в частности разновидности «широкая полоса – ограничитель – узкая полоса», эффективны при условии, что длительность импульсной помехи много меньше длительности канального символа. В то же время использование методов слепого разделения сигналов при выполнении требуемых условий эффективно при произвольной длительности и высоком уровне импульсной помехи.

Полученные результаты подтверждают возможность и эффективность использования методов слепого разделения сигналов для подавления импульсных помех от стационарных плазменных двигателей, в том числе при наличии групповых и фазовых задержек в каналах приема. Показано, что для обеспечения эффективной работы алгоритмов слепого разделения сигналов величина различия групповой задержки в каналах приема не должна превышать двух интервалов дискретизации принимаемых смесей. Различие в фазовых задержках успешно компенсируется комплексными алгоритмами слепого разделения сигналов.

Проведенный сравнительный анализ эффективности применения различных методов борьбы с импульсным излучением стационарных плазменных двигателей показал, что методы слепого разделения сигналов при соблюдении условий их применимости более эффективны по сравнению с традиционными подходами, такими, как квадратурный ограничитель импульсных помех и квадратурный подавитель импульсных помех. Указанные методы характеризуются расширенной областью применения в отношении диапазона длительностей импульсов помехи относительно длительности канального символа информационного сигнала.

Исследование выполнено при поддержке гранта Российского научного фонда № 23-19-00515.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Важенин Н.А. и др.* Электрические ракетные двигатели космических аппаратов и их влияние на радиосистемы космической связи. М.: Физматлит, 2012. 432 с.
2. *Урличич Ю.М. и др.* Радиотехнические комплексы для управления дальними космическими аппаратами и для научных исследований. М.: Физматлит, 2007. 232 с.
3. *Максимов М.В. и др.* Защита от радиопомех. М.: Советское радио, 1976. 496 с.
4. *Vazhenin N.A., Volkovskiy A.S., Kelin T.G.* US Patent 9191048 B2.
5. *Тяпкин П.С., Важенин Н.А., Плохих А.П.* Повышение помехоустойчивости систем дальней космической связи при воздействии помех от стационарных плазменных двигателей // Изв. вузов. Авиационная техника. 2024. № 2. С. 185–196.
6. *Advances in Independent Component Analysis and Learning Machines* / Eds. E. Bingham et al. Elsevier, 2015. 308 p.

7. Гайнутдинов Р.Р., Чермошенцев С.Ф. Экспериментальные исследования электромагнитных помех в линиях связи летательного аппарата при влиянии излучений антенн радиопередатчиков // Изв. вузов. Авиационная техника. 2024. № 4. С. 198–204.
8. Чабдаров Ш.М., Надеев А.Ф., Файзуллин Р.Р. Посткорреляционные вероятностные модели в задаче разрешения сигналов современных инфокоммуникационных систем // Изв. вузов. Авиационная техника. 2014. № 2. С. 49–53.

Поступила в редакцию 29.05.25

После доработки 3.06.25

Принята к публикации 3.06.25

## Analysis of Effectiveness of Methods of Protection against Interference Emission from Stationary Plasma Thrusters in Deep-Space Communication Systems

P.S. TYAPKIN, N.A. VAZHENIN, AND A.P. PLOKHIKH

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow

*The paper presents results of comparative analysis of the effectiveness of methods used to compensate pulsed interference emission from stationary plasma thrusters in deep-space communication systems. Algorithms of the quadrature pulse interference limiter and quadrature pulse interference suppressor are considered, as well as the methods of blind signal separation using the analysis of independent components. Simulation modeling for digital radio channel Earth–Spacecraft with binary phase shift keying (BPSK and 8PSK) was carried out taking into consideration the train pulsed structure of interference emission from stationary plasma thrusters. The influence of relative time and phase delays in the receive channels on the efficiency of blind signal separation algorithms is analyzed. It is shown that the blind signal separation methods, should the conditions for their applicability be met, provide higher level of pulsed interference suppression if compared to the conventional algorithms, especially at high values of interference-to-signal ratio.*

**Deep-space communication, stationary plasma thruster, pulsed interference, blind signal separation, independent component analysis, simulation modeling, noise immunity enhancement**

## **Анализ возможности использования дискретно-сканирующих лучей активной фазированной антенной решетки для организации информационного обмена в гетерогенных сетях связи**

*Проведен анализ вероятностно-временных характеристик информационного обмена в линии связи между ретранслятором и абонентами при использовании технологии дискретно-сканирующих антенных лучей. Анализ выполнен на основе разработанной математической модели информационного обмена в виде системы массового обслуживания. Получены соотношения для расчета средней задержки передачи информации для двух вариантов сканирования лучей (статическом и динамическом) по зоне обслуживания при различном их числе и фиксированной для сравниваемых вариантов мощности бортового передатчика при различных служебных затратах пропускной способности на синхронизацию и время переключения лучей с одной ячейки на другую.*

**Г.В. ЧЕЧИН,**  
канд. техн. наук,  
**В.Е. КОЛЕСНИЧЕНКО,**  
канд. техн. наук,  
**И.А. ЖУЧКОВ,**  
студент  
(МАИ, Москва)  
chechin.gen@mail.ru

**Гетерогенная сеть связи, спутник-ретранслятор, дискретно-сканирующий луч, активная фазированная антенная решетка, средняя задержка передачи информации, пропускная способность канала связи**

Развитие телекоммуникационных, космических и авиационных технологий обеспечило необходимые условия для формирования гетерогенных сетей связи, состоящих из различных сетей, работающих по разным технологиям и стандартам и предоставляющих пользователям полный спектр телекоммуникационных услуг (телефония, мультимедиа, обмен файлами, Интернет вещей и т. д.). Примером такой гетерогенной сети является SAGIN (Space–Air–Ground Integrated Networks), основу которой составляют спутниковый, воздушный и наземный сегменты, которые могут работать как совместно, так и независимо друг от друга [1].

Спутниковый сегмент SAGIN состоит из геостационарных, среднеорбитальных и низкоорбитальных спутников-ретрансляторов. Воздушный сегмент представляет собой мобильные авиационные системы – самолеты, аэростаты, дирижабли и беспилотные летательные аппараты. Наземный сегмент содержит наземные стационарные и мобильные сети связи. Первые два сегмента, входящие в состав SAGIN, обеспечивают глобальный охват территорий и предоставляют пользователям наиболее востребованные телекоммуникационные сервисы, в том числе глобальную фиксированную и персональную подвижную связь по всей поверхности Земли.

Необходимо также отметить, что к классу гетерогенных сетей относятся специализированные многоуровневые инфокоммуникационные системы, например, пространственно-распределенная система мониторинга воздушного пространства [2]. Особое значение в рамках коммерческого и специального применения таких сетей приобретают высотные и маловысотные аэроплатформы на базе аэростатов, дирижаблей и беспилотных летательных аппаратов, а также низкоорбитальные системы спутниковой связи, обеспечивающие высокую скорость передачи информации и малые временные задержки [3, 4]. В частности, применительно к низкоорбитальным системам спутниковой связи, кроме предоставления большого ряда сервисов, необходимо решить проблему обеспечения скорости информационного обмена с абонентами порядка 100 Мбит/с при приемлемой стоимости абонентских терминалов. Эффективным решением этой задачи является использование бортовых многолучевых антенных систем на базе активных фазированных антенных решеток, что подтверждается их применением в системах, уже введенных в эксплуатацию (Starlink, O3b, OneWeb), и системах, находящихся на стадии развертывания или проектирования (например, Kuiper) [5].

Оценка эффективности функционирования бортовых радиотехнических комплексов на базе активных фазированных антенных решеток проводится в работах [6–12]. Однако с учетом сложности прове-

дения анализа характеристик информационного обмена при использовании активных фазированных антенных решеток с дискретно-сканирующими лучами такие исследования проводились преимущественно с помощью имитационного моделирования. Целью данной работы является разработка математической модели информационного обмена при использовании бортовых многолучевых активных фазированных антенных решеток со сканирующими лучами, которая позволила бы в аналитическом (явном) виде получить зависимости пропускной способности и вероятностно-временных характеристик информационного обмена от основных системных параметров. Далее приводится описание и анализ этой математической модели применительно к низкоорбитальным системам спутниковой связи. Вместе с тем при незначительной модификации модель может быть адаптирована для использования в воздушном сегменте гетерогенной сети связи (самолеты, аэроплатформы, беспилотные летательные аппараты).

Поскольку при предоставлении большинства услуг связи, например доступа в Интернет, превалирует трафик по направлению к абоненту, оценим возможные пути повышения пропускной способности каналов связи при информационном обмене в линии связи «спутник-ретранслятор – абоненты». В общем случае ширина диаграммы направленности бортовой антенны ретранслятора  $\Theta_{0,7}$  должна быть равна угловому размеру  $\beta$  зоны обслуживания, видимой со спутника-ретранслятора (рис. 1, а). При этом пропускная способность линии связи определяется следующим образом [8]:

$$C = \frac{P_s}{h_n^2 kT} = \frac{P_t G_t S_r}{4\pi h_n^2 r^2 L kT} = \frac{P_t G_t G_r}{16\pi h_n^2 r^2 L kT} = \frac{P_t G_t Q}{k h_n^2 L_{св} L} = 2220,7 \frac{P_t D_r^2 K_{и}^*}{h_n^2 r^2 L kT \beta^2}, \quad (1)$$

где  $P_s$  – мощность сигнала на входе приемника;  $h_n^2$  – пороговое отношение сигнал/шум;  $r$  – длина радиолинии;  $S_r$  – эффективная площадь приемной антенны;  $Q = \frac{G_r}{T}$  – добротность приемной системы;  $k$  – постоянная Больцмана;  $T = T_a + T_r$  – эквивалентная шумовая температура приемной системы,  $T_a$  – суммарные потери в антенне и шума (фона) неба,  $T_r = T_0 (F_{sys} - 1)$  – шумовая температура приемника,  $T_0 = 290$  К,  $F_{sys} = 10^{\frac{NF}{10}}$  – коэффициент шума приемника;  $P_t$  – мощность передатчика;  $G_t, G_r$  – коэффициенты усиления передающей и приемной антенн;  $L_{св}$  – потери энергии сигнала в свободном пространстве;  $L$  – дополнительные потери в линии связи;  $K_{и}^*$  – коэффициент использования поверхности антенны.

