



**СОДЕРЖАНИЕ**

**CONTENTS**

**Авиационная техника**

**Aircraft Equipment**

*Babu Santhana A.V.* 4

*Babu Santhana A.V.*

Challenges in Gaganyaan Mission: An Analysis of India's Human Spaceflight Endeavour

Challenges in Gaganyaan Mission: An Analysis of India's Human Spaceflight Endeavour

**Проектирование летательных аппаратов**

**Flight Vehicle Design**

*Гайнутдинов В.Г., Гайнутдинова Т.Ю., Шарифуллин Р.А.,  
Мысовский Н.А., Фазлиев Л.А.* 5

*Gainutdinov V.G., Gainutdinova T.Yu., Sharifullin R.A.,  
Mysovskii N.A., and Fazliev L.A.*

Об алгоритме проектной оценки требуемой мощности силовых установок летательных аппаратов вертикального взлета и посадки

On the Algorithm for Designing the Required Thrust of Vertical Takeoff and Landing Aircraft Power Units

*Николаев В.Н., Гусев С.А.* 15

*Nikolaev V.N. and Gusev S.A.*

Численно-стохастический метод моделирования обледенения крыла самолета в полете

Numerical-Stochastic Method of Modeling the Aircraft Wing Icing in Flight

**Строительная механика  
и прочность летательных аппаратов**

**Structural Mechanics  
and Strength of Flight Vehicles**

*Алгазин С.Д.* 24

*Algazin S.D.*

Вычислительные эксперименты в задаче о нелинейных колебаниях прямоугольной пластины

Computational Experiments in the Problem of Nonlinear Oscillations of a Rectangular Plate

*Мирхазов Р.Р., Мирхазов Р.Р., Луканкин С.А.,  
Султанов Л.У.* 30

*Mirkhazov R.R., Mirkhazov R.R., Lukankin S.A.,  
and Sultanov L.U.*

Анализ несущей способности композитной конструкции капотов двигательного отсека мотогондолы вертолета среднего класса

Analysis of the Load-Bearing Capacity of the Composite Structure of Engine Compartment Cowlings of a Medium-Range Helicopter Engine Nacelle

**Динамика полета  
и управление летательными аппаратами**

**Flight Dynamics  
and Control of Flight Vehicles**

*Аббасов И.Б., Письменов А.В., Спиридонов О.Б.* 39

*Abbasov I.B., Pis'menov A.V., and Spiridonov O.B.*

Эксплуатационные особенности самолетов-амфибий при пожаротушении

Operational Features of Amphibious Aircraft during Firefighting

*Балоев А.А.* 60

*Baloev A.A.*

Синтез оптимального цифрового регулятора линейных стационарных дискретных динамических систем

Synthesis of an Optimal Digital Controller for Linear Time-Stationary Discrete Dynamic Systems

*Звонарев В.А., Леонтьев А.В.* 68

*Zvonarev V.A. and Leont'ev A.V.*

Интегратор высокого порядка для восстановления локального пути беспилотного аппарата по сигналам с инерциальных датчиков

A High-Order Integrator for Reconstructing the Local Path of an Unmanned Vehicle Using Signals from Inertial Sensors

*Звонарев Д.А., Жораев Т.Ю.* 77

*Zvonarev D.A. and Zhoraev T.Yu.*

Алгоритм распознавания объектов следования и авиагоризонта на основе предварительной обработки изображения для нейросети малой емкости

Algorithm for Target and Attitude Indicator Recognition Based on Image Preprocessing for Lightweight Neural Networks

*Петунии В.И.* 90

*Petunin V.I.*

Синтез адаптивной помехоустойчивой системы управления газотурбинного двигателя

Synthesis of an Adaptive Noise-Immune Control System for a Gas Turbine Engine

## Проектирование и доводка авиационных и ракетных двигателей

*Бакланов А.В., Валиев Ф.М., Иванов К.Г.*

Определение уровня дымности продуктов горения турбулентного пламени

*Варсегов В.Л., Саухин Л.А.*

Динамические характеристики воздействия потока на элементы реверсивного устройства на этапе его включения

*Митюшкин А.Д., Ермаков А.М., Салахов Р.Р., Мршд М.*

Исследование возможности применения водородного топливного элемента в силовой установке беспилотного летательного аппарата

*Чжанг П., Мингазов Б.Г.*

Влияние угла крутки в двухъярусном завихрителе на смешение и неравномерность полей температуры за камерой сгорания

## Теория авиационных и ракетных двигателей

*Варсегов В.Л., Ли Ц., Юсеф В.М., Щукин В.А.*

Флуктуационная теория теплового самовоспламенения

*Давлетшин И.А.*

Оценка теплоотдачи на кромке начального участка в канале

## Технология авиационного производства

*Андрианова К.А., Куомалибиекэ А., Батраков В.В., Амирова Л.М.*

Технологии интенсивного формования в производстве сэндвич-изделий с эпоксидным пенозаполнителем

*Бельгибаев Э.Р., Семенов М.Н., Каюмов Р.Р., Гайсин А.Ф.*

Плазменно-жидкостная сварка тонкостенных алюминиевых изделий для авиационно-космической техники

*Капелюшин Ю.Е., Шульц А.О., Салич В.Л., Михайлов Е.А.*

Разработка макета аддитивной камеры жидкостного ракетного двигателя со штыревым соплом и способов нанесения меди на внешнюю сторону. Проведение огневых испытаний

*Людоговский П.Л., Семин Н.А., Ахметшарипов Р.Р., Ковтунова А.Р.*

Технология получения нетканого полотна сверхнизкой поверхностной плотности

## Радиотехника и связь

*Кустов О.Ю., Храмов И.В., Пальчиковский В.В., Ершов В.В., Кузнецов А.А., Корин И.А.*

Низкочастотный интерферометр для оценки акустических характеристик образцов звукопоглощающих конструкций при высоких уровнях звукового давления

*Макеев П.А., Чермошентев С.Ф.*

Оптимизация расположения развязывающих конденсаторов на печатной плате электронного средства для обеспечения вибрационной стойкости

*Шушпанов Д.В.*

Петлевое усиление импульсного преобразователя напряжения с двухконтурной отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току транзистора

## Aircraft and Rocket Engine Design and Development

*Baklanov A.V., Valiev F.M., and Ivanov K.G.*

Determination of the Smoke Opacity of Combustion Products in a Turbulent Flame

*Varsegov V.L. and Saukhin L.A.*

Dynamic Characteristics of the Flow Impact on the Elements of Thrust Reverser at the Switch-on Stage

*Mityushkin A.D., Ermakov A.M., Salakhov R.R., and Mrshd M.*

Investigation of the Possibility of Using a Hydrogen Fuel Cell in the Power Plant of an Unmanned Aerial Vehicle

*Zhang P. and Mingazov B.G.*

Influence of Swirl Vane Angle in a Two-Stage Swirler on Fuel-Air Mixing and Temperature Field Non-Uniformity Downstream from a Combustion Chamber

## Aircraft and Rocket Engine Theory

*Varsegov V.L., Li Z., Yousef W.M., and Shchukin V.A.*

Fluctuation Theory of Thermal Autoignition

*Davletshin I.A.*

Estimation of Heat Transfer at the Edge of the Entrance Length in a Channel

## Aircraft Production Technologies

*Andrianova K.A., Kuomalibieke A., Batrakov V.V., and Amirova L.M.*

Intensive Molding Technologies in the Production of Sandwich Structures with Epoxy Foam Core

*Bel'gibaev E.R., Semenov M.N., Kayumov R.R., and Gaisin A.F.*

Plasma-Liquid Welding of Thin-Walled Aluminum Components for Aerospace Applications

*Kapelyushin Yu.E., Shul'ts A.O., Salich V.L., and Mikhailov E.A.*

Development of a 3D Printed Combustion Chamber Prototype for a Liquid Rocket Engine with a Spike-Shaped Nozzle and Methods for Copper Deposition on the External Surface. Conducting the Hot-Fire Tests

*Lyudogovskii P.L., Semin N.A., Akhmetsharipov R.R., and Kovtunova A.R.*

Technology for Manufacturing an Ultra-Low Areal Density Nonwoven Web

## Radio Engineering and Communication

*Kustov O.Yu., Khramtsov I.V., Pal'chikovskii V.V., Ershov V.V., Kuznetsov A.A., and Korin I.A.*

Low-Frequency Interferometer for Estimation of Acoustic Performance of Liner Samples at High Sound Pressure Levels

*Makeev P.A. and Chermoshentsev S.F.*

Optimization of the Arrangement of Decoupling Capacitors on the Printed Circuit Board of an Electronic Device to Ensure Vibration Resistance

*Shushpanov D.V.*

Loop Gain of a Pulsed Voltage Converter with Output Voltage Loop and Transistor Current Loop Negative Feedback

**ТЕХНИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ****Проектирование летательных аппаратов**

*Зверков И.Д., Крюков А.В., Семухин Р.И.,  
Мешков А.А., Чехов В.П.*

Применение крыла изменяемого размаха для стратосферного самолета

**Строительная механика  
и прочность летательных аппаратов**

*Марчук М.Е., Сенашов С.И., Лыкум А.И.*

Определение собственных частот оболочечного элемента

**Проектирование и доводка авиационных  
и ракетных двигателей**

*Сиденко К.А., Бирюк В.В.*

Изменение частотной характеристики эжекторного пульсирующего воздушно-реактивного двигателя как способ получения вибрационного горения

*Murthy I.D., Lovaraju P., Raju V.R.*

Flow Field Characteristics of Single Expansion Nozzle

**TECHNICAL NOTES****Flight Vehicle Design**

*Zverkov I.D., Kryukov A.V., Semukhin R.I.,  
Meshkov A.A., and Chekhov V.P.*

Application of Variable-Span Wing for a Stratospheric Aircraft

**Structural Mechanics  
and Strength of Flight Vehicles**

*Marchuk M.E., Senashov S.I., and Lykum A.I.*

Determination of Natural Frequencies of a Shell Element

**Aircraft and Rocket Engine Design  
and Development**

*Sidenko K.A. and Biryuk V.V.*

Changing the Frequency Response of an Ejector Pulse Jet Engine as a Method for Obtaining Vibratory Combustion