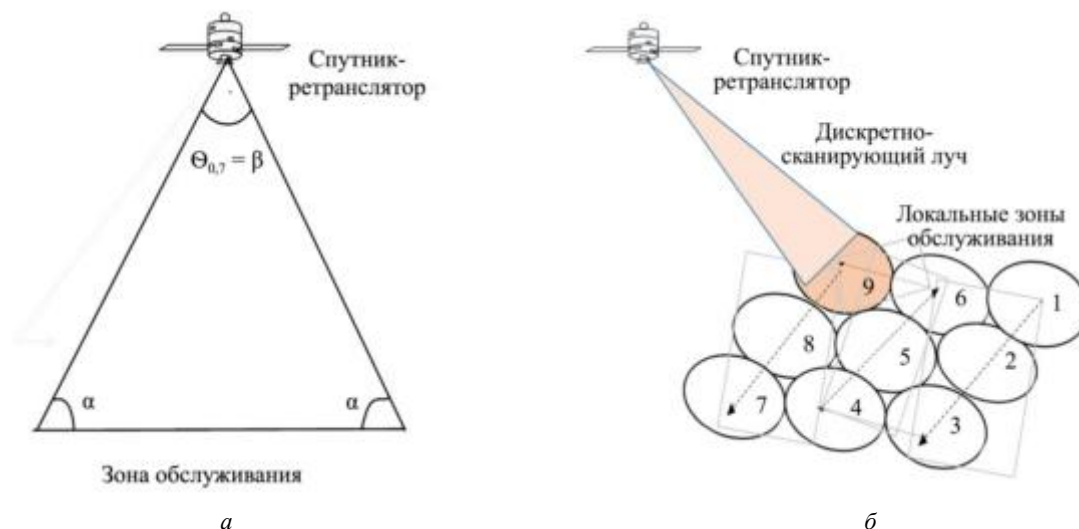


Рис. 1

Анализ выражения (1) показывает, что наиболее существенным с точки зрения повышения пропускной способности является использование многолучевых и дискретно-сканирующих лучей антенных

систем спутника-ретранслятора и абонентов [8]. В этом случае дискретно-сканирующий луч сканирует зону обслуживания, разбитую на отдельные ячейки числом  $m$  (рис. 1, б). Обосновать использование многолучевых передающих дискретно-сканирующих лучей достаточно просто, сравнив их с системой с одним глобальным лучом, охватывающим всю зону обслуживания.

При использовании одного дискретно-сканирующего луча в нем полностью используется вся мощность передатчика спутника-ретранслятора. Его пропускная способность будет  $m^2C$ , средняя скорость передачи информации в каждую из зон будет равна  $mC$ , что увеличивает пропускную способность в  $m$  раз по сравнению с глобальным лучом. Отметим, что при использовании дискретно-сканирующего луча в качестве приемного пропускная способность не увеличивается [8].

Главным преимуществом дискретно-сканирующих лучей является простота перераспределения пропускной способности ретранслятора между зонами обслуживания, достигаемая распределением времени экспонирования каждой из зон в кадре экспонирования пропорционально требуемой пропускной способности. Однако при использовании только одного дискретно-сканирующего луча имеются и недостатки (отсутствует возможность многократного использования частоты, наличие на спутнике-ретрансляторе широкополосного приемопередатчика, равного пропускной способности сети связи, и др.), которые нивелирует использование нескольких передающих дискретно-сканирующих лучей.

Информационный обмен в линии связи «спутник-ретранслятор – абоненты» с использованием дискретно-сканирующего луча фактически соответствует временному разделению канала связи спутника-ретранслятора. Процесс экспонирования луча при информационном обмене можно представить как передачу информации кадрами длительностью  $T_k$ , равной длительности экспонирования дискретно-сканирующего луча по  $n$  зонам. Каждый кадр делится на временные окна (тайм-слоты, подкадры), предназначенные для передачи информации каждому абоненту. Примем, что в общем случае число слотов в кадре превышает количество абонентов и распределяется между ними в соответствии с переданным от абонента запросом на требуемый сервис. В частности, если в зоне дискретно-сканирующего луча находятся несколько абонентов, то число слотов, предоставляемых абонентам в этой зоне, будет не меньше числа активных абонентов.

Рассмотрим случай, когда в зоне обслуживания спутника-ретранслятора находятся  $n$  абонентов одинаковой активности. Тогда кадр, длительность которого равна сумме  $n$  тайм-слотов, делится между абонентами поровну.

Структура кадра показана на рис. 2.

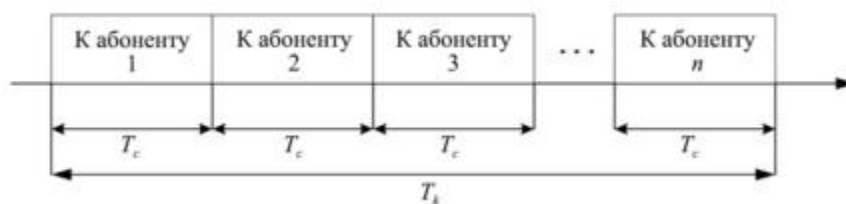


Рис. 2

Исследуем вначале случай, когда дискретно-сканирующий луч сканирует по заранее фиксированному маршруту по зоне обслуживания, перенацеливаясь на каждую ячейку диаметром, равным диаметру луча по уровню  $-3$  дБ на поверхности Земли, вне зависимости от того, есть в этой ячейке активные абоненты или нет. Назовем этот алгоритм управления сканирования дискретно-сканирующего луча статическим.

Допустим, что потоки сообщений, поступающих ко всем абонентам, имеют одинаковые статистические характеристики. Эти сообщения в соответствии с запросом абонента на требуемый сервис поступают в случайные моменты времени. Вероятность того, что на отрезке времени длительностью  $y$  поступает  $k$  сообщений, обозначим  $\mu_k(y)$ . Объемы сообщений являются независимыми случайными величинами. Вероятность того, что объем сообщения равен  $r$  бит, обозначим  $q_r$ ,  $r = 1, 2, 3, \dots$

Передача сообщений в линии связи «спутник-ретранслятор – абоненты» осуществляется в виде последовательности пакетов в тайм-слотах, равноотстоящих на интервал времени, равный длительности кадра  $T_k$ . Объем каждого пакета (слота) за исключением, возможно, последнего:

$$V_c = \frac{mCT_k}{n}. \quad (2)$$

Введем понятие виртуального времени передачи сообщения  $\theta$ , равного числу кадров, в которых в соответствующих слотах передавалось рассматриваемое сообщение. Распределение виртуального времени передачи однозначно связано с распределением объема передаваемого сообщения и объемами слотов. Вероятность  $u_i$  того, что виртуальное время передачи составляет  $iT_k$ :

$$u_i = P(\theta = iT_k) = \sum_{r=(i-1)V_c+1}^{r=iV_c} q_r, \quad r = 1, 2, \dots \quad (3)$$

Использование понятия «виртуальное время передачи (обслуживания)» позволяет свести систему с пакетным обслуживанием к обычной однолинейной системе массового обслуживания с непрерывным обслуживанием.

При сделанных допущениях относительно свойств информационного потока число сообщений в системе в последовательно рассматриваемые моменты завершения передач образует цепь Маркова первого порядка, исчерпывающей характеристикой которой является матрица одношаговых переходных вероятностей. Элементы матрицы равны вероятности перехода цепи из состояния  $j$  в состояние  $i$  за один шаг [13].

Примем, что поток сообщений к каждому абоненту является пуассоновским, модель которого традиционно используется при анализе вероятностно-временных характеристик системы массового обслуживания. В этом случае случайное число сообщений  $i$ , генерируемых источником на интервале времени длительностью  $T_0$ , имеет распределение [13]:

$$P_i(T_0) = \frac{(\lambda T_0)^i}{i!} e^{-\lambda T_0}, \quad i = 0, 1, 2, \dots$$

Интенсивность обслуживания  $i$ -го абонента:

$$\mu_i(\theta) = \frac{(\lambda\theta)}{i!} e^{-\lambda\theta}.$$

В работе [8] с использованием метода вложенных цепей Маркова и метода производящих функций для решения системы уравнений вероятностей состояния для рассматриваемой системы массового обслуживания было получено выражение для средней задержки передачи информации:

$$\bar{\tau} = \frac{T_k \left(1 + \frac{\lambda T_k}{3}\right) + \bar{\theta} \left[2(1 - \lambda \bar{\theta}) - \lambda^2 T_k \left(\bar{\theta} + \frac{T_k}{3}\right)\right] + \lambda \bar{\theta}^2 \left(1 + \frac{\lambda T_k}{2}\right)}{(2 + \lambda T_k)(1 - \lambda \bar{\theta})} - \frac{n-1}{nm} T_k, \quad (4)$$

где  $\bar{\theta} = T_k \sum_{i=1}^{\infty} i u_i$ ;  $\bar{\theta}^2 = T_k^2 \sum_{i=1}^{\infty} i^2 u_i$ ;  $u_i$  определяем по формуле (3).

Второй член в формуле (4) отражает тот факт, что виртуальное время передачи  $\theta$  определяет длительность сообщения с точки зрения сообщений, стоящих в очереди, и влияет на длину этой очереди. Реальное время передачи сообщения меньше на величину  $\frac{n-1}{nm} T_k$ , поскольку передача заканчивается в момент окончания слота, выделенного рассматриваемому абоненту, а оставшаяся часть кадра до начала следующего предназначенного ему слота в рассматриваемом канале связи дискретно-сканирующего луча не используется.

Пусть, например, многопакетные сообщения имеют фиксированный объем  $V$ , кратный объему слота  $V = lV_c$ , где  $l$  – число кадров, необходимое для передачи сообщения.

Тогда имеем:

$$\bar{\theta} = \frac{nV}{mC}; \lambda\bar{\theta} = \frac{\lambda nV}{mC} = \rho; \bar{\theta}^2 = (\bar{\theta})^2; T_k = \frac{\bar{\theta}}{l},$$

где  $\rho$  – загрузка.

В связи с этим формула (4) принимает более компактный вид [8]:

$$\bar{\tau} = \frac{nV}{mC} \left[ \frac{2 - \rho + \frac{1}{l} \left( 1 - \frac{\rho^2}{2} + \frac{\rho(1-\rho)}{3l} \right)}{\left( 2 + \frac{\rho}{l} \right) (1-\rho)} - \frac{n-1}{mnl} \right]. \quad (5)$$

Выражение (5) справедливо для статического алгоритма сканирования дискретно-сканирующего луча. Однако при низкой информационной активности абонентов пропускная способность канала будет низкой из-за сканирования дискретно-сканирующего луча по пустым ячейкам. В связи с этим целесообразно сканирование дискретно-сканирующего луча только по «активным» ячейкам, в которых расположены активные на текущий момент абоненты, как это реализовано, например, в низкоорбитальной системе спутниковой связи Starlink [12]. Назовем этот алгоритм управления сканированием дискретно-сканирующего луча динамическим. Пустые ячейки в текущий момент времени соответствуют в представленной математической модели нулевому состоянию, вероятность которого  $P_0$  [8]:

$$P_0 = \frac{1 - B'(1)}{1 + A'(1) - B'(1)},$$

где  $A'(1) = \lambda\bar{\theta} + \frac{\lambda T_k}{2}$ ;  $B'(1) = \lambda\bar{\theta}$ .