*Murthy I.D., Lovaraju P., and Raju V.R.*

Flow Field Characteristics of Single Expansion Nozzle

## Challenges in Gaganyaan Mission: An Analysis of India's Human Spaceflight Endeavour

*Gaganyaan is the national important project of the Indian Space Research Organisation, announced by the Prime Minister of India on August 15, 2018, in his Independence Day speech. The purpose of the mission is to send Indian astronauts from Indian soil using an Indian launch vehicle into low Earth orbit and bringing them back safely to Earth. This paper discusses the overall objectives, role of international collaboration, technical challenges in developing crew module, life support systems, launch vehicle, selection and training of astronaut, safety protocols and contingency plans. The paper further probes where the mission stands in respect of India's space policy and various international collaborations and more importantly, whether it will have any effect on India's position in the international space community. Gaganyaan surely can be a transformative step in India's path for space exploration as India might very well be the fourth country in this world where humans will be sent into space after former USSR, US and China.*

**A.V. SANTHANA BABU**

*(Department of Mechanical Engineering, Chennai Institute of Technology, Chennai-600069, India)*

santhanababuav@citchennai.net

**Crew module, life support system, crew escape system, astronaut training, space policy**

## Об алгоритме проектной оценки требуемой мощности силовых установок летательных аппаратов вертикального взлета и посадки

**В.Г. ГАЙНУТДИНОВ**,  
д-р техн. наук,  
**Т.Ю. ГАЙНУТДИНОВА**,  
канд. техн. наук,  
**Р.А. ШАРИФУЛЛИН**,  
аспирант,  
**Н.А. МЫСОВСКИЙ**,  
аспирант,  
**Л.А. ФАЗЛИЕВ**,  
аспирант  
(КНИТУ-КАИ, Казань)  
gainut@mail.ru

*Предлагаются алгоритмы оценки основных проектных параметров перспективных скоростных летательных аппаратов с поворотными подъемно-маршевыми двигателями на начальном этапе проектирования с использованием уравнений, основанных на общих физических законах, связанных с полетом летательного аппарата. Приводится алгоритм построения модели программной траектории полета, задающей типовые профили полета конвертоплана от вертикального взлета до посадки, полета в режиме самолета классической схемы и переходных режимов. Модель программной траектории используется для вычисления кинематических параметров движущегося по траектории тела с заданной скоростью, а уравнения движения – для оценки действующих при этом сил типовых режимов полета конвертоплана в безразмерной форме. Приводится описание алгоритмов и результаты расчетных экспериментов.*

**Скоростные конвертопланы, оценка проектных параметров, модель программной траектории**

На стадии эскизного проектирования любого перспективного летательного аппарата проводится количественная оценка основных проектных параметров, правильность определения которых может повлиять на дальнейший ход проектирования. Три основных параметра – величина максимальной взлетной массы самолета  $m_0$  (или веса  $W_0 = m_0g$ ), площади крыла  $S$ , тяги двигателя  $T_0$  (или мощности  $P_0$ ) – должны быть определены и обоснованы на начальном этапе. Важно гарантировать обоснованность оценки этих параметров для выполнения последующих этапов проектирования.

Для решения поставленной задачи применяются два методологических подхода. Первый базируется на статистическом анализе данных для оценки площади крыла и тяги двигателя. Ввиду высокой зависимости точности расчетов на данном этапе проектирования от ретроспективных данных требуется тщательный подбор аналогов. Как правило, используются характеристики летательных аппаратов, сходных по аэродинамической конфигурации и целевому назначению [1–4].

Второй подход основан на расчетном методе определения площади крыла и тяги (мощности) двигателей по заданным требованиям к летно-техническим характеристикам – максимальной скорости полета  $V_{\max}$ , скороподъемности (темпа набора высоты), длины разбега и т. д. Указанный метод, получивший наименование метода оценки диаграмм ограничений в силу его графической интерпретации, был впервые опубликован в технической заметке [5]. Последующая модификация данного метода представлена в работе [6].

Суть подхода заключается в представлении зависимостей отношения величин тяги  $T_0$  (мощности  $P_0$ ), площади крыла  $S$  и максимального взлетного веса  $W_0$  –  $W_0/S = f(T_0/W_0)$  или  $W_0/S = f(W_0/P_0)$  – на одном общем графике для нескольких режимов полета, заданных в техническом задании. Полученные графики пересекаются на общем графике и образуют несколько областей, из которых выделяется область желаемых расчетных значений  $W_0/S$  и  $\bar{T}_0 = T_0/W$ . В дополнение к этому на общем графике обычно отображают точки известных числовых параметров  $W_0/S$  и  $\bar{T}_0$  для существующих аналогичных самолетов. Расчет ограничений основан на модификации уравнения избыточной мощности (тяги)

$$\frac{V(T-D)}{W} = \frac{dh}{dt} + \frac{V}{g} \frac{dV}{dt}; \quad \frac{T}{W} - \frac{D}{W} = \frac{1}{V} \frac{dh}{dt} + \frac{1}{g} \frac{dV}{dt}, \quad (1)$$

где  $V$  – скорость полета;  $D$  – сила лобового аэродинамического сопротивления;  $dh/dt$  – темп изменения высоты полета;  $dV/dt$  – темп изменения скорости (ускорение) горизонтального полета.

Модифицированное уравнение для построения диаграмм ограничений представляется в следующем виде:

$$\frac{1}{g} \frac{dV}{dt} = \bar{T}_{SL} \sigma - C_{x0} \frac{V^2}{C_{y\max} V_{\text{stall}}^2} - k_D n^2 \frac{C_{y\max} V_{\text{stall}}^2}{V^2} - \frac{1}{V} \frac{dh}{dt}, \quad (2)$$

где  $\bar{T} = T/W$  – относительная тяга двигателей при плотности воздуха на уровне моря;  $\sigma = \rho/\rho_{SL}$  – относительная плотность воздуха;  $C_{x0}$  – коэффициент сопротивления при нулевой подъемной силе;  $k_D$  – коэффициент поляры сопротивления;  $n^2$  – квадрат нормальной перегрузки.

В методе диаграмм ограничений уравнение баланса сил (2) определяет зависимости  $\bar{T}_0 - W_0/S$  для нескольких заданных техническим заданием летных характеристик – максимальной высоты горизонтального полета  $h_{\max}$  (потолок), максимальной скороподъемности  $(dh/dt)_{\max}$ , максимальной скорости полета  $V_{\max}$  и т. п. – при полете конвертоплана в режиме самолета классической схемы. Уравнения для расчетных случаев, используемых при построении диаграмм ограничений, приведены в работах [6–10].

### Определение проектных параметров, используемых при построении диаграмм ограничений на начальном этапе проектирования

Уравнения диаграмм ограничений содержат две величины (коэффициент сопротивления при нулевой подъемной силе  $C_{x0}$ , коэффициент поляры сопротивления  $k_D$ ), которые определяют облик самолета, т. е. являются проектными параметрами. Величины  $k_D$ ,  $C_{x0}$  ограничены известными или заданными предельными значениями, например,  $k_D$  определяется удлинением крыла  $AR$ :  $k_D = 1/(\pi e AR)$ . Пределы изменения  $k_D$  в зависимости от  $AR_w$  приведены на рис. 1.

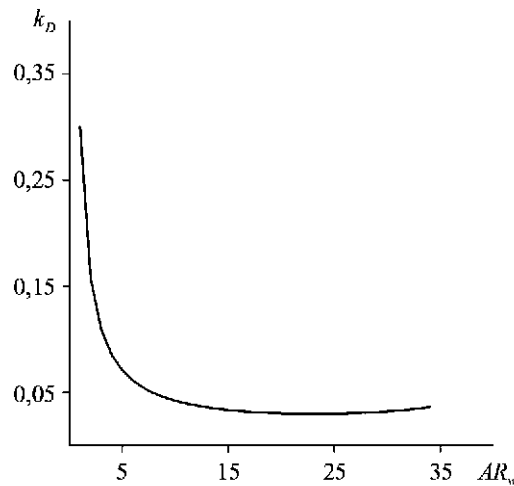


Рис. 1

Величины  $C_{x0}$  и коэффициент Освальда  $e \leq 1$  приведены в табл. 1.

В оценочных расчетах можно задать пределы изменения  $k_D$  и  $C_{x0}$ , например, из табл. 1 и рис. 1:  $k_D = 0,01 \div 0,08$ ,  $C_{x0} = 0,01 \div 0,08$ , а уравнение баланса сил (2) представить в следующем виде:

$$\bar{T}(f(\sigma, V)) - C_{x0} \left( \frac{1}{C_{y(\max)} \frac{V_{\text{stall}}^2}{V^2}} \right) - k_D \left( n^2 C_{y(\max)} \frac{V_{\text{stall}}^2}{V^2} \right) = \left( \frac{1}{V} \frac{dh}{dt} + \frac{1}{g} \frac{dV}{dt} \right), \quad (3)$$

где величина  $C_{y(\max)}$  также ограничена величинами для аэродинамических профилей крыла;  $f(\sigma, V)$  – функция, определяющая изменение тяги воздушного винта в зависимости от скорости полета (может быть вычислена по соотношениям импульсной теории идеального воздушного винта).

Таблица 1

Тип самолета	$C_{x0}$	$e$
Сельскохозяйственный	0,04 – 0,07	0,65 – 0,7
Легкий с неубирающимся шасси	0,025 – 0,04	0,65–0,8
Легкий с убирающимся шасси	0,02 – 0,03	0,75 – 0,8
Радиоуправляемая модель самолета	0,025 – 0,045	0,75 – 0,85
Двухдвигательный поршневогой	0,022 – 0,028	0,75 – 0,8
Сверхзвуковой реактивный	0,02 – 0,04	0,6 – 0,8
Большой турбореактивный	0,018 – 0,024	0,8 – 0,85
Дозвуковой реактивный	0,014 – 0,02	0,75 – 0,85
Планер	0,012 – 0,015	0,8 – 0,9

Пример величины углов атаки  $\alpha_{\text{stall}}$  (срыва потока) и  $C_{y(\max)}$  (максимальной величины коэффициента подъемной силы) для нескольких аэродинамических профилей NASA, отличающихся повышенным значением  $C_{y(\max)}$ , приведен в табл. 2.

Таблица 2

Параметр	Профиль NASA						
	631–412	632–415	641–412	642–415	662–415	4412	4418
$\alpha_{\text{stall}}$	11	12	12	12	17,6	14	14
$C_{y(\max)}, \delta_3 = 30^\circ$	2	1,8	1,8	2,1	1,9	2	2

Величины в круглых скобках соотношения (3) могут быть вычислены при условии известного (заданного) изменения скорости полета  $V(t)$  или ускорения  $dV/dt$ , например, для режима разгона. Тогда в соответствии с процедурой метода наименьших квадратов уравнение (3) может быть сведено к матричному уравнению

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{T} \\ C_{x0} \\ k_D \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{Bmatrix}. \quad (4)$$

Отметим, что алгоритм с использованием метода наименьших квадратов можно применить для условий натурального экспериментального определения фактических значений статической тяги двигателя с воздушным винтом  $T(V=0)$  и параметров поляры сопротивления  $C_{x0}$  и  $k_D$ , если известна масса (вес) аппарата  $W$  и площадь крыла  $S$ .

В качестве примера в табл. 3 приведены расчетные данные численного эксперимента с известными значениями  $T(V=0)$ ,  $C_{x0}$ ,  $k_D$ , моделирующего натуральный эксперимент.

Таблица 3

Величины	$T_{\max}, \text{Н}$	$C_{x0}$	$k_D$	Способ определения $a_k$
Эталонные	1961,0	0,03	0,042	Продольное ускорение
Расчетные	1961,0	0,03	0,042	Замер (вычисление) точных значений $a_k$
	1961,0	0,03	0,042	$a_k \approx (V_k - V_{k-1}) / (t_k - t_{k-1})$ $t_k - t_{k-1} = 0,1 \text{ с}$
	2182	0,037	0,068	$a_k \approx (V_k - V_{k-1}) / (t_k - t_{k-1})$ $t_k - t_{k-1} = 0,5 \text{ с}$

В таком эксперименте уравнение (3) представляется в следующем виде:

$$\bar{T}(f(V, \rho)) - C_{x0} \left( \frac{\rho V^2 / 2}{W / S} \right) - k_D \left( \frac{W / S}{\rho V^2 / 2} \right) = \left( \frac{1}{g} a(t) \right),$$

а ускорение  $a(t)$  или темп изменения скорости в натурном эксперименте замеряется аппаратными средствами.

При проведении натуральных экспериментов точность вычисления величины  $k_D$  зависит от точности замера ускорения  $a(t_k)$  или выбранного интервала времени  $t_k - t_{k-1}$  при замере изменения скорости полета  $V_k$  во время горизонтального полета самолета с ускорением. Величины  $T$ ,  $C_{x0}$  менее чувствительны к погрешности при вычислении ускорения в эксперименте с использованием конечных разностей  $a(k) \approx (V_k - V_{k-1}) / (t_k - t_{k-1})$ . В табл. 3 показаны восстановленные значения  $T_{\max}$ ,  $C_{x0}$ ,  $k_D$  при численном эксперименте. На рис. 2 показана функция  $f(V_i, \rho)$ .

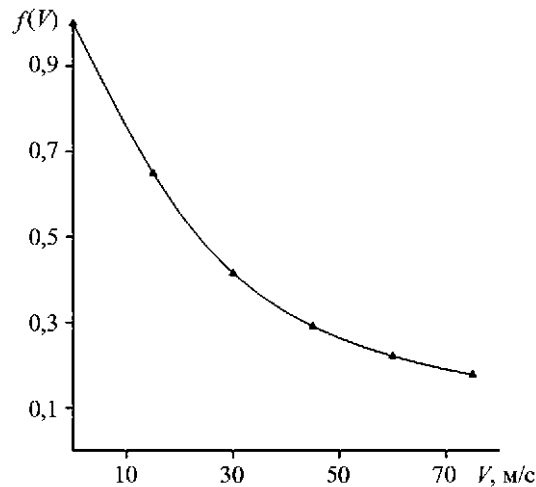


Рис. 2

Заметим, что параметры  $C_{x0}$ ,  $k_D$  имеют отношение к внешнему облику разрабатываемого самолета, так как связаны с аэродинамическим совершенством аппарата (см. табл. 1) и удлинением крыла (см. рис. 1). На последующих этапах детального проектирования величины  $C_{x0}$ ,  $k_D$  могут быть уточнены поэлементным расчетом или экспериментально при продувке масштабной аэродинамической модели.

На рис. 3 показан пример схемы конвертоплана КАИ – ОСА с четырьмя поворотными роторами.

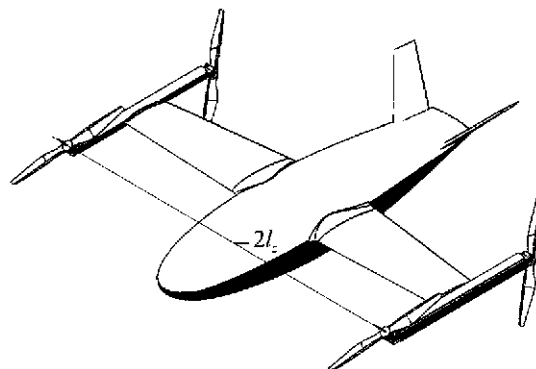


Рис. 3

В табл. 4 представлены значения  $C_{x0}$ , полученные посредством поэлементного аналитического расчета и по результатам экспериментальных исследований модели аппарата в аэродинамической трубе.

Таблица 4

Коэффициент	Расчетное значение	Результаты продувок	Расхождение, %
$C_{x0}$	0,0287	0,033	13
$k_D$	0,12	0,09	33

Расхождение расчетной и экспериментальной величины коэффициента  $C_{x0}$  намного меньше расхождения для коэффициента  $k_D$ .

### **Применение уравнения баланса сил (мощности) в расчетных экспериментах на ранней стадии проектирования**

Современный процесс проектирования с начального этапа сопровождается большим количеством различных численных экспериментов и моделированием процессов функционирования систем самолетов вертикального взлета и посадки. Применение статистических методов для получения достоверных оценок параметров  $W/S$ ,  $\bar{T}$  требует наличия данных по ряду летательных аппаратов аналогичной конфигурации. Использование устаревших статистических данных снижает надежность оценивания основных параметров. В противоположность этому расчетные методы, в частности метод диаграмм ограничений, базируются на фундаментальных физических законах, описывающих полет летательного аппарата, и вследствие этого не подвержены ограничениям, присущим статистическому подходу.

Для летательных аппаратов вертикального взлета и посадки проблема определения основных проектных параметров на ранних этапах проектирования является критически важной. Это обусловлено существенным разнообразием режимов полета, включающим не только вертикальный взлет и посадку, но и сложные переходные режимы. В отличие от самолетов классической схемы, подъемно-маршевые двигатели конвертопланов в режимах вертикального взлета, посадки и перехода обеспечивают не только подъемную силу, но и стабилизацию аппарата, а суммарная максимальная потребная тяга подъемно-маршевых двигателей превышает взлетный вес самолета  $\bar{T}_0 = T_0/W_0 > 1$ .

На этапе эскизного проектирования при отсутствии полных данных о перспективном аппарате для проведения расчетных экспериментов используются уравнения движения твердого тела. Для проведения численных экспериментов дополнительно требуется модель, определяющая кинематические параметры движения аппарата, приближенные к параметрам типовых режимов полета разрабатываемого аппарата.

### **Модель программной траектории и уравнения движения для оценки кинематических параметров типовых режимов полета конвертоплана**

Рассмотрим уравнения поступательного движения твердого тела в нормальной земной системе координат, которые позволяют оценить относительные величины избыточных сил  $\bar{X}_g$ ,  $\bar{Y}_g$ ,  $\bar{Z}_g$  при полете конвертоплана в режиме самолета классической схемы по следующим соотношениям:

$$\begin{aligned}\bar{X}_g &= X_g/mg = \frac{1}{g} \left( \dot{V}_{X_g} + \frac{V_{Z_g}^2}{R} \operatorname{tg} \varphi + \frac{V_{X_g} V_{Y_g}}{R} + 2\Omega V_{Z_g} \sin \varphi \right); \\ \bar{Y}_g &= Y_g/mg = \frac{1}{g} \left( \dot{V}_{Y_g} - \frac{V_{Z_g}^2}{R} - \frac{V_{X_g}^2}{R} - 2\Omega V_{Z_g} \cos \varphi \right) + 1; \\ \bar{Z}_g &= Z_g/mg = \frac{1}{g} \left( \dot{V}_{Z_g} + \frac{V_{Z_g}}{R} - \frac{V_{X_g} V_{Z_g}}{R} \operatorname{tg} \varphi + 2(V_{Y_g} \Omega \cos \varphi - V_{X_g} \Omega \sin \varphi) \right),\end{aligned}\quad (5)$$

где  $\dot{V}_{X_g}$ ,  $\dot{V}_{Y_g}$ ,  $\dot{V}_{Z_g}$  – темп изменения компонент скорости  $V_{X_g}$ ,  $V_{Y_g}$ ,  $V_{Z_g}$  в земных координатах;  $g$  – ускорение свободного падения;  $\varphi$  – текущая географическая широта;  $\Omega$  – угловая скорость вращения Земли.

Для вычисления кинематических параметров в правой части уравнений (5) используется математическая модель программной траектории, включающая все режимы, предусмотренные техническим зада-

нием, и состоящая из отрезков с заданным профилем полета. Исходными данными для формирования программной траектории являются координаты контрольных точек  $(x, h, z)_i$ , компоненты скорости полета  $(V_x, dh/dt, V_z)_i$ , время движения  $t_0^{(i, i+1)}$  на отрезке между соседними контрольными точками  $i, i+1$ .