Для этого случая необходимо в выражении (5) уменьшить задержку на величину взвешенного среднего времени нахождения системы в нулевом состоянии. В таком динамическом алгоритме управления сканированием дискретно-сканирующего луча среднее время нахождения в нулевом состоянии будет на величину  $P_0\bar{\tau}$  меньше, чем при реализации статического алгоритма. В этом случае средняя задержка  $\bar{\tau}_d$ :

$$\bar{\tau}_d = \bar{\tau} \left( 1 - \frac{1-\rho}{1 + \frac{\lambda T_k}{2}} \right). \quad (6)$$

Анализ проводился при фиксированной эквивалентной изотропно-излучаемой мощности спутников-ретрансляторов на линии связи «спутник-ретранслятор – абоненты» при суммарной пропускной способности спутника-ретранслятора  $C = 100$  Мбит/с, изменении суммарной загрузки в зоне обслуживания  $\rho$  в диапазоне  $0,5 \dots 0,9$ , длине кадра  $T_k = 40$  мс, числе тайм-слотов в кадре  $n = 80$ , средней длине сообщений 64 кбайт (512 кбит) при числе дискретно-сканирующих лучей  $m = 1 \div 16$ . Затраты на установление синхронизации и на время переключения дискретно-сканирующего луча между ячейками были приняты равными 5 %, что эквивалентно уменьшению длительности тайм-слота или кадра на 5 %.

Зависимости средней задержки для статического и динамического алгоритмов сканирования, рассчитанные по выражениям (5), (6), представлены на рис. 3.

На рис. 4 представлено сравнение задержки передачи информации при использовании нескольких дискретно-сканирующих лучей и динамического алгоритма сканирования  $\tau_m$  относительно однолучевой антенны  $\tau_1$  на линии связи «спутник-ретранслятор – абоненты», демонстрирующее снижение задержки при применении многолучевой антенны.

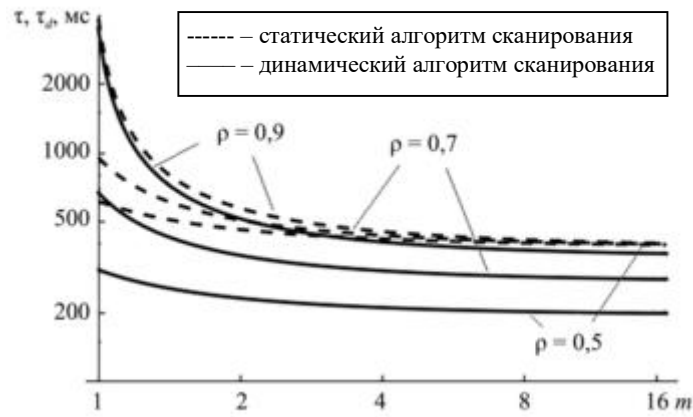


Рис. 3

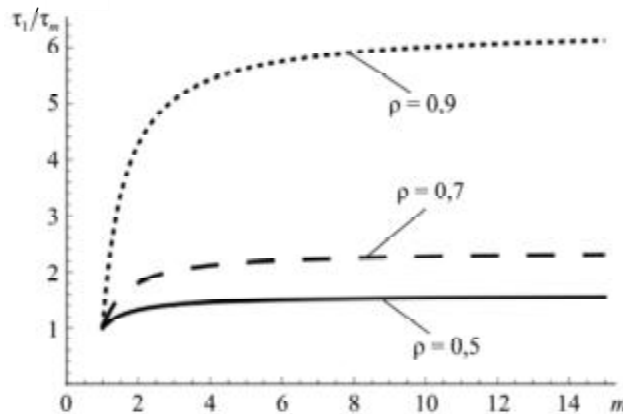


Рис. 4

Полученные результаты показывают, что средняя задержка передачи информации при реализации информационного обмена с несколькими дискретно-сканирующими лучами по сравнению с однолучевой антенной снижается в 1,2 раза (при малой загрузке), 2 раза (при  $\rho = 0,7$ ) и 6 раз (при  $\rho = 0,9$ ). При этом значительное уменьшение достигается уже при использовании  $m = 6$  дискретно-сканирующих лучей.

Реализация динамического алгоритма сканирования дискретно-сканирующего луча обеспечит уменьшение средней задержки передачи информации по сравнению со статическим алгоритмом в 1,1 раз (при больших нагрузках) и 2 раза (при малых нагрузках).

Это объясняется тем, что при малых нагрузках при использовании статического алгоритма распределения ресурсов значительная часть тайм-слотов остается незанятой, что приводит к неэффективному расходованию времени дискретно-сканирующим лучом на сканирование ячеек, в которых отсутствуют активные абоненты. По мере увеличения загрузки число таких пустых ячеек сокращается, и преимущество динамического алгоритма уменьшается.

Поскольку спутник-ретранслятор имеет существенные ограничения по габаритным характеристикам конструкции активной фазированной антенной решетки, рационально оценить полученные результаты в зависимости от размеров активной фазированной антенной решетки, ширины диаграммы направленности одного дискретно-сканирующего луча  $\Theta_{0,7}$  и значения угла (сектора) сканирования дискретно-сканирующего луча  $\beta$ . Диаграмма направленности активной фазированной антенной решетки зависит от диаграммы направленности одного излучателя  $F_1(\varphi)$  и множителя решетки  $F_2(\varphi)$  и определяется как [14]  $F(\varphi) = F_1(\varphi)F_2(\varphi)$ .

Рассмотрим для примера квадратную конструкцию антенной решетки, диаграмма направленности которой в обеих плоскостях совпадает. Для упрощения рассмотрим зависимость только от ширины

диаграммы направленности  $\Theta_{0,7}$ . Также будем считать, что диаграмма направленности полностью определяется множителем  $F_2(\varphi)$ . Ширина основного лепестка функции  $F_2(\varphi)$ , град, определяется, как в работе [15]:

$$\Theta_{0,7} = 51\lambda / (D \cos(\beta)),$$

где  $\lambda$  – длина волны;  $D$  – линейный размер активной фазированной антенной решетки;  $D$  можно выразить через  $n$  (общее число излучателей) и  $d$  (расстояние между фазовыми центрами излучателей (шаг решетки), которое выбирается меньше  $\lambda$  во избежание появления побочных максимумов излучения).

Рассмотрим линию связи «спутник-ретранслятор – абоненты», которая функционирует в  $K_a$ -диапазоне на частоте  $f = 18$  ГГц. Ограничимся размерами активной фазированной антенной решетки  $1 \times 1$  м, значение сектора сканирования  $\beta$  примем в пределах  $-50 \dots 50^\circ$  (этот угол соответствует высоте орбиты ретранслятора примерно 550 км), а ширину диаграммы направленности дискретно-сканирующего луча примем  $\Theta_{0,7} = 5^\circ$ . Поскольку расстояние между элементами составляет примерно  $(0,5 \div 0,95)\lambda$ , линейная длина решетки составит приблизительно  $D = 0,26$  м. В этом случае возможно получить девять дискретно-сканирующих лучей. При загрузке, например,  $\rho = 0,7$  и при указанных ранее условиях среднее время передачи сообщений при использовании динамического алгоритма сканирования дискретно-сканирующего луча составит 286 мс (см. рис. 3).

Если линия связи функционирует в  $K_n$ -диапазоне  $f = 12$  ГГц, то линейный размер активной фазированной антенной решетки – 0,4 м. В этом случае возможно сформировать четыре независимых луча и обеспечить среднюю задержку в 305 мс (см. рис. 3).

При построении низкоорбитальных систем спутниковой связи для снижения стоимости сети связи выгоднее увеличить количество спутников в орбитальной группировке, как это реализовано, например, в низкоорбитальной системе спутниковой связи Starlink [12], снизив при этом размеры зоны обслуживания каждого спутника-ретранслятора (зону сканирования дискретно-сканирующего луча)  $\beta$  в пределах  $20 \dots -20^\circ$  от надира. В этом случае размеры активной фазированной антенной решетки для частот 18 и 12 ГГц соответствуют 0,174 и 0,26 м, и возможна реализация двадцати пяти и девяти дискретно-сканирующих лучей. Необходимо отметить, что здесь приведена только оценка числа дискретно-сканирующих лучей, которая в общем случае изменится при учете влияния дифракционных максимумов.

Таким образом, в статье представлена математическая модель для расчета средней задержки передачи информации в линии связи «спутник-ретранслятор – абоненты» при использовании дискретно-сканирующих лучей активной фазированной антенной решетки и получены соотношения в зависимости от общих системных характеристик для двух алгоритмов сканирования/экспонирования дискретно-сканирующего луча по зонам обслуживания. Показано, что динамический алгоритм сканирования дискретно-сканирующего луча обеспечивает снижение средней задержки по отношению к статическому алгоритму в 1,2–6 раз в зависимости от загрузки и числа дискретно-сканирующих лучей. Увеличение числа используемых дискретно-сканирующих лучей (более шести-восьми) не приводит к существенному уменьшению средней задержки при реализации информационного обмена. Приведены оценки возможного числа дискретно-сканирующих лучей в зависимости от ограничений на размеры активной фазированной антенной решетки, ширины диаграммы направленности дискретно-сканирующего луча и размеров сектора сканирования дискретно-сканирующего луча.

Данная работа финансировалась Российским научным фондом, грант № 23-69-10084, <https://rscf.ru/project/23-69-10084/>.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Chen J., Zhang H., Xie Z. Space-Air-Ground Integrated Network (SAGIN): A Survey [Electronical Resource]. URL: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2307.14697> (дата обращения: 22.03.2025).
2. Шевцов В.А. и др. Управление многопозиционной системой структурно-информационного мониторинга воздушного пространства // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 1. С. 160–165.