В рассматриваемой модели программной траектории для каждого отрезка принят линейный закон изменения компонент скорости в горизонтальной плоскости  $V(\bar{t}) = V_i(1-\bar{t}) + V_{i+1}\bar{t}$ ,  $V(\bar{t}) = \sqrt{V_x^2 + V_z^2}$  как функции безразмерного параметра времени  $\bar{t} = t/t_0 = 0 \div 1$ . Профиль полета по высоте  $h(\bar{t})$  и  $dh/dt$  задается отдельными соотношениями. Согласование координат  $x(\bar{t})$ ,  $z(\bar{t})$  в конечной точке каждого отрезка (для  $t = t_0$  или  $\bar{t} = 1$ ) определяется при формировании программной траектории величинами  $t_0, k$ :

$$V(\bar{t}) = V(\bar{t})e_V(\bar{t}); e_V(\bar{t}) = \frac{1}{m_{e_V}}(e_{V_i} + (ke_{V_{i+1}} - e_{V_i})\bar{t}); V(\bar{t}) = V_i + (V_{i+1} - V_i)\bar{t}, \quad (6)$$

где  $e_V(\bar{t})$  – текущий единичный вектор направления скорости движения, задается значениями в контрольных точка отрезка  $i, i+1$ ; коэффициент  $k$  и время  $t_0$  вычисляются при построении модели траектории из условия согласования текущих координат  $x-z$  в конечной точке каждого отрезка  $i, i+1$ ;

$$m_{e_V} = |e_{V_i} + (ke_{V_{i+1}} - e_{V_i})\bar{t}|.$$

Приведем пример такой программной траектории.

На рис. 4 отмечено положение контрольных точек. Пунктирной линией на рис. 5 определяется заданный профиль по высоте  $h(\bar{t})$ , сплошной линией – скорость полета  $V(\bar{t})$  по программной траектории.

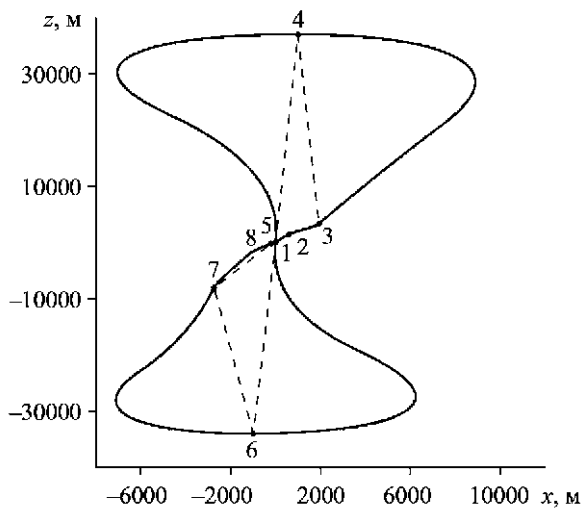


Рис. 4

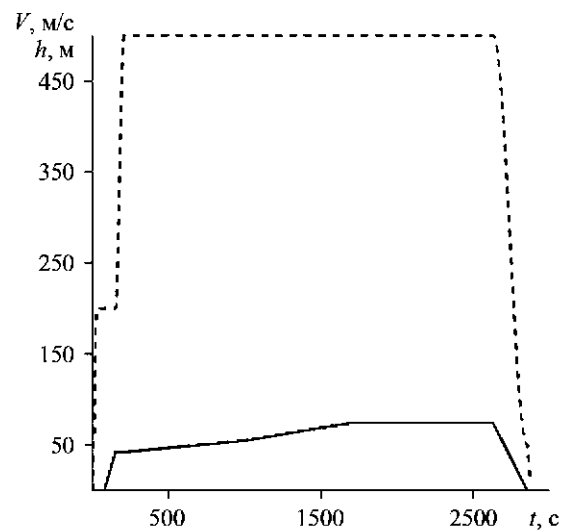


Рис. 5

Модель программной траектории позволяет вычислить кинематические параметры программной траектории полета, включая углы наклона траектории  $\theta(\bar{t})$  и пути  $\Psi(\bar{t})$ , скорость полета  $V(\bar{t})$ , а также производные по времени этих величин  $\dot{V}(\bar{t})$ ,  $\dot{\theta}(\bar{t})$ ,  $\dot{\Psi}(\bar{t})$ .

На рис. 6 показан пример рассчитанных по уравнениям (5) величин  $\bar{X}_g, \bar{Y}_g, \bar{Z}_g$  по времени  $t$  при моделировании типового полета конвертоплана, включающего вертикальный взлет, разгон до скорости перехода в режим полета самолета классической схемы, набор высоты, полет по контрольным точкам с заданной скоростью, снижение скорости полета (торможение) и вертикальную посадку.

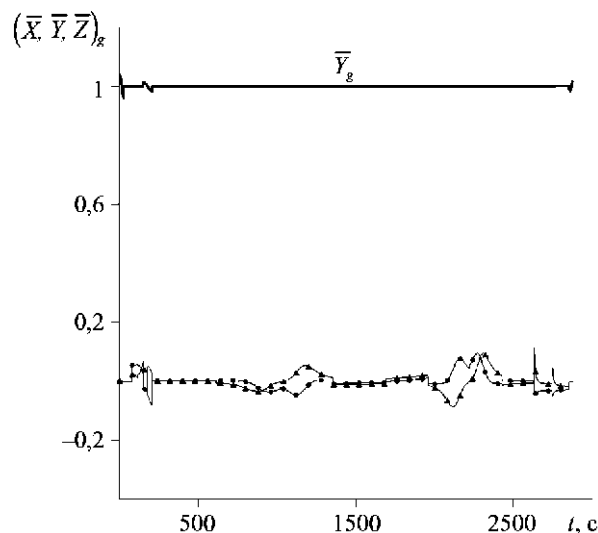


Рис. 6

На рис. 7 показан результат предварительной оценки безразмерной величины лобового аэродинамического сопротивления  $\bar{X}_a = C_{x0} \frac{\rho V^2}{2} \left( \frac{S}{W} \right) + \frac{2n^2 k_D}{\rho V^2} \left( \frac{W}{S} \right)$ .

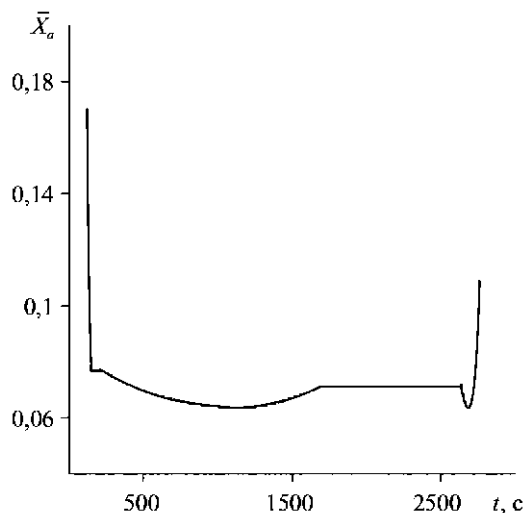


Рис. 7

Оценка величины  $\bar{X}_a$  проведена без учета сжимаемости воздуха.

### Алгоритм проектной оценки мощности силовых установок аппаратов с поворотными роторами для типовых режимов полета

Новейшие разработки – конвертопланы Leonardo Helicopters AW609, Bell V\_280 Valor и беспилотный R-6000 – продемонстрировали потенциальные возможности использования двухвинтовых аэродинамических схем для скоростных конвертопланов. Двухвинтовые аэродинамические схемы в комбинации с использованием технологии распределенной мощности на базе компактных электрических бесщеточных двигателей и гибридной силовой установки способны составить конкуренцию мультикоптерным системам и скоростным вертолетам при решении задач транспортной мобильности в условиях мегаполисов.

Традиционный разгон конвертируемого летательного аппарата с двумя поворотными роторами осуществляется по-вертолетному. При достижении скорости полета самолета классической схемы происходит быстрый поворот движителей в горизонтальное положение. В этом случае при прямом и обрат-

ном переходе одновременно происходит резкое изменение режима работы подъемно-маршевых двигателей. Для современных конвертопланов эти переходные режимы являются наиболее сложными.

В последнее время в концептах конвертоплана с двумя поворотными роторами появился дополнительный балансировочный ротор с воздушным винтом в хвостовой части аппарата. На рис. 8 приведены некоторые предлагаемые схемы таких концептов. На рис. 8, а представлен концепт «КАИ-Шершень» (Казань), на рис. 8, б – концепт АО «УЗГА» (Екатеринбург).

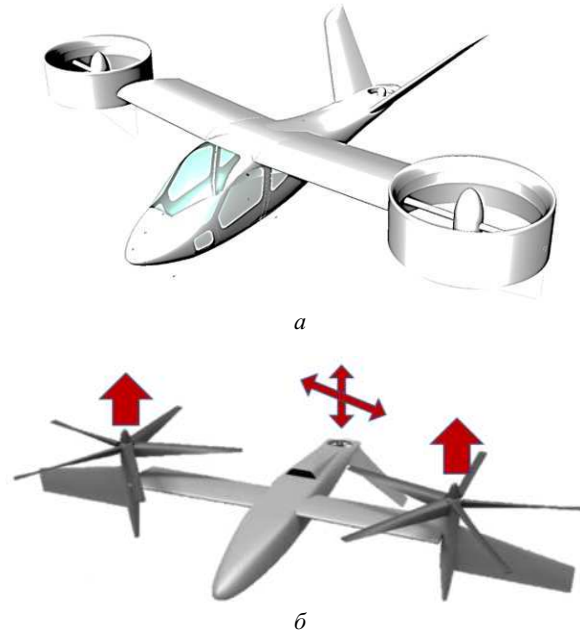


Рис. 8

В предлагаемых схемах конвертоплана с балансировочным ротором (двигателем с воздушным винтом) в хвостовой части фюзеляжа может быть реализован другой сценарий переходных процессов. Контролируемый балансировочным ротором угол тангажа аппарата позволит использовать подъемную силу крыла без срыва потока в переходных режимах при малых скоростях полета, одновременно обеспечивая плавное изменение требуемой тяги поворотных подъемно-маршевых двигателей в начале и при завершении режима разгона. Для проведения оценки требуемой суммарной относительной тяги подъемно-маршевых двигателей на начальных этапах проектирования используется модель программной траектории полета и уравнения поступательного движения конвертоплана в режиме полета самолета классической схемы в траекторных (скоростных) координатах

$$\begin{aligned} \frac{1}{g} \dot{V} &= \bar{T} \cos \alpha \cos \beta - \bar{X}_a - \sin \theta; \\ \frac{1}{g} V \dot{\theta} &= \bar{T} [\sin \alpha \cos \gamma_a + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma_a] + \bar{Y}_a \cos \gamma_a - \bar{Z}_a \sin \gamma_a - \cos \theta; \\ -\frac{1}{g} V \dot{\Psi} \cos \theta &= \bar{T} [\sin \alpha \sin \gamma_a - \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma_a] + \bar{Y}_a \sin \gamma_a + \bar{Z}_a \cos \gamma_a; \\ \sin \theta &= (\cos \alpha \sin \vartheta - \sin \alpha \cos \vartheta \cos \gamma) \cos \beta - \cos \vartheta \sin \gamma \sin \beta, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\dot{V}$  – ускорение поступательного движения;  $\alpha$  – угол атаки (угол скольжения  $\beta$  и боковая составляющая  $Z_a$  полагаются равными нулю:  $\beta = 0$ ,  $Z_a = 0$ );  $\bar{Y}_a = Y_a/mg$ ,  $\bar{X}_a = X_a/mg$  – относительные величины подъемной силы и лобового сопротивления. Итерационное решение уравнений (7) при определенных допущениях (скорость ветра равна нулю, угол крена  $\gamma$  равен углу скоростного крена  $\gamma \approx \gamma_a$ ,  $\beta = 0$ ,  $Z_a = 0$ ) позволяет вычислить угол атаки  $\alpha$  при движении летательного аппарата по программной траектории в режиме самолета классической схемы.