3. *Chechin G.V., Kolesnichenko V.E., Selin A.I.* Use of Unmanned Aerial Systems for Communication and Air Mobility in Arctic Region // *Advances in Aircraft and Spacecraft Science*. 2022. Vol. 9. № 6. P. 525–536.
4. *Lagunas E., Chatzinotas S., Ottersten B.* Low-Earth Orbit Satellite Constellations for Global Communication Network Connectivity // *Nature Reviews Electrical Engineering*. 2024. Vol. 1. P. 656–665.
5. *Антилогов В.Р.* Проектные технические параметры многоспутниковой низкоорбитальной системы широкополосного доступа Kuiper // *Технологии и средства связи*. 2020. S1. С. 77–80.
6. *Wang Y. et al.* Cooperative Beam Hopping for Accurate Positioning in Ultra-Dense LEO Satellite Networks // *IEEE International Conference on Communications Workshops*, June 14–23, 2021, Montreal, Canada. P. 1–6.
7. *Ye Y. et al.* A Dynamic TDMA Scheduling Strategy for MANETs Based on Service Priority // *Sensors*. 2020. Vol. 20. № 24. Article № 7218.
8. *Камнев В.Е., Черкасов В.В., Чечин Г.В.* Спутниковые сети связи. М.: Военный парад, 2010. 603 с.
9. *Richharia M.* Mobile Satellite Communications: Principles and Trends. John Wiley & Sons, 2014. 752 p.
10. *Антилогов В.Р., Афонин А.А.* Методика вероятностной оценки пропускной способности многолучевой спутниковой сети массового обслуживания // *Электросвязь*. 2011. № 7. С. 45–47.
11. *Han S. et al.* On-Demand Beam Scheduling Technology of Low-Orbit High-Throughput Satellite // *Space-Integrated-Ground Information Networks*. 2022. Vol. 3. P. 28–38.
12. *Пехтерев С.В., Макаренко С.И., Ковальский А.А.* Описательная модель системы спутниковой связи Starlink // *Системы управления, связи и безопасности*. 2022. № 4. С. 190–255.
13. *Клейнрок Л.* Теория массового обслуживания. М.: Машиностроение, 1979. 432 с.
14. *Антенны и устройства СВЧ. Проектирование фазированных антенных решеток / Под ред. Д.И. Воскресенского.* М.: Радио и связь, 1994. 592 с.
15. *Лавров А.С., Резников Г.Б.* Антенно-фидерные устройства. М.: Советское радио, 1974. 368 с.

Поступила в редакцию 22.04.25

После доработки 28.04.25

Принята к публикации 28.04.25

## Analysis of the Possibility of Using Discrete Beam Hopping of an Active Phased Antenna Array to Establish the Information Exchange in Heterogeneous Communication Networks

G.V. CHECHIN, V.E. KOLESNICHENKO, AND I.A. ZHUCHKOV

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow

*The analysis of the probability-time characteristics of information exchange in the communication line between the communications satellite and user terminals is carried out using the technology of discrete beam hopping. The analysis is based on the developed mathematical model of information exchange in the form of a queuing system. Ratios are obtained for calculating the average delay in transmitting information for two beam scanning options (static and dynamic) in the service area with a different number of them and fixed onboard transmitter power for the compared options at different bandwidth costs for synchronization and beam hopping time from one cell to another.*

**Heterogeneous communication network, communications satellite, discrete beam hopping, active phased antenna array, average information transmission delay, communication channel bandwidth**

## Методика выбора оптимальных по критериям баллистической эффективности параметров камеры дожигания прямоточной энергетической установки летательного аппарата

*Предложена частная методика проектирования, основанная на определении оптимального соотношения между длиной камеры дожигания прямоточной силовой установки и массой ее топливного заряда по критерию достижения максимального значения суммарного импульса тяги, при жестких массогабаритных ограничениях летательного аппарата. На основе данной методики с позиций максимального увеличения дальности полета дается оценка целесообразности внедрения на летательном аппарате с различным относительным удлинением инновационного технического решения в виде камеры дожигания прямоточной силовой установки, телескопически трансформируемой в полете.*

**В.В. ВЕТРОВ,**  
д-р техн. наук,  
**П.Д. ШИЛИН,**  
канд. техн. наук,  
**А.С. ФЕДОРОВ,**  
аспирант  
(ТулГУ, Тула)  
pvl.shilin@yandex.ru

**Летательный аппарат, прямоточная силовая установка, камера дожигания, суммарный импульс тяги, баллистическая эффективность**

Современные направления усовершенствования летательных аппаратов характеризуются устойчивой тенденцией к увеличению их дальности полета [1–3]. Особенно это актуально для летательных аппаратов активного старта, в контуре системы управления которых все чаще используются спутниковые навигационные системы, что позволяет практически исключить зависимость точности доставки целевого груза от дальности полета. При этом, несмотря на потребность в увеличении дальности полета, массогабаритные ограничения остаются неизменными.

Выделяют два принципиально разных подхода к повышению дальности полета. Первый – экстенсивный, предполагающий увеличение массогабаритных характеристик летательных аппаратов, второй – интенсивный, основанный на внедрении инновационных решений, не предусматривающих изменение массогабаритных параметров. При этом приоритетным считается второй подход, который связывается с повышением баллистической эффективности.

Баллистическая эффективность отражает оптимальность использования энергетического потенциала летательного аппарата для достижения максимальной дальности при фиксированных массогабаритных характеристиках или максимальной массы груза при заданной дальности. Она определяет уровень конструктивного и функционального совершенства летательного аппарата в полете [2].

Повышение баллистической эффективности рассматривается как относительная количественная оценка влияния конкретного способа устройства или их совокупности на увеличение максимальной дальности полета.

Основные направления повышения баллистической эффективности определяются из анализа аналитической зависимости дальности полета от входящих в нее параметров:

$$l_{\max} = \frac{L\gamma}{C_{x,\text{ср}} \rho_{\text{ср}} V_{\text{ср}}} (I_{\text{уд}} \mu_{\text{т}} + V_{\text{н}} - V_{\text{к}} \mu_{\text{к}}), \quad (1)$$

где  $L$  – габаритная длина летательного аппарата;  $\gamma$  – удельная плотность конструкции;  $\rho_{\text{ср}}$ ,  $C_{x,\text{ср}}$  – средние по траектории полета значения плотности воздуха и коэффициента аэродинамического сопротивления;  $V_{\text{н}}$ ,  $V_{\text{ср}}$ ,  $V_{\text{кон}}$  – начальное, среднее и конечное значения полетной скорости;  $I_{\text{уд}}$  – удельный импульс тяги двигателя,  $\mu_{\text{т}}$ ,  $\mu_{\text{констр}}$  – относительная масса топлива двигателя и конструкции летательного аппарата, осуществляющего полет после выгорания топлива.

Формула (1) не может напрямую использоваться для определения максимальной дальности полета, так как неизвестны среднеинтегральные значения  $C_{x,ср}$ ,  $\rho_{ср}$ ,  $V_{ср}$ , но она позволяет выделить основные направления увеличения дальности полета.

Общая методология реализации концепции баллистической эффективности представляет собой системную совокупность частных методик оптимального проектирования [4] по критериям, обобщенным зависимостью (1).

Приведенная далее частная методика направлена на максимизацию суммарного импульса тяги прямооточной энергетической установки в рамках общей методологии увеличения дальности полета летательного аппарата.

Повышение дальности полета летательного аппарата активного старта при жестких массогабаритных ограничениях возможно за счет внедрения энергоэффективных двигательных установок типа прямооточной энергетической установки [1, 4]. Однако реализация прямооточной установки требует рационального распределения объема между топливным зарядом и камерой дожигания [5–9].

Перспективным решением является применение полетной телескопической трансформации, позволяющей увеличить объем камеры дожигания без изменения внешних габаритов [1].

Рассмотрим конструкцию летательного аппарата активного старта тандемного типа с нетрансформируемой прямооточной установкой, где топливная камера и камера дожигания расположены последовательно (рис. 1) и сохраняют постоянные габариты на всех этапах полета. Заданной здесь является общая длина силовой установки  $L_{об}$ , а оптимальное сочетание длины топливного заряда  $L_T$  и длины камеры дожигания  $L_K$  необходимо определить, исходя из достижения максимального значения суммарного импульса тяги прямооточной энергетической установки. Это и является целью оптимизации.

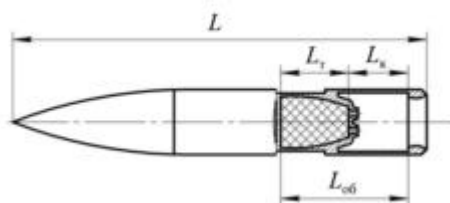


Рис. 1

Масса топливного заряда может быть выражена через конструктивный параметр – длину  $L_T$  (см. рис. 1) – по следующей зависимости:

$$m_T = L_T S \rho, \quad (2)$$

где  $m_T$  – масса топливного заряда газогенератора прямооточной силовой установки или автономной установки, кг;  $L_T$  – длина топливного заряда, м;  $S$  – площадь поперечного сечения заряда, м<sup>2</sup>;  $\rho$  – удельная плотность топливной смеси, кг/см<sup>3</sup>.

Суммарный импульс тяги упрощенно можно определить по зависимости

$$I_{\Sigma} = m_T I_{уд} \eta, \quad (3)$$

где  $I_{уд}$  – удельный импульс (в предположении о полном сгорании заряда газогенератора прямооточной силовой установки), м/с;  $\eta$  – коэффициент дожигания газообразной смеси, характеризующий долю поданного в камеру дожигания топлива, которая полностью сгорает в реальных условиях эксплуатации, в сравнении с теоретически возможным полным сгоранием.

В общем случае коэффициент полноты дожигания зависит от множества факторов, включая конструктивные особенности камеры дожигания, параметры используемого топлива, коэффициент избытка воздуха, а также термодинамические характеристики рабочей среды. Все эти параметры взаимосвязаны и могут быть представлены в виде функции  $\eta = f(x_1, x_2, \dots)$ .

Общий вид этой зависимости (рис. 2) описан степенной функцией

$$\eta(f) = a[f(x_1, x_2, \dots)]^k + c. \quad (4)$$

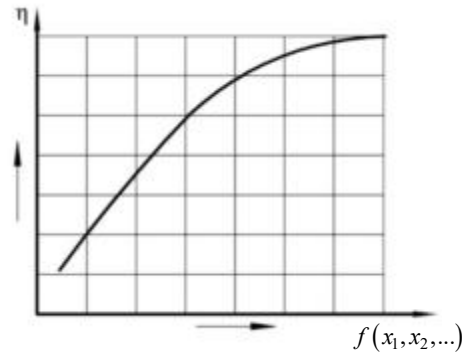


Рис. 2

Выражая массу топлива газогенератора через длину заряда торцевого горения  $L_T$ , его плотность  $\rho$  и диаметр  $D$ , а коэффициент полноты дожигания представляя в виде функции (4), получим следующее выражение для полного (суммарного) импульса тяги прямоточной силовой установки:

$$I_\Sigma = \frac{\pi D^2}{4} \rho L_T I_{уд} \eta(f). \quad (5)$$

Определяемой переменной в уравнении (5) является длина топливного заряда  $L_T$ . Остальные члены  $\pi D^2/4 \rho I_{уд}$  являются постоянными величинами. Обозначим их константой  $C$ .

Так как задачей проектирования является получение максимального значения  $I_\Sigma$ , необходимо взять производную функции (5) и приравнять ее к нулю, получив зависимость для определения максимального значения  $L_T$ . Дифференцируя функцию (5), получим:

$$\frac{dI_\Sigma}{dL_T} = C \left( L_T a k [f(x_1, x_2, \dots)]^{k-1} \frac{df(x_1, x_2, \dots)}{dL_T} + a [f(x)]^k + c \right). \quad (6)$$

По зависимости (6), зная общую длину силовой установки  $L_{об}$ , можно определить оптимальное сочетание длины топливного заряда  $L_T$  и длины камеры дожигания ( $L_{об} - L_T$ ).