На рис. 9 приведен график оценки суммарной относительной тяги поворотных роторов  $\bar{T}$  при движении по программной траектории, включая вертикальный взлет 1–2, висение 2–3, переход из вертолетного режима в режим разгона до скорости полета обыкновенного самолета 3–4, набор высоты 4–5, крейсерский самолетный режим полета 5–6, режим снижения высоты и скорости полета 6–7, обратный переход из самолетного в вертолетный режим и вертикальная посадка 7–8.

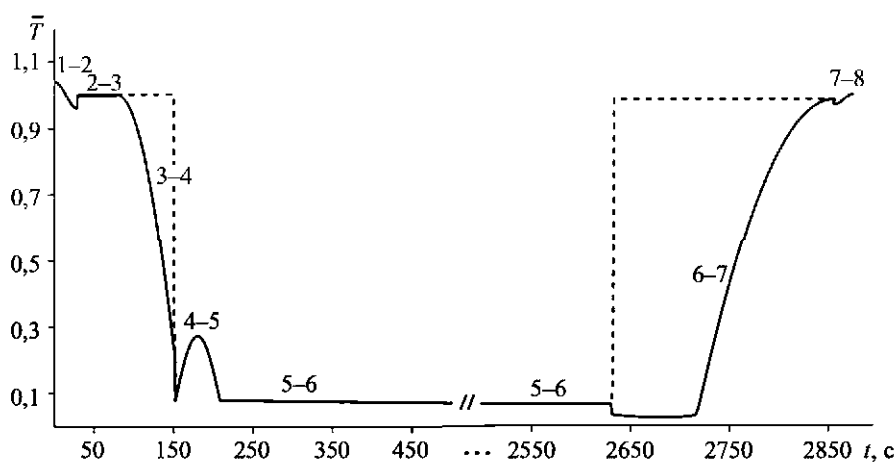


Рис. 9

На участках переходных режимов полета 3–4 и 6–7 пунктирной линией показана оценка изменения суммарной относительной тяги подъемно-маршевых двигателей для традиционных переходных режимов, а сплошной линией – для возможных переходных режимов конвертоплана с балансировочным ротором в хвостовой части фюзеляжа.

Отметим, что предложенный алгоритм оценки проектных значений требуемой мощности (тяги) силовых установок летательных аппаратов вертикального взлета и посадки производится в относительных величинах, характерных для начального этапа проектирования. На последующих этапах рассмотренные алгоритмы могут быть использованы при решении задач оптимизации основных проектных параметров разрабатываемого аппарата.

Таким образом, в результате проведенного исследования можно сделать следующие выводы.

Использование расчетных методов проектирования, основанных на общих физических законах, связанных с полетом летательного аппарата, свободно от недостатков статистического подхода. Интеграция уравнений движения с моделью программной траектории обеспечивает возможность оценки проектных решений при разработке перспективных летательных аппаратов, а также позволяет проводить вычислительные эксперименты, начиная с самых ранних этапов проектирования. Разработанные алгоритмы проектировочных расчетов базируются на минимальном наборе относительных величин проектных параметров, определяемых (задаваемых) на начальной стадии проектирования, и дают возможность осуществлять оптимизационные расчеты с момента начала проектных работ.

Дальнейшие исследования будут направлены на разработку алгоритмов проектировочных расчетов перспективных скоростных конвертопланов с двумя подъемно-маршевыми двигателями с применением динамических моделей, а также на оценку алгоритмов автоматического управления.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дюмин В.Ю., Юргенсон С.А. Концепция выбора основных параметров легкого самолета с учетом требований современного российского рынка // Изв. вузов. Авиационная техника. 2012. № 2. С. 3–7.
2. Моисеев Г.В., Полубояринов П.С. Многокритериальный выбор самолета-носителя и основных проектных параметров авиационной ложной цели воздушного старта // Изв. вузов. Авиационная техника. 2011. № 1. С. 3–8.
3. Рейнгольц А.Л., Лисейцев Н.К. О концепции перспективного легкого истребителя палубного базирования // Изв. вузов. Авиационная техника. 2012. № 4. С. 3–7.

4. Карнович Е.А., Гукрейн Д. Беспилотный самолет нормальной схемы на солнечных батареях для исследования Марса: параметрические исследования // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 1. С. 4–10.
5. Loftin L.K. Subsonic Aircraft: Evolution and the Matching of Size to Performance: Technical Report № 1060 / NASA. NASA Langley Research Center Hampton, 1980. 447 p.
6. Roskam J. Airplane Design Part I: Preliminary Sizing of Airplanes. DARcorporation, 2015. 222 p.
7. Sadraey M. Aircraft Performance Analysis. Germany: VDM Verlag Dr. Müller, 2009. 455 p.
8. Roskam J. Airplane Design Part VI: Preliminary Calculation of Aerodynamic Thrust and Power Characteristics. DARcorporation, 2017. 584 p.
9. Roskam J. Airplane Design Part VII: Determination of Stability, Control and Performance Characteristics. DARcorporation, 2017. 370 p.
10. Anderson J.D. Aircraft Performance and Design. McGraw-Hill, 1999. 600 p.

Поступила в редакцию 26.12.25

После доработки 20.01.26

Принята к публикации 20.01.26

## On the Algorithm for Designing the Required Thrust of Vertical Takeoff and Landing Aircraft Power Units

V.G. GAINUTDINOV, T.YU. GAINUTDINOVA, R.A. SHARIFULLIN,  
N.A. MYSOVSKII, AND L.A. FAZLIEV

Tupolev Kazan National Research Technical University, Kazan

*Algorithms are proposed for assessment of the key design parameters of advanced high-speed aircraft with rotary lift-cruise propulsion tilted units at the initial design stage using equations based on general physical laws related to aircraft flight. An algorithm is presented for constructing a flight path model that defines typical tiltrotor flight profiles from vertical takeoff to landing, flight in conventional aircraft mode, and transition modes. The flight path model is used to calculate the kinematic parameters of a body moving along a trajectory at a given speed, and the equations of motion are used to estimate the forces acting during typical tiltrotor flight modes in dimensionless form. A description of the algorithms and the results of computational experiments are provided.*

**High-speed tiltrotor aircraft, design parameter assessment, programmed flight path model**

## Численно-стохастический метод моделирования обледенения крыла самолета в полете

*Предложен численно-стохастический метод определения теплового состояния крыла самолета во время полета в условиях обледенения, основанный на вероятностном представлении краевой задачи для уравнения параболического типа и численном решении стохастических дифференциальных уравнений. Используются уравнения Навье – Стокса, осредненные по критерию Рейнольдса. Предлагается моделировать обледенение поверхности с использованием треугольной сетки на участках обледенения. Вводится взаимно однозначное преобразование, отображающее любой подвижный треугольник на неподвижный равнобедренный прямоугольный треугольник, катеты которого направлены вдоль положительных направлений координатных осей двумерной прямоугольной системы координат. Результаты работы позволяют определить вероятность образования льда на крыле из определенного материала и выбранного профиля при различных режимах полета и метеорологических условиях.*

**В.Н. НИКОЛАЕВ,**

*д-р техн. наук  
(СибНИА им.С.А. Чаплыгина,  
Новосибирск),*

**С.А. ГУСЕВ,**

*д-р физ-мат. наук  
(Институт  
вычислительной математики  
и математической геофизики,  
Новосибирск)  
nikvla50@mail.ru*

**Численно-стохастический метод, математическая модель обледенения крыла, тепловое состояние крыла, краевая задача для уравнения параболического типа, вероятностная оценка решения краевой задачи, метод Навье – Стокса**

В настоящее время выявлен и описан широкий спектр основных факторов, обуславливающих обледенение летательных аппаратов. Морфология и структурные особенности ледяных отложений на поверхности существенно зависят от множества параметров окружающей среды, включая температуру, влажность, скорость и направление воздушных потоков [1–4]. При этом необходимо учитывать, что вода в атмосфере может находиться в различных состояниях – газообразном (в виде водяного пара), жидком (в виде капель воды), а также твердом (снег, кристаллы льда). Каждое из указанных состояний способно в той или иной мере являться причинами образования льда.

Кроме атмосферных факторов, процесс обледенения летательных аппаратов существенно зависит от параметров полетного режима – скорости набегающего потока, угла атаки, колебаний самолета и др. Совокупное влияние полетного режима и состояния атмосферы нередко обуславливает значительную изменчивость физических характеристик окружающей среды в короткие временные интервалы, что, в свою очередь, способствует образованию ледяных отложений на внешней поверхности планера самолета. Дополнительно важную роль играют технические характеристики самолета, включая его геометрические параметры, а также тип покрытия крыла и фюзеляжа.

Таким образом, разработка математической модели, учитывающей возможные факторы обледенения во время полета, является крайне сложной математической задачей. Для ее решения применяются два класса методов.

Первый класс методов базируется на теории Лагранжа, в рамках которого для каждой отдельной капли воды рассчитывается индивидуальная траектория движения. В рамках данного подхода разработан ряд вычислительных кодов, включая LEWICE 2D [5], ONERA [6], TRAJCE-2D [7], CANICE [8], 2DFOIL-ICE [9].

Второй класс методов основан на теории Эйлера. В рамках данного подхода моделируется движение двухфазного потока, на который действуют силы тяжести, Архимеда и аэродинамического сопротивления. Распределение массовой плотности двухфазного потока определяется посредством решения системы уравнений водности. Существенным недостатком эйлера подхода является необходимость разработки двух отдельных вычислительных кодов, один из которых предназначен для моделирования воздушного потока, а другой – для траекторий движения водяных капель. Описанный вид реализован в кодах FENSAP-ICE [10], DROP3D [11].

Основная сложность применения указанных вычислительных кодов обусловлена неопределенностью точки отрыва двухфазного потока в условиях сложной геометрии поверхности планера самолета. В ряде случаев не представляется возможным достоверно локализовать зону ламинарно-турбулентного

перехода, а определение толщины пограничного слоя оказывается практически неосуществимым [12]. Кроме того, применение метода конечных элементов в указанных кодах сопряжено с трудностями, обусловленными необходимостью организации структурированной и подвижной во времени сетки. Иными словами, при эволюции процесса во времени пространственные аспекты решения систем дифференциальных уравнений в частных производных могут характеризоваться высокой степенью сложности.

Реализуются решения распределенных параллельных вычислительных процедур применительно к большим разреженным матрицам с использованием неявного шага по времени. При этом возникает ряд проблем, обусловленных необходимостью синхронизации, поскольку заданный вычислительный процесс должен ожидать завершения расчетов в течение установленного временного интервала для всей расчетной сетки.

По коду, основанному на численном решении осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса [13], проведены успешные расчетные исследования обтекания отсека крыла с тангенциальным выдувом струи на верхнюю поверхность носовой части крыла с ледяным наростом, а в работе [14] получена оценка влияния обтекания воздушным потоком высококонесущего крыла с комбинированной энергетической системой на подъемную силу крыла.

В данной работе предлагается моделировать обледенение крыла на основании данных о параметрах воздушной среды и режима полета. Рассматривается применение численно-стохастического метода по определению значений температуры в заданных точках крыла с учетом обледенения поверхности с течением времени.

В работе предполагается, что рассматриваемый процесс теплообмена достаточно хорошо описывается двумерными краевыми задачами для уравнения теплопроводности с граничными условиями третьего рода на внешней и внутренней поверхностях крыла. Используются уравнения Навье – Стокса, осредненные по критерию Рейнольдса.

Предложенный метод основан на вероятностном представлении решения краевой задачи для уравнения теплопроводности в виде математического ожидания функционала от случайного процесса диффузионного типа. Для получения оценки решения необходимо провести моделирование с использованием численно-стохастического метода множества траекторий данного случайного процесса с последующим определением вероятностной оценки решения краевой задачи.

Особенность решаемой задачи состоит в том, что граница области, соответствующая участкам поверхности, на которых происходит обледенение, меняет положение с течением времени. В работе предлагается моделировать обледенение крыла с использованием треугольной сетки на участках обледенения. С использованием этого преобразования моделирование траекторий случайного процесса в каждом подвижном треугольнике сводится к их моделированию на неподвижном стандартном.

Для определения теплового состояния крыла самолета с учетом возможного обледенения решается следующая краевая задача [15]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = b(x, y) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \quad (t, x, y) \in (0, T) \times G(t); \quad (1)$$

$$u(0, x, y) = \varphi(x, y); \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} + \eta(t, x, y)u + \gamma(t, x, y) = 0, \quad (t, x, y) \in (0, T) \times \Gamma(t), \quad (3)$$

где  $G(t) = G_1 \cup G_2(t)$ ,  $G_1$  – область, изменения переменных  $x, y$  в зоне крыла,  $G_2(t)$  – область, соответствующая области обледенения;  $\Gamma(t)$  – граница области  $G(t)$ ;  $\mathbf{n}$  – единичный вектор внутренней нормали;

$$b(x, y) = \begin{cases} b_1, & (x, y) \in G_1; \\ b_2, & (x, y) \in G_2(t). \end{cases}$$

Согласно постановке краевой задачи коэффициент температуропроводности  $b(x, y)$  терпит разрыв на линии соприкосновения каждого слоя льда [15].

Проведем оценку решения краевой задачи методом Монте-Карло.

Для получения вероятностного представления решения задачи (1) – (3) задается случайный процесс  $(X_s, Y_s)$ , который является решением системы стохастических дифференциальных уравнений

$$X_s = x + \int_{T-t}^s \sigma(X_v, Y_v) dW_{1,v} + k_{1,s}; \quad (4)$$

$$Y_s = y + \int_{T-t}^s \sigma(X_v, Y_v) dW_{2,v} + k_{2,s}; \quad (5)$$

$$n_i(X_v, Y_v) d|k_v|, \quad i=1,2, \quad |k_s| = \int_{T-t}^s \chi_\Gamma(X_v, Y_v) d|k_v|; \quad (6)$$

$$U_s = \exp\left(\int_{T-t}^s \eta_v d|k_v|\right), \quad V_s = \int_{T-t}^s \gamma_v U_v d|k_v|, \quad (7)$$

где  $W_{1,v}, W_{2,v}$  – независимые винеровские процессы;  $\sigma = \sqrt{2b}$ ;  $\chi_\Gamma$  – функция множества  $\Gamma$ ;  $|k_s|$  – скалярный случайный процесс, удовлетворяющий условию  $|k_{T-t}| = 0$ , причем возрастание данного процесса происходит исключительно в те моменты времени, когда процесс  $(X_s, Y_s)$  достигает границы области.

Решение краевой задачи (1) – (3) в точке  $(x, y)$  в момент времени  $t$  можно найти из равенства

$$u(t, x, y) = E_{T-t, x, y} [\varphi(X_T, Y_T) U_T + V_T], \quad (8)$$

где  $E_{T-t, x, y}$  – символ математического ожидания относительно вероятностной меры, соответствующей случайному процессу, выходящему в момент времени  $T-t$  из точки  $(x, y)$ .

Для численного решения системы дифференциальных уравнений (4) – (7) используется модифицированный метод Эйлера [16]. Применительно к системе дифференциальных уравнений (4) – (7) вычисления с шагом интегрирования  $h$  проводятся по формулам

$$X_{i+1}^\Delta = x_i + h^{1/2} \sigma_i \xi_{1,i}; \quad (9)$$

$$Y_{i+1}^\Delta = y_i + h^{1/2} \sigma_i \xi_{2,i}; \quad (10)$$

$$x_{i+1} = X_{i+1}^\Delta + (\Delta_{i+1} K) n_{1,i+1} \chi_{R^2 \setminus \bar{G}}(X_{i+1}^\Delta, Y_{i+1}^\Delta); \quad (11)$$

$$y_{i+1} = Y_{i+1}^\Delta + (\Delta_{i+1} K) n_{2,i+1} \chi_{R^2 \setminus \bar{G}}(X_{i+1}^\Delta, Y_{i+1}^\Delta); \quad (12)$$

$$U_{i+1} = \begin{cases} 1, & i=0; \\ U_i (1 + \eta_{i+1} \chi_\Gamma(x_{i+1}, y_{i+1}) \Delta_{i+1} K), & i>0; \end{cases} \quad (13)$$

$$V_{i+1} = \begin{cases} 0, & i=0; \\ V_i + \gamma_{i+1} \chi_\Gamma(x_{i+1}, y_{i+1}) U_{i+1} \Delta_{i+1} K, & i>0; \end{cases} \quad (14)$$

$$\Delta_{i+1} K = \begin{cases} 0, & (X_{i+1}^\Delta, Y_{i+1}^\Delta) \in \bar{G}(t_i); \\ \rho_{n, \bar{G}}(X_{i+1}^\Delta, Y_{i+1}^\Delta), & (X_{i+1}^\Delta, Y_{i+1}^\Delta) \notin \bar{G}(t_i), \end{cases} \quad (15)$$

где  $\rho_{n, \bar{G}}(x, y)$  – расстояние от точки  $(x, y)$  до ее нормальной проекции на  $\bar{G}$ . Здесь черта над обозначением множества означает его замыкание. В формулах (9) – (15) индексы  $i, i+1$  указывают на значение функции в соответствующем узле равномерной сетки с шагом  $h$  на отрезке  $[0, T]$  (рис. 1).

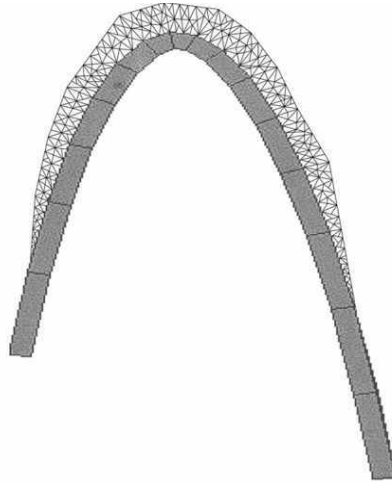


Рис. 1

Моделирование траекторий случайного процесса в подобласти  $G_2(t)$ , которая состоит из подвижных треугольников, осуществляется с использованием взаимно однозначного отображения каждого подвижного треугольника на неподвижный прямоугольный равнобедренный треугольник – стандартный треугольник.

Формулы (9), (10) при вычислениях на стандартном треугольнике имеют вид

$$X_i^\Delta = x_i + \frac{1}{\Delta_i} \left( (f_{x,i+1} - f_{x,i})(y_{2,i} - y_{1,i}) + (f_{y,i+1} - f_{y,i})(y_{1,i} - y_{3,i}) \right) + h^{\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{2b_2}}{\Delta_i} \left[ (x_{2,i} - x_{1,i})^2 + (y_{2,i} - y_{1,i})^2 \right]^{\frac{1}{2}}; \quad (16)$$

$$Y_i^\Delta = y_i + \frac{1}{\Delta_i} \left( (f_{x,i+1} - f_{x,i})(x_{1,i} - x_{2,i}) + (f_{y,i+1} - f_{y,i})(x_{3,i} - x_{1,i}) \right) + h^{\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{2b_2}}{\Delta_i} \left[ (x_{3,i} - x_{1,i})^2 + (y_{3,i} - y_{1,i})^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (17)$$

Моделирование траекторий на стандартном треугольнике осуществляется только в его внутренних точках. В случае если очередная точка при вычислениях методом Эйлера оказывается вне стандартного треугольника, осуществляется переход в исходное двумерное пространство.