Эти два проектных параметра демонстрируют конкурирующую взаимосвязь: увеличение одного из них обуславливает снижение другого. В качестве компромиссного решения предполагается определение оптимальных значений  $L_k$  или  $L_T$  при заданной общей длине силовой установки  $L_{об}$ .

По результатам известных исследований [8, 9], коэффициент дожигания зависит от длины камеры дожигания  $L_k$ , ее диаметра  $D_k$  и количества расходных отверстий газогенератора  $N$ . Таким образом, его можно представить как функцию этих параметров  $f(L_k, D_k, N) = \frac{L_k}{D_k} \sqrt{N}$ . Примем, что диаметр камеры дожигания  $D_k$  равен диаметру заряда  $D$ , а  $L_k = L_{об} - L_T$ , тогда выражение (6) будет иметь вид

$$\frac{dI_\Sigma}{dL_T} = C \left( a \left( \frac{L_{об} - L_T}{D} \sqrt{N} \right)^k - \frac{L_T a k \sqrt{N} \left( \frac{L_{об} - L_T}{D} \sqrt{N} \right)^{k-1}}{D} + c \right). \quad (7)$$

Используя изложенный метод получения оптимальных конструктивных параметров камеры дожигания и топливного заряда, которые соответствуют максимальному значению  $I_\Sigma$ , рассчитаем данные па-

раметры для некоторых вариантов летательных аппаратов различного характерного удлинения  $\lambda$  с исходными геометрическими характеристиками (табл. 1).

Таблица 1

Вариант	Удлинение летательного аппарата $\lambda$	Длина силовой установки $L_{об}$ , м	Диаметр камеры дожига $D_k$ , м
1	5...6,5	0,2	0,18
2	7,5...10	0,4	0,13
3	12...14,5	1	0,13

На примере варианта 2 зададимся общей длиной  $L_{об} = 0,4$  м, диаметром камеры дожига  $D_k = 0,13$  м, количеством сопел газогенератора 9, коэффициентами  $a = -1,53$ ;  $k = -0,59$ ;  $c = 1,28$  [10]. Далее, подставляя указанные значения в уравнение (7), вычисляем  $L_T$ .

Результаты, полученные при помощи уравнения (7), приведены в табл. 2.

Таблица 2

Вариант	Длина заряда $L_T$ , м	Длина камеры дожига $L_k$ , м	Коэффициент дожига $\eta$
1	0,07	0,13	0,31
2	0,235	0,165	0,59
3	0,72	0,28	0,77

С использованием полученных результатов произведем оценку величины  $I_\Sigma$  и осуществим сравнительный анализ рассматриваемых вариантов летательных аппаратов, оснащенных либо ракетным двигателем на твердом топливе, либо прямоточной энергетической установкой, соответствующих рассматриваемым массогабаритным параметрам (табл. 3).

Таблица 3

Вариант	Масса заряда прямоточной установки $m_T$ , кг	Масса заряда автономной установки $m_T$ , кг	Полный импульс прямоточной установки $I_\Sigma$ , кг·м/с	Полный импульс автономной установки $I_\Sigma$ , кг·м/с
1	3,2	9,2	7000	20000
2	5,6	9,5	23000	21000
3	17,2	23,9	92810	52540

Согласно полученным результатам использование прямоточной силовой установки на летательном аппарате малого удлинения ( $L_{отн} = 5 \div 6,5$ ) с малым запасом топлива нецелесообразно. Альтернативой ракетному двигателю на твердом топливе может быть уже не прямоточная энергетическая установка, а донный газогенератор, демонстрирующий при определенных полетных скоростях большие значения (условного) удельного импульса.

Летательные аппараты среднего удлинения ( $L_{отн} = 7,5 \div 10$ ) характеризуются увеличенным запасом топлива, что обуславливает разницу в суммарном импульсе тяги между прямоточной энергетической установкой и ракетным двигателем на твердом топливе. В данном случае преимущество прямоточной энергетической установки составляет порядка 10 %. В случае летательного аппарата большого удлинения наблюдается существенное превосходство прямоточной энергетической установки, демонстрирующей почти двукратное превышение суммарного импульса по сравнению с ракетным двигателем на твердом топливе.

Увеличить относительную эффективность прямоточной энергетической установки применительно к первым двум типам артиллерийских снарядов можно применением в конструкции указанных летательных аппаратов камеры дожига, телескопически трансформируемой по длине, что позволит существенно увеличить коэффициент дожига. Данная проблема отсутствует у летательных аппаратов большого удлинения ( $L_{отн} = 12 \div 14,5$ ), где выбор конструкции определяется требуемой дальностью полета.

Рассмотрим вариант летательного аппарата с трансформируемой по длине камерой дожигающей прямооточной силовой установки. С этой целью введем параметр  $T$ , который определяет прирост длины камеры дожигающей (рис. 3).

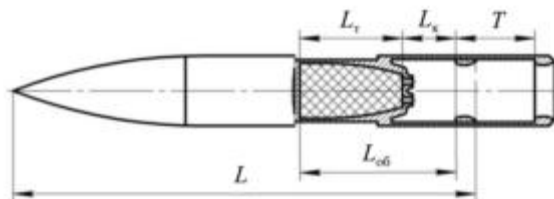


Рис. 3

Тогда выражение (7) примет следующий вид:

$$\frac{dI_{\Sigma}}{dL_r} = C \left( a \left( \frac{L_{об} - L_r + T}{D} \sqrt{N} \right)^k - \frac{L_r a k \sqrt{N} \left( \frac{L_{об} - L_r + T}{D} \sqrt{N} \right)^{k-1}}{D} + c \right). \quad (8)$$

С использованием зависимости (8) определим расчетные параметры для рассмотренных вариантов летательных аппаратов при наличии трансформации камеры дожигающей. Значение параметра  $T$  для вариантов 1, 2 (см. табл. 1) примем как  $0,5L_{об}$ , для вариантов 3 –  $0,25L_{об}$ . Полученные результаты приведены в табл. 4.

Таблица 4

Вариант	Длина силовой установки $L_{об}$ , м	Длина заряда $L_r$ , м	Длина камеры дожигающей $L_k$ , м	Коэффициент дожигающей $\eta$	Масса заряда прямооточной установки $m_r$ , кг	Полный импульс прямооточной установки $I_{\Sigma}$ , кг·м/с
1	0,3	0,137	0,163	0,43	6,3	18950
2	0,6	0,39	0,21	0,68	9,3	44140
3	1,25	0,93	0,32	0,81	22,2	125900

Анализируя полученные результаты, можно сделать вывод о том, что в случае летательного аппарата малого удлинения ( $L_{отн} = 5 \div 6,5$ ) даже с применением трансформируемой камеры дожигающей использование прямооточной силовой установки нецелесообразно и практически сопоставимо с автономной силовой установкой на базе ракетного двигателя на твердом топливе. Для летательного аппарата среднего удлинения ( $L_{отн} = 7,5 \div 10$ ) ощутимое преимущество наблюдается исключительно при применении трансформируемой в полете прямооточной установки. В классе летательных аппаратов большого удлинения ( $L_{отн} = 12 \div 14,5$ ) существенные преимущества демонстрируют оба варианта прямооточной силовой установки.

Таким образом, в результате проведенного исследования можно сделать следующие выводы.

При использовании рассмотренной частной методики проектирования прямооточной энергетической установки выявлена необходимость рационального распределения объема между топливным зарядом и камерой дожигающей для достижения максимального полного импульса тяги. В этом контексте определяются оптимальные конструктивные параметры – длина и диаметр камеры дожигающей.

Удлинение летательного аппарата оказывает значительное влияние на выбор бортовой энергоустановки.

Телескопическая трансформация камеры дожигающей прямооточной установки позволяет существенно увеличить коэффициент дожигающей и, следовательно, тяговые характеристики двигателя.

С помощью предложенного подхода получена сугубо предварительная оценка дальности полета, применимая исключительно на этапе предпроектного (концептуального) исследования. Следует учитывать, что в работе обозначено направление анализа по повышению баллистической эффективности, однако наличие значительной параметрической неопределенности требует проведения дополнительных исследований для формирования окончательных проектных решений.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-29-20023, <https://rscf.ru/project/24-29-20023/>.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бабичев В.И., Ветров В.В., Костяной Е.М. Анализ целесообразности использования ракетно-прямоточных двигателей на артиллерийских снарядах // Изв. РАН. 2012. № 4 (74). С. 3–8.
2. Ветров В.В. и др. О концепции повышения баллистической эффективности летательных аппаратов с доминирующим энергопассивным участком траектории // Изв. вузов. Авиационная техника. 2015. № 2. С. 23–28.
3. Хилькевич В.Я., Яновский Л.С. Использование эффектов рикошетирования и кабрирования для увеличения дальности полета ракет // Изв. вузов. Авиационная техника. 2005. № 3. С. 70–72.
4. Ветров В.В. и др. О баллистической эффективности бикалиберных летательных аппаратов с доминирующим энергопассивным участком траектории // Изв. вузов. Авиационная техника. 2017. № 4. С. 11–16.
5. Воронецкий А.В. и др. Параметрическое исследование тяговых характеристик прямоточного двигателя // Инженерный журнал: наука и инновации. 2020. № 8. С. 1–17.
6. Фомин В.М. и др. Анализ траекторий полета летательного аппарата с прямоточным воздушно-реактивным двигателем // Прикладная механика и техническая физика. 2014. № 6 (328). С. 35–42.
7. Картовицкий Л.Л., Левин В.М., Яковлев А.А. Концепция повышения эффективности рабочего процесса ПВРД // Изв. вузов. Авиационная техника. 2015. № 4. С. 67–72.
8. Сорокин В.А. и др. Проектирование и отработка ракетно-прямоточных двигателей на твердом топливе / Под общ. ред. В.А. Сорокина. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016. 317 с.
9. Обносов Б.В. и др. Конструкция и проектирование комбинированных ракетных двигателей на твердом топливе. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. 303 с.
10. Research and Development of Ram/Scramjets and Tutboramjets in Russia [Electronical Resource]. URL: <https://www.sto.nato.int/publications/AGARD/AGARD-LS-194/AGARDLS194.pdf> (дата обращения: 26.11.2024).

Поступила в редакцию 26.12.24

После доработки 6.04.25

Принята к публикации 20.05.25

## Methodology for Selecting Optimal Parameters of the Afterburner Chamber of an Aircraft Ramjet Power Plant Based on Ballistic Efficiency Criteria

V.V. VETROV, P.D. SHILIN, AND A.S. FEDOROV

Tula State University, Tula

*A specialized design methodology was proposed, based on determining the optimal ratio between the length of the afterburner chamber in a ramjet propulsion system and the mass of its fuel charge, using the criterion of achieving the maximum total thrust impulse under strict mass and dimensional constraints of the aircraft. Based on this methodology, from the perspective of maximizing flight range, an assessment is provided on the feasibility of implementing an innovative technical solution on an aircraft with varying relative elongation—specifically, an afterburner chamber of a ramjet propulsion system that can be telescopically transformed in flight.*

**Aircraft, ramjet power plant, afterburner chamber, total thrust impulse, ballistic efficiency**

## Влияние коэффициента избытка воздуха и акустической настройки на рабочий процесс эжекторного пульсирующего воздушно-реактивного двигателя

**К.А. СИДЕНКО,**  
аспирант,  
**В.В. БИРЮК,**  
д-р техн. наук  
(Самарский университет,  
Самара)  
sidenkokirill@mail.ru

*Анализируются и сопоставляются результаты экспериментальных исследований систем, поддерживающих вибрационное (пульсирующее) горение, в частности, эжекторного пульсирующего воздушно-реактивного двигателя. Показано влияние коэффициента избытка воздуха и акустической настройки на режим работы данных систем.*

**Эжекторный пульсирующий воздушно-реактивный двигатель, нормальное горение, вибрационное горение, пульсирующее горение, смесеобразование, акустическая настройка**

Исследуемый эжекторный пульсирующий воздушно-реактивный двигатель представляет собой колебательную систему, одна и та же конфигурация которой при наличии и отсутствии теплоподвода характеризуется различными источниками автоколебаний [1].

Упрощенное изображение исследуемого эжекторного пульсирующего воздушно-реактивного двигателя (продольный разрез) представлено на рис. 1. Здесь: 1 – передний срез первой впускной трубы; 2 – первая впускная труба; 3 – задний срез первой впускной трубы и передний срез второй впускной трубы; 4 – передняя стенка камеры сгорания; 5 – вторая впускная труба; 6 – камера сгорания; 7 – задняя стенка камеры сгорания; 8 – козырек; 9 – змеевик и ниша змеевика; 10 – резонаторная труба; 11 – задний срез резонаторной трубы.

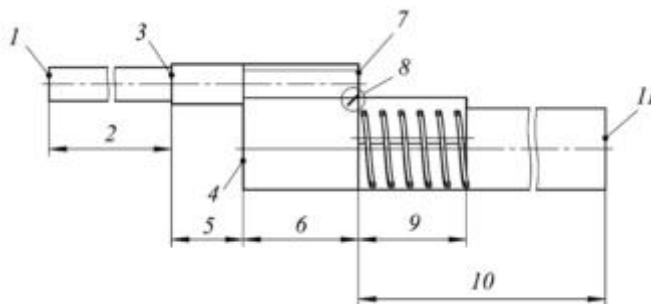


Рис. 1

Теплоподвод, частным случаем которого является горение, является источником автоколебаний в эжекторном пульсирующем воздушно-реактивном двигателе при наличии необходимого фазового сдвига между колебаниями теплоподвода и давления. Однако фазовый сдвиг не является параметром, на который можно непосредственно влиять.

Введем понятие нормального и вибрационного (пульсирующего) горения: «В лабораторной установке <...> использовался термоанемометр, позволяющий записывать мгновенные значения скорости потока. Этот термоанемометр был установлен перед зоной горения. При установившемся вибрационном горении (даже малой интенсивности) амплитуда и период колебаний скорости потока становились строго постоянными, причем наблюдавшиеся до этого турбулентные пульсации скорости как бы “исчезали” на фоне четких колебаний, имевших акустическую природу» [2].

Приведем осциллограммы, соответствующие нормальному (рис. 2, а) и вибрационному (пульсирующему) (рис. 2, б) горению.

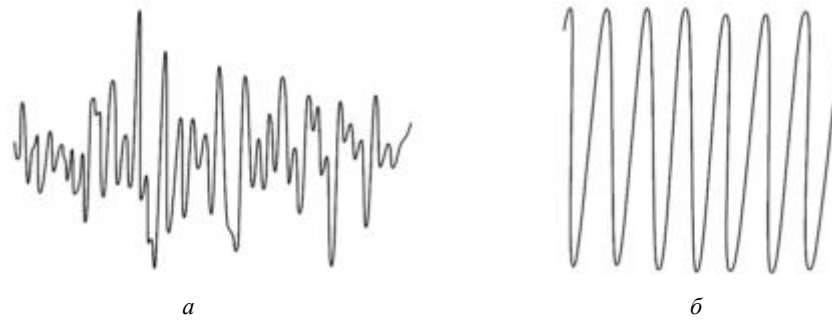


Рис. 2

Переход от нормального режима горения к вибрационному демонстрирует следующий эксперимент (рис. 3): «Опыт <...> сводился к тому, что после поджигания горючей смеси производилось постепенное обогащение смеси (уменьшение  $\alpha$ ), при этом, по мере обогащения ее, регистрировались амплитуды колебаний давления в некотором сечении трубы. Из приведенного экспериментального графика видно, что в некотором диапазоне изменения  $\alpha$  (от  $\alpha = 2$  до  $\alpha = 1,38$ ) никакого изменения амплитуды колебаний давления не происходит. Затем при почти незаметном изменении  $\alpha$  от 1,38 до 1,34 наблюдается внезапное, скачкообразное увеличение амплитуды в пять раз. При дальнейшем уменьшении  $\alpha$  эта амплитуда практически не меняется. Помимо скачкообразного изменения амплитуд, переход через  $\alpha = 1,38 \div 1,34$  сопровождается также изменением характера самих колебаний: если при  $\alpha > 1,38$  колебания неопределенны и изменчивы и имеют составляющие самых различных частот, то при  $\alpha < 1,34$  наблюдаются совершенно четкие колебания, составленные одной или иногда двумя гармониками, характерными для акустических свойств трубы в целом <...> Такое поведение колебательной системы можно объяснить следующим образом. При  $\alpha > 1,38$  система устойчива и наблюдающиеся колебания давления являются следствием турбулентности течения, возмущений давления, связанных с горением и т. д. Где-то между  $\alpha = 1,38$  и  $\alpha = 1,34$  система становится колебательно-неустойчивой по отношению к малым возмущениям; амплитуды той гармонике, которая стала неустойчивой, начинают быстро возрастать, и она вскоре становится доминирующей. Рост амплитуд ставшей неустойчивой гармонике приостанавливается явлениями, связанными с нелинейными свойствами системы <...> Поскольку темп увеличения амплитуды колебаний неустойчивой гармонике достаточно велик (обычно она достигает установившегося значения за 2-3 колебания, т. е. за малые доли секунды), то переход от нормального горения к вибрационному происходит практически мгновенно» [2].

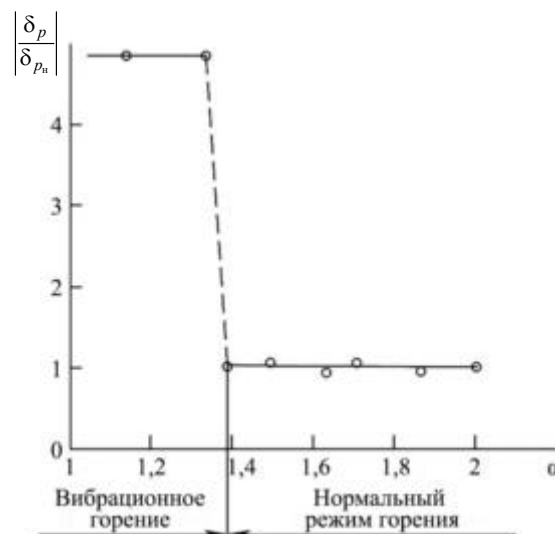


Рис. 3

Таким образом, колебательные системы характеризуются изменением режима горения при малейших изменениях значений параметров, непосредственно влияющих на процесс горения, в частности коэффициента избытка воздуха. Следует отметить, что в работах [3, 4] влияние коэффициента избытка воздуха при анализе рабочего процесса пульсирующего воздушно-реактивного двигателя либо не рассматривается совсем, либо рассматриваются такие установки, значения силы тяги которых не приводятся.

Приведем осциллограммы колебаний давления во второй впускной трубе (рис. 4, кривая 2) и силы тяги (рис. 4, кривая 4), значение давления в топливном коллекторе (рис. 4, кривая 1) и среднее значение давления во второй впускной трубе (рис. 4, кривая 3).

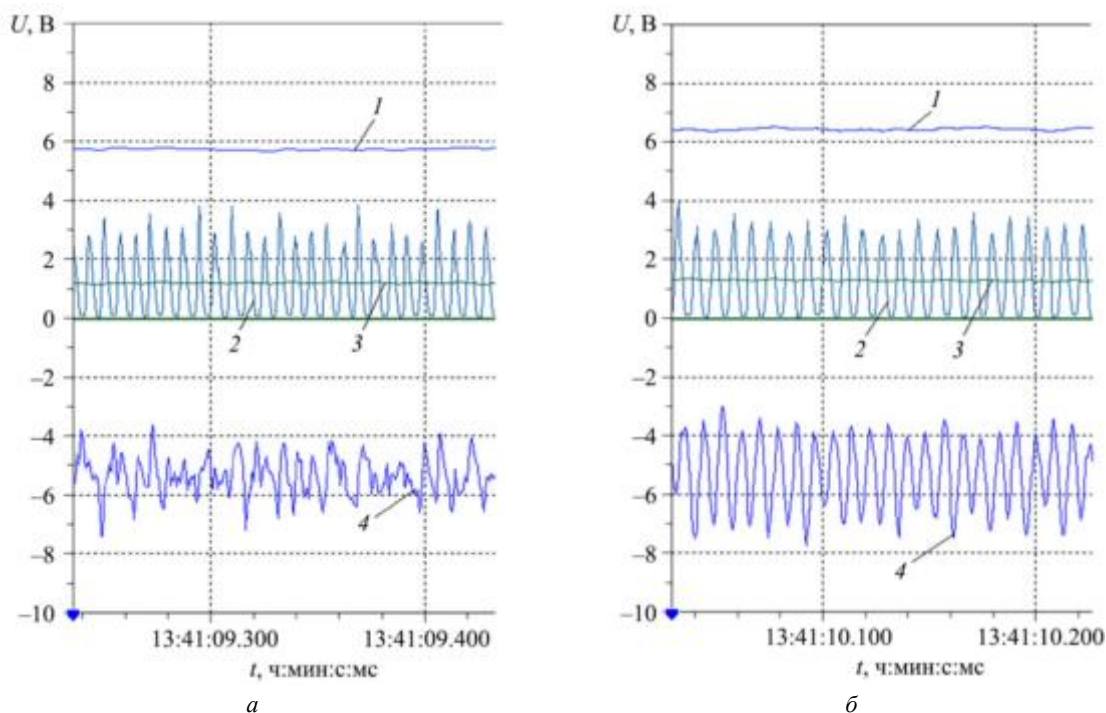


Рис. 4

Осциллограммы были получены в ходе проведения огневых испытаний исследуемого эжекторного пульсирующего воздушно-реактивного двигателя. Устройство испытательного стенда и методика проведения испытаний были описаны в работе [1]. В данном случае общая длина камеры сгорания и резонаторной трубы эжекторного пульсирующего воздушно-реактивного двигателя – 1370 мм, скорость набегающего потока воздуха – 60 м/с. На рис. 4, а показан режим нормального горения, что видно по колебаниям силы тяги, создаваемой двигателем. Колебания не имеют постоянной амплитуды и частоты, среднее значение силы тяги практически равно нулю. Давление топлива в этом случае 0,539 МПа, частота колебаний давления во второй впускной трубе приблизительно 130 Гц. На рис. 4, б показан режим вибрационного (пульсирующего) горения. Давление топлива составляет 0,588 МПа, частота колебаний давления во второй впускной трубе около 110 Гц. В обоих случаях колебания давления во второй впускной трубе, кроме частоты, ничем не отличаются, а их средние значения практически равны. В режиме пульсирующего горения колебания силы тяги двигателя приобрели устойчивую амплитуду и частоту при давлении топлива, превышающем давление в режиме нормального горения всего на 49 кПа.