Для вычислительного эксперимента принято крыло с аэродинамическим профилем NASA 0015, изготовленное из углепластика. На передней кромке указанного крыла в условиях, соответствующих взлетному режиму летательного аппарата, моделировался процесс образования льда с применением подвижной треугольной сетки. Расчеты проводятся при следующих физических параметрах: толщина стенки крыла –  $5 \cdot 10^{-3}$  м; теплопроводность углепластика – 1,00 Вт/(м·К); температуропроводность углепластика –  $6,00 \cdot 10^{-7}$  м<sup>2</sup>/с; теплопроводность льда – 2,39 Вт/(м·К); температуропроводность льда –  $1,36 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с; начальное значение температуры – 293 К; длина отрезка времени, используемого в численном эксперименте, – 180 с.

Значения температуры воздушной среды внутри крыла 1 и внешнего воздушного потока 2 на передней кромке приведены на рис. 2.

Коэффициент теплоотдачи  $\alpha_{cv,out}$  наружной поверхности крыла вычисляется по формуле [17]:

- для ламинарного пограничного слоя при критерии Рейнольдса  $Re_{out}^* < 1 \cdot 10^6$

$$\alpha_{cv,out} = 3,26 \left( Re_{out}^* \right)^{-0,5} \left( Pr_{out}^* \right)^{-0,666} \rho_V^* c_p^* V_{air,out}; \quad (18)$$

- для турбулентного пограничного слоя при критерии Рейнольдса  $1 \cdot 10^6 \leq Re_{out}^* \leq 1 \cdot 10^9$

$$\alpha_{cv,out} = 0,181 (\lg Re_{out}^*)^{-2,584} (Pr_{out}^*)^{-2/3} \rho_V^* c_p^* V_{air,out} \cdot \quad (19)$$

Здесь:  $Re_{out}^*$ ,  $Pr_{out}^*$  – критерии Рейнольдса и Прандтля при температуре воздуха  $T^*$ ;  $\rho_V^*$  – плотность воздуха за бортом при температуре  $T^*$ ;  $c_p^*$  – удельная теплоемкость воздуха при температуре  $T^*$ ;  $V_{air,out}$  – воздушная скорость полета.

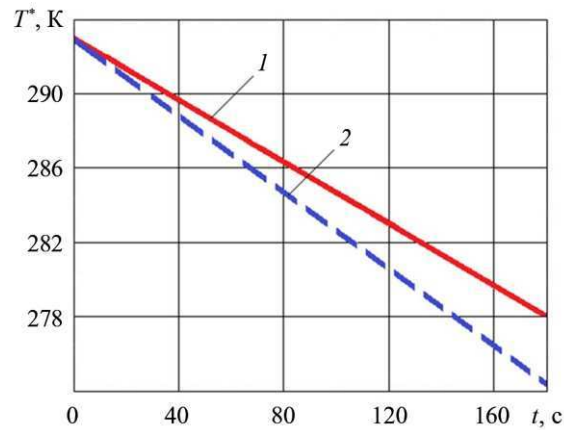


Рис. 2

Температура воздуха  $T^*$  определяется по формуле

$$T^* = T_{air,out} + 0,72(T_e - T_{air,out}), \quad (20)$$

где  $T_{air,out}$  – температура воздуха за бортом за пределами теплового пограничного слоя.

Критерий  $Re_{out}^*$  вычисляется по формуле

$$Re_{out}^* = V_{air,out} \rho_V^* L_{cv,out} / \mu_{air}^*, \quad (21)$$

где  $L_{cv,out}$  – характерный размер для наружной поверхности крыла;  $\mu_{air}^*$  – динамическая вязкость воздуха.

Характерный размер  $L_{cv,out}$  принимается равным расстоянию от носовой точки крыла до середины рассчитываемой точки крыла.

Динамическая вязкость  $\mu_{air}^*$  определяется по выражению [17]

$$\mu_{air}^* = 0,1222229 \cdot 10^{-6} + 0,682674 \cdot 10^{-8} T^* - 0,313155 \cdot 10^{-11} (T^*)^2. \quad (22)$$

Критерий  $Pr_{out}^*$  вычисляется по формуле

$$Pr_{air}^* = c_p^* \mu_{air}^* / \lambda_{air}^*, \quad (23)$$

где  $\lambda_{air}^*$  – теплопроводность воздуха.

Теплопроводность  $\lambda_{air}^*$  определяется по выражению [17]

$$\lambda_{air}^* = 0,141483 \cdot 10^{-2} + 0,896161 \cdot 10^{-4} T^* - 0,204759 \cdot 10^{-7} (T^*)^2. \quad (24)$$

Плотность воздуха  $\rho_V^*$  за бортом вычисляется по выражению [17]

$$\rho_V^* = 3,4826 \cdot 10^{-3} p_{\text{air,out}} / T^*, \quad (25)$$

где  $p_{\text{air,out}}$  – давление воздуха за бортом.

Воздушная скорость полета  $V_{\text{air,out}}$  определяется методом Навье – Стокса [18–21].

Воздушный поток моделируется дифференциальными уравнениями в частных производных для сохранения массы, импульса и энергии. Закон сохранения массы для сжимаемого потока, где плотность воздуха не является линейной функцией давления и скорости, может быть записан как

$$\frac{\partial \rho_V^*}{\partial t} + \nabla (\rho_V^* V_{\text{air,out}}) = 0. \quad (26)$$

Это уравнение также известно как уравнение неразрывности.

По второму закону движения Ньютона сила, действующая на воздух, равна скорости изменения его импульса. Процесс может быть описан системой нелинейных уравнений в векторном виде:

$$\frac{\partial \rho_V^* V_{\text{air,out}}}{\partial t} + \nabla (\rho_V^* V_{\text{air,out}} V_{\text{air,out}}) = \nabla \sigma^{ij} + \rho_V^* g. \quad (27)$$

Уравнения (28) известны как уравнения Навье – Стокса.

Тензор напряжений  $\sigma^{ij}$  представляет собой

$$\sigma^{ij} = -\delta^{ij} p_{\text{air,out}} + \mu_{\text{air}}^* \left[ \delta^{jk} \nabla_k v^i + \delta^{ik} \nabla_k v^j - \frac{2}{3} \delta^{ij} \nabla_k v^k \right] = -\delta^{ij} p_{\text{air,out}} + \tau^{ij}; \quad (28)$$

$$\tau^{ij} = \mu_{\text{air}}^* \left[ \delta^{jk} \nabla_k v^i + \delta^{ik} \nabla_k v^j - \frac{2}{3} \delta^{ij} \nabla_k v^k \right], \quad (29)$$

где  $\nu$  – кинематическая вязкость.

Для ламинарного потока вязкость определяется эмпирически по закону Сазерленда:

$$\frac{\mu_{\text{air}}^*}{\mu_0} = \left( \frac{T^*}{T_0} \right)^{3/2} \left( \frac{T_0 + S}{T^* + S} \right), \quad (30)$$

где  $T_0$  – исходное значение статической температуры воздуха, принимается  $T_0 = 288$  К;  $\mu_0$  – исходное значение динамической вязкости;  $S$  – постоянная Сазерленда,  $S = 110,56$  К.

Закон сохранения энергии системы может быть записан в виде

$$\frac{\partial \rho_V^* E_{\text{air}}}{\partial t} + \nabla (\rho_V^* V_{\text{air,out}} H_{\text{air}}) = \nabla (\kappa_{\text{air}} (\nabla T^*) + v_i \tau^{ij}) + \rho_V^* g V_{\text{air,out}}, \quad (31)$$

где  $E_{\text{air}}$ ,  $H_{\text{air}}$  – суммарная внутренняя энергия и энтальпия;  $g$  – удельная теплота плавления (равна 1,4 для идеального газа);  $\kappa_{\text{air}}$  – теплопроводность вязкого ламинарного воздушного потока:

$$\kappa_{\text{air}} = C_1^* (T^{*(3/2)}) / (T^* + 133,7), \quad (32)$$

где  $C_1 = 0,00216176$  Вт/(мК<sup>3/2</sup>).

Полученная система уравнений (26) – (32) воздушного потока с неизвестными  $\rho_V^*$ ,  $p_{\text{air,out}}$ ,  $T^*$ ,  $H_{\text{air}}$ ,  $\mu_{\text{air}}^*$ ,  $\kappa_{\text{air}}$  описывает вязкий ламинарный воздушный поток.

Для полного описания системы (26) – (32) ее необходимо замкнуть уравнением состояния для идеального газа

$$p_{\text{air,out}} = \rho_V^* R_{\text{air}} T^*, \quad (33)$$

где  $R_{\text{air}} = 287,053763$  кДж/кг – газовая постоянная для воздуха. Это уравнение можно преобразовать в алгебраическое уравнение энтальпии постоянного состояния для стационарных невязких течений.

Значения коэффициента теплоотдачи  $\alpha_{\text{cv,out}}$  внешней поверхности крыла на передней кромке приведены на рис. 3. Коэффициент теплоотдачи внутренней поверхности крыла  $\alpha_{\text{cv,in}}$  в данном случае принимался величиной постоянной, равной  $5,8$  Вт/(м<sup>2</sup>К).

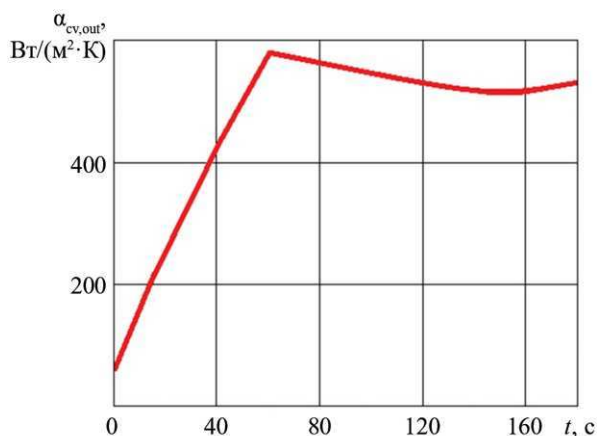


Рис. 3

Приведем результаты вычислительного моделирования распределения температуры поверхности крыла в области передней кромки, а также на ее верхней поверхности, в двух сценариях – при нарастании ледяных отложений (рис. 4, кривая 1) и в отсутствие обледенения (рис. 4, кривая 2). В точках, локализованных напротив зоны образования льда, фиксируются существенно более высокие значения температуры по сравнению с режимом без обледенения. Снижение температуры в центральной области графика, наблюдаемое для обеих кривых, соответствует положению передней кромки крыла, где направление теплового потока совпадает с направлением нормали.