Результаты данного эксперимента демонстрируют важность высокой точности регулирования давления топлива для обеспечения оптимального значения  $\alpha$  в зависимости от скорости набегающего потока воздуха.

Однако среди параметров, влияющих на рабочий процесс эжекторного пульсирующего воздушно-реактивного двигателя, есть действующие опосредственно.

Осциллограммы, аналогичные приведенным на рис. 4, с учетом увеличения общей длины камеры сгорания и резонаторной трубы до 1400 мм представлены на рис. 5. Здесь: 1 – давление в топливном коллекторе; 2 – давление во второй впускной трубе; 3 – среднее давление во второй впускной трубе; 4 – сила тяги.

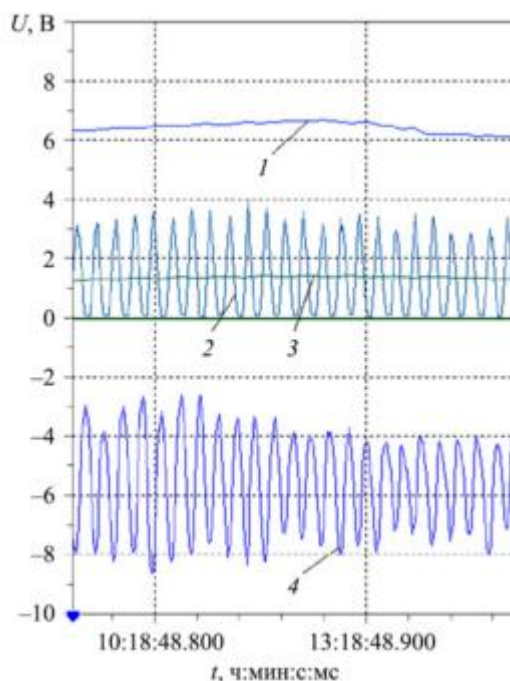


Рис. 5

Давление топлива в этом случае находилось на уровне 0,588 МПа, частота колебаний давления во второй впускной трубе, как и силы тяги, составляет приблизительно 110 Гц. Колебания давления и их средние значения во второй впускной трубе аналогичны предыдущим рассмотренным случаям (см. рис. 4). Следует обратить внимание на осциллограммы колебаний силы тяги (см. рис. 5). При том же значении давления топлива, что и в предыдущем случае (см. рис. 4, б), но с увеличением длины резонаторной трубы только на 30 мм размах колебаний силы тяги заметно больше. Согласно результатам данного эксперимента относительно небольшое изменение длины резонаторной трубы способствовало изменению отношения количества акустической энергии, излучаемой в открытое пространство и отражающейся от открытого конца трубы, что существенно повлияло на рабочий процесс двигателя. Благодаря этому возможно использовать акустические свойства системы для оптимизации колебательного процесса и получения лучших характеристик двигателя в целом.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сиденко К.А. Источники автоколебаний в эжекторном пульсирующем воздушно-реактивном двигателе // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 3. С. 112–119.
2. Раушенбах Б.В. Вибрационное горение. М.: Физматгиз, 1961. 500 с.
3. Побежимов В.Н. Моделирование рабочего процесса пульсирующего ВРД с аэродинамическим клапаном на основе анализа термодинамического цикла // Изв. вузов. Авиационная техника. 2007. № 1. С. 46–48.
4. Белодед О.В., Ларионов В.М. Особенности вибрационного горения в трубе с внезапным изменением поперечного сечения // Изв. вузов. Авиационная техника. 2006. № 1. С. 30–33.

Поступила в редакцию 11.12.24  
После доработки 28.03.25  
Принята к публикации 28.03.25

# Influence of Air Excess Ratio and Acoustic Tuning on the Operation Process of the Ejector Pulsejet Engine

K.A. SIDENKO AND V.V. BIRYUK

Samara University, Samara

*The paper analyzes and compares the results of experimental studies of systems supporting the vibrating (pulsating) combustion, in particular, the ejector pulsejet engine. The influence of excess air ratio and acoustic tuning on the operation mode of such systems is shown.*

**Ejector pulsejet engine, normal combustion, vibrating combustion, pulsating combustion, mixing, acoustic tuning**

## Методика формирования базы знаний интеллектуальной системы проектирования технологических процессов

**Е.И. ЕГОРОВА**,  
канд. техн. наук,  
**А.Н. ЛУНЕВ**,  
д-р техн. наук,  
**Д.В. КУРЫЛЕВ**,  
канд. техн. наук  
(КНИТУ-КАИ, Казань)  
egrvelena@mail.ru

*Рассматривается вопрос формирования операции технологического процесса на основе описания функциональных моделей технологических возможностей при принятии решений (матрицы технологических решений). Разработана методика создания баз знаний для прецедента интеллектуальной системы построения технологических процессов. Проектное технологическое решение формируется в результате совместной работы модулей интеллектуальной системы – модуля выбора оборудования, модуля выбора инструмента и модуля выбора приспособления.*

**Искусственный интеллект, технологическое решение, прецедент, режущий инструмент, технологический процесс**

Каждый модуль проектного технологического решения характеризуется собственными уникальными характеристиками процесса проектирования технологии как на входе, так и на выходе формирования решения. В связи с этим каждый модуль интеллектуальной системы проектирования технологических процессов рассматривается как многоагентная система. Агентами данной конкретной системы, например выбора металлорежущего оборудования, являются входные параметры для конкретного модуля системы. Выходные параметры многоагентной системы выбора металлорежущего оборудования являются входными параметрами для многоагентной системы выбора режущего инструмента и т. д. [1] При выборе стратегии обработки ставится важная технологическая задача – выбор компонентов системы проектирования – станка, приспособления, режущего инструмента. От правильного выбора каждого компонента системы проектирования зависит качество обработки детали в целом и конкурентоспособность производства с учетом субъективно-рационального выбора на каждом этапе проектирования.

При формировании оптимального технологического решения рассмотрим каждый компонент процесса принятия решения как отдельную систему с характеристиками, входными и выходными параметрами процесса проектирования с целью выявления общих признаков процесса проектирования и построения функциональных моделей технологических возможностей при принятии решений [2].

Данный процесс представим на примере детали «корпус», представление исходной информации по которой описано в работе [3].

Функция-блок «Выбор операции» получает на вход информацию о выбранной заготовке (пруток  $\varnothing 105^{+0,4}_{-1,7}$  ГОСТ 2590-2006) и количестве изготавливаемых деталей (рис. 1).



Рис. 1

Управляющим воздействием, от чего зависит выбор операции, будет являться тип обрабатываемой поверхности, в данном случае это цилиндрическая наружная поверхность и справочно-нормативная ин-

формация. Выбор конкретной операции обработки цилиндрических поверхностей зависит от накопленного предыдущего опыта обработки подобных поверхностей, который включается в базу знаний прецедентов интеллектуальной системы построения технологических процессов. Следовательно, на выходе из блока «Выбор операции» можно получить несколько вариантов действий, от которых будет зависеть работа следующих функциональных блоков, так как эта информация будет для нижеследующих блоков являться входной [4].

Функциональный блок «Выбор операции» соединяется со следующим функциональным блоком – «Выбор оборудования, приспособления, режущего инструмента» (рис. 2). Если определено действие, например «точить» (см. рис. 1), то для этого действия выбор оборудования, приспособления, режущего инструмента будет происходить одновременно, без разбивки его на подуровни [5].



Рис. 2

При описании детали на языке UML используются абстракции. Например, деталь «корпус» – это какая-либо абстрактная деталь, а ее поверхности (внутренние и наружные цилиндрические) – ее реализация. Классы поверхностей наследуют все, что присуще классу детали. Таким образом, между классом «корпус» и классами «поверхность Б312 цилиндрическая наружная», «поверхность Б12 плоская наружная поверхность» установлена связь обобщения (рис. 3).



Рис. 3

Для моделирования операции технологического процесса механической обработки детали «корпус» рассмотрим одну из операций – 010 «токарная с ЧПУ». Класс «операция» описывается следую-

щими атрибутами: номер операции, код операции, наименование операции, наименование оборудования, нормы основного и штучного времени на выполнение операции, описание содержания и технологической оснастки. Моделирование класса «операция» обеспечивает проектирование и нормирование операции.

Первый уровень декомпозиции операции – установ. Атрибутами класса «установ» будут номер установа, содержание установа, применяемая технологическая оснастка, норма времени на установ. Моделирование класса «Установ» обеспечивает проектирование и нормирование установа. Класс «установ» связан с классом «операция» отношением композиции один ко многим 1... \* (одна операция может быть выполнена за несколько установов). При формировании технологической документации принято заносить данные установа как одного из переходов операции, поэтому его нумеруют в сквозном порядке с остальными переходами. Однако содержание и нормирование установа отличается от остальных переходов, что учитывается в описании при моделировании класса «Установ». Рассмотрим первый установ токарной операции 010 «токарная с ЧПУ» технологического процесса изготовления детали «корпус» (рис. 4). В качестве технологической оснастки применяется трехкулачковый патрон, время на установ  $T_{в} = 12$  с. Все эти элементы являются атрибутами класса, которые позволяют спроектировать и нормировать установ.

Установ
+ установ 1
+ 1
+установить и закрепить заготовку
+ трехкулачковый патрон
+ $T_{в} = 12$ с
Проектирование и нормирование ()

Рис. 4

Второй уровень декомпозиции операции – переход. Атрибуты класса «переход» – номер перехода, содержание перехода, нормы основного и штучного времени на переход. Метод этого класса обеспечивает проектирование и нормирование перехода. Класс «переход» связан с классом «установ» отношением композиции один ко многим 1... \* (у одного установа может быть несколько переходов).

На рис. 5 рассмотрен первый переход первого установа токарной операции 010 «токарная с ЧПУ» технологического процесса изготовления детали «корпус».

Переход
+ 2
+ подрезать торец
+ $T_{о} = 5,5$ с
+ $T_{шт} = 5,72$ с
Проектирование и нормирование ()

Рис. 5

Торец заготовки подрезается на втором переходе первого установа операции 010 «токарная с ЧПУ» технологического процесса изготовления детали «корпус». Время на переход  $T_{о} = 5,5$  с;  $T_{шт} = 5,72$  с. Все эти элементы являются атрибутами класса, которые позволяют спроектировать и нормировать второй переход.

Следующий уровень декомпозиции операции – рабочий ход. Атрибуты класса «рабочий ход» – наибольший размер  $D$  или  $B$ , мм, по которому рассчитывается скорость резания; расчетная длина  $L$ , мм, включающая длину резания и величину перебега; глубина резания  $t$ , мм; число рабочих ходов  $i$ ; подача  $S$ , мм/об; частота вращения  $n$ , об/мин<sup>-1</sup>; скорость резания  $V$ , м/с. Моделирование класса «рабочий ход» обеспечивает проектирование рабочего хода. Класс «Рабочий ход» связан с классом «переход» отношением композиции один ко многим 1... \* (один переход может выполняться за несколько рабочих ходов).

Рис. 6 демонстрирует рабочий ход второго перехода первого установа токарной операции 010 «токарная с ЧПУ» технологического процесса изготовления детали «корпус».

Рабочий ход	
+ $D = 105$ мм	+ $S = 0,707$ мм/об
+ $L = 52,5$ мм	+ $n = 2000$ об/мин <sup>1</sup>
+ $t = 2$ мм	+ $V = 140$ м/мин
+ $i = 1$	
Проектирование ()	

Рис. 6

На этом переходе подрезается торец заготовки. Атрибуты класса «рабочий ход» позволяют спроектировать рабочий ход инструмента для подрезки торца заготовки.

Следующий уровень декомпозиции рабочего хода – режущий инструмент, которым он осуществляется. Атрибуты класса «режущий инструмент» – тип инструмента, характерные для него державка и пластина. Моделирование класса «режущий инструмент» обеспечивает проектирование режущего инструмента. Класс «режущий инструмент» связан с классом «рабочий ход» отношением композиции один к одному 1...1 (для одного рабочего хода используется один режущий инструмент).

На рис. 7 приведен режущий инструмент второго перехода первого установа токарной операции 010 «токарная с ЧПУ» технологического процесса изготовления детали «корпус».

Режущий инструмент
+ Резец проходной
+ Державка DCLNR 2525M 16
+ Пластина CNMG 1606 08-PR 4425
Проектирование ()

Рис. 7

В данном переходе используется проходной резец с державкой DCLNR 2525M 16 и пластиной CNMG 16 06 08-PR 4425. Все эти элементы являются атрибутами класса, которые позволяют спроектировать режущий инструмент.

На рис. 8 показан класс «операция» технологического процесса изготовления детали «корпус». В итоге операция 010 «токарная с ЧПУ», имеющая код операции 4233, выполняется на токарном обрабатывающем центре SMART NL 4000M. Время на операцию  $T_0 = 366,6$  с;  $T_{шт} = 480,72$  с. В этой операции три установка, используются трехлачковый патрон, вращающийся задний центр и неподвижный люнет. Полуфабрикат получается с помощью подрезки торца, сверления центрального отверстия, точения наружной поверхности, точения уступа, растачивания внутренней поверхности, фрезерования шестигранника, фрезерования шесть пазов, сверления отверстия. Все эти элементы являются атрибутами класса, которые позволяют спроектировать и нормировать операцию.

Таким образом, следуя описанной методике, получим фрагмент диаграммы классов операции технологического процесса изготовления детали «корпус» (рис. 9).

В данной работе описана методика формирования базы знаний прецедента детали «корпус», что позволяет сформировать оптимальное технологическое решение – технологический процесс механической обработки детали в автоматическом режиме. Меняя условия производства [6–8], а также средства производства, получаем альтернативные технологические решения в автоматическом режиме. Таким образом, сокращаются сроки подготовки производства, повышается качество получаемой продукции в целом, высвобождается время на детальную проработку более сложных технологических решений.

Операция
+ 010 + 4233 + токарная с ЧПУ + SMART NL 6000M + $T_o = 366,6$ с + $T_{шт} = 480,72$ с + установить и закрепить заготовку, установить заготовку с поджатием задним центром, установить деталь с упором на люнеты + подрезать торец, сверлить центровое отверстие, точить наружную поверхность, точить уступ, расточить внутреннюю поверхность, фрезеровать шестигранник, фрезеровать шесть пазов, сверлить отверстие + трехкулачковый патрон, вращающийся задний центр, неподвижный люнет
Проектирование и нормирование ()

Рис. 8

Операция
+ 010 + 4233 + токарная с ЧПУ + SMART NL 6000M + $T_o = 366,6$ с + $T_{шт} = 480,72$ с + установить и закрепить заготовку, установить заготовку с поджатием задним центром, установить деталь с упором на люнеты + подрезать торец, сверлить центровое отверстие, точить наружную поверхность, точить уступ, расточить внутреннюю поверхность, фрезеровать шестигранник, фрезеровать шесть пазов, сверлить отверстие + трехкулачковый патрон, вращающийся задний центр, неподвижный люнет
Проектирование и нормирование ()

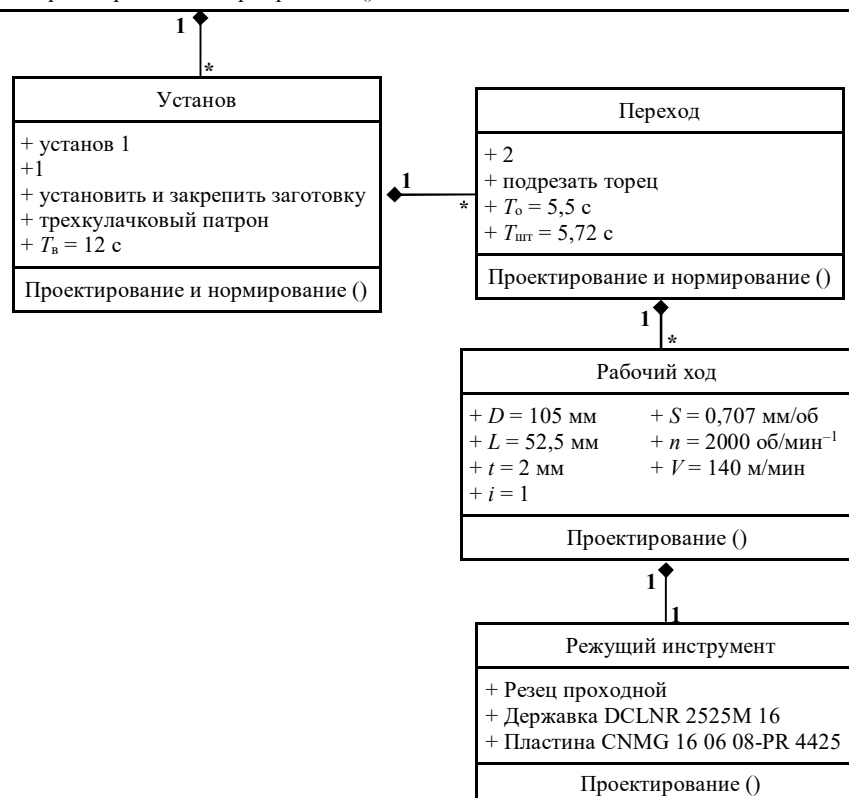


Рис. 9

Описанная методика обеспечивает возможность формирования на предприятии собственной уникальной базы знаний технологических решений в кратчайшие сроки. При этом высвобождается рабочее время технолога-эксперта, ранее затрачиваемое на рутинное описание технологии. Таким образом, технолог сможет выступать экспертом по оценке технологического решения, предлагаемого системой, и вносить изменения в условиях гибкого производства.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Симонова Л.А., Егорова Е.И., Ахмадиев А.И. Реализация технологических решений с помощью нейронной сети // СТИН. 2022. № 1. С. 25–28.
2. Egorova E.I. The Matrix of Technological Capabilities for the Formation of the Optimal Route-and-Operational Technology Structure // Lecture Notes in Mechanical Engineeringthis / Eds. A.A. Radionov, V.R. Gasiyarov. Springer, 2022. P. 716–727.
3. Егорова Е.И., Курьлев Д.В. Моделирование технологического процесса детали «стакан» на языке UML // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 4. С. 189–194.
4. Егорова Е.И., Набиуллина Г.Р. Формирование базы знаний интеллектуальной системы построения технологических процессов // Научно-технический вестник Поволжья. 2024. № 9. С. 70–74.
5. Соловьев В.К. Автоматизированное проектирование операционных технологических процессов изготовления деталей точного машиностроения // Изв. вузов. Авиационная техника. 2004. № 1. С. 75–77.
6. Ефанов В.Н., Иванова Н.С. Экспертная система оценки технического состояния газотурбинных двигателей с использованием базы знаний темпоральных прецедентов // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 1. С. 61–68.
7. Бобарика И.О., Груздев А.С. Методика оптимизации гидросистемы на этапе эскизного проектирования с помощью генетического алгоритма NSGA-II // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 2. С. 140–147.
8. Коваленко Г.В., Ядров И.А., Куц К.А. Интеллектуальная адаптивная система поддержки принятия экипажем воздушного судна решений по обходу очагов грозовой деятельности // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 3. С. 120–126.

Поступила в редакцию 17.03.25

После доработки 29.04.25

Принята к публикации 30.04.25

## The Methodology of Forming the Knowledge Base of the Intelligent Process Design System

E.I. EGOROVA, A.N. LUNEV, AND D.V. KURYLEV

Tupolev Kazan National Research Technical University, Kazan

*The paper presents the issue of forming the operation of a technological process based on the description of functional models of technological capabilities in decision-making (matrix of technological solutions). A methodology for creating knowledge bases for the use case of an intelligent system for building technological processes was developed. The design technological solution is formed as a result of the joint work of the intelligent system modules – the equipment selection module, the tool selection module and the device selection module.*

**Artificial intelligence, technological solution, precedent, cutting tool, technological process**