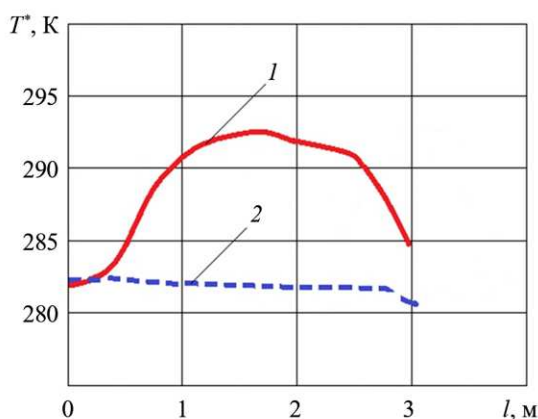


Рис. 4

Таким образом, разработан метод численно-стохастического моделирования теплового состояния крыла самолета в условиях обледенения. Предложенный метод основан на вероятностном представлении решения краевой задачи для уравнения теплопроводности в виде математического ожидания функционала от случайного процесса диффузионного типа.

Процессы теплообмена описываются двумерными краевыми задачами для уравнения теплопроводности с граничными условиями третьего рода, такими, как условия конвективного теплообмена внешней и внутренней поверхностей крыла с окружающей средой. Используются уравнения Навье – Стокса, осредненные по критерию Рейнольдса.

Особенность решаемой задачи состоит в том, что граница области, соответствующая участкам поверхности, на которых происходит обледенение, меняет положение с течением времени. В настоящей работе предлагается подход к моделированию обледенения поверхности крыла, основанный на использовании треугольной сетки, адаптированной к участкам льдообразования. В рамках данного подхода выполняется расчет температуры поверхности крыла летательного аппарата из углепластика в условиях обледенения. Указанный расчет базируется на численном решении стохастических дифференциальных уравнений и применении уравнений Навье – Стокса.

Недостатки известных методик обусловлены трудностями детерминирования точки отрыва двухфазного потока при сложной геометрии поверхности планера самолета. В ряде случаев не представляется возможным достоверно установить область ламинарно-турбулентного перехода, а толщина пограничного слоя может оказаться не поддающейся корректному расчетному определению.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН FWNM-2025-0002.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Демидов А.И., Шишелова Т.И. Проблема обледенения летательных аппаратов и применяемые методы борьбы с ней // Международный журнал экспериментального образования. 2014. № 8. С. 88–89.
2. Клеменков Г.П. и др. Моделирование процессов обледенения летательных аппаратов в аэроклиматических трубах // Теплофизика и аэромеханика. 2008. № 4. С. 563–569.
3. Yamazaki M., Jemcov A., Sakae H. A Review on the Current Status of Icing Physics and Mitigation in Aviation // Aerospace. 2021. Vol. 8. № 7. Article № 188.
4. Ratvasky T.P., Barnhart B.P., Lee S. Current Methods for Modeling and Simulating Icing Effects on Aircraft Performance, Stability and Control: Technical Memorandum № 2008-215453 / NASA. Cleveland, Glenn Research Center, 1995. 22 p.
5. Wright W.B. Users Manual for the Improved NASA Lewis Ice Accretion Code LEWICE 1.6: Contractor Report № 198355 / NASA. Glenn Research Center, 1995. 96 p.
6. Guffond D., Cassaing J., Brunet S. Overview of Icing Research at ONERA // AIAA 23rd Aerospace Sciences Meeting, Jan. 14–17, 1985, Reno, USA. Article № 8.
7. Da Silva G.A.L., de Mattos Silvares O., de Jesus Zerbini E.J.G. Numerical Simulation of Airfoil Thermal Anti-Ice Operation. Part 1: Mathematical Modeling // Journal of Aircraft. 2007. Vol. 44. Iss. 2. P. 627–633.
8. Paraschivoiu I., Saeed F. Ice Accretion Simulation Code CANICE [Electronical Resource]. URL: [https://www.researchgate.net/profile/Farooq-Saeed/publication/228932401\\_Ice\\_Accretion\\_Simulation\\_Code\\_CANICE/links/5552f7d408ae980ca606cb58/Ice-Accretion-Simulation-Code-CANICE.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Farooq-Saeed/publication/228932401_Ice_Accretion_Simulation_Code_CANICE/links/5552f7d408ae980ca606cb58/Ice-Accretion-Simulation-Code-CANICE.pdf) (дата обращения: 1.06.2025).
9. Hospers J.M., Hoesjmakers H.W. Eulerian Method for Ice Accretion on Multiple-Element Airfoil Sections // Proc. of the 48th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, Jan. 4–7, 2010, Orlando. AIAA Paper № 2010-1236.
10. Bourgault Y., Boutanios Z., Habashi W.G. Three-Dimensional Eulerian Approach to Droplet Impingement Simulation Using FENSAP – ICE. Part 1: Model, Algorithm, and Validation // Journal of Aircraft. 2000. Vol. 37. Iss. 1. P. 95–103.
11. Honsek R. Development of a Three-Dimensional Eulerian Model of Droplet-Wall Interaction Mechanisms. McGill University, 2005. 110 p.
12. Краев В.М. Современное состояние исследований нестационарных турбулентных течений // Вестник Московского авиационного института. 2016. № 4. С. 61–67.
13. Павленко О.В., Пигусов Е.А. Особенности применения тангенциального выдува струи на поверхность крыла летательного аппарата в условиях обледенения // Вестник Московского авиационного института. 2020. № 2. С. 7–15.
14. Павленко О.В., Петров А.В., Пигусов Е.А. Исследования обтекания высоконесущего крылового профиля с комбинированной энергетической системой увеличения подъемной силы крыла // Вестник Московского авиационного института. 2020. № 4. С. 16–20.
15. Гусев С.А. Применение СДУ к оценке решения уравнения теплопроводности с разрывными коэффициентами // Сибирский журнал вычислительной математики. 2015. № 2. С. 147–161.
16. Gusev S.A. Using SDE for Solving Inverse Parabolic Boundary Value Problem with a Neumann Boundary Condition // Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. 2007. Vol. 22. Iss. 5. P. 449–470.

17. Воронин Г.И. Системы кондиционирования на летательных аппаратах. М.: Машиностроение, 1973. 444 с.
18. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен: в 2 т. М.: Мир, 1990. Т. 1. 385 с.
19. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей: в 2 т. М.: Мир, 1991. Т. 1. 504 с.
20. Просвиряков Е.Ю. и др. Точные решения уравнений Навье – Стокса в приближении Буссинеска для описания течений бинарных жидкостей // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 3. С. 77–84.
21. Никитченко Ю.А., Красавин Е.Э. Расчет обтекания кромки тонкой пластины высокоскоростным потоком с использованием модели Навье – Стокса – Фурье и модельного кинетического уравнения // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 4. С. 94–98.

Поступила в редакцию 1.07.25  
После доработки 18.07.25  
Принята к публикации 18.07.25

## Numerical-Stochastic Method of Modeling the Aircraft Wing Icing in Flight

V.N. NIKOLAEV<sup>1</sup> AND S.A. GUSEV<sup>2</sup>

<sup>1</sup> SibNIA named after S.A. Chaplygin, Novosibirsk

<sup>2</sup> Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics, Siberian Branch of the RAS, Novosibirsk

*The paper proposes a numerical-stochastic method for determining the thermal state of an aircraft wing during flight under icing conditions. The method is based on the probabilistic representation of the boundary value problem for a parabolic equation and the numerical solution of stochastic differential equations. Navier–Stokes equations averaged by the Reynolds criterion are used. It is proposed to model the ice growths using a triangular grid in icing areas. A one-to-one transformation is introduced, which maps any movable triangle to a fixed isosceles right triangle, the legs of which are directed along the positive directions of the coordinate axes of the two-dimensional right-angle coordinate system. The results of the work make it possible to determine the probability of ice formation on a wing made of a certain material and having a selected profile under various flight modes and meteorological conditions.*

**Numerical-stochastic method, mathematical model of wing icing, thermal state of the wing, boundary value problem for the parabolic type equation, probabilistic estimate of the solution of the boundary value problem, Navier–Stokes method**

## Вычислительные эксперименты в задаче о нелинейных колебаниях прямоугольной пластины

Построена математическая модель нелинейных колебаний изотропной прямоугольной пластины. Разработан численный алгоритм без насыщения для решения данной проблемы. В качестве искомых переменных выбраны прогиб и усилия в срединной плоскости пластины. Задача сведена к системе нелинейных обыкновенных уравнений.

**С.Д. АЛГАЗИН,**  
д-р физ.-мат. наук  
(ИПМех РАН, Москва)  
algazinsd@mail.ru

**Уравнения Кармана, нелинейные колебания, прямоугольная пластина, численный алгоритм без насыщения**

Рассмотрим базовую модель плоской пластины.

Уравнение движения двумерной изотропной пластины может быть записано в форме [1, 2]

$$D\nabla^4 w = N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \Delta p; \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 N_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N_y}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 N_{xy}}{\partial x \partial y} = Eh \left\{ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right\}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} = 0. \quad (3)$$

Инерция в плоскости, т. е.  $m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$  и  $m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$ , как обычно, пренебрежимо мала из-за высокой жесткости

движения в плоскости по сравнению с движением из плоскости.

В дополнение к уравнениям равновесия (1) – (3) необходимо также учитывать граничные или опорные условия. Рассмотрим прямоугольную пластину размерами  $a$  и  $b$ . На определенной границе пластины, например  $x = 0$ , классические граничные условия обычно рассматриваются в следующем виде:

$$w = 0; \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0; \quad N_x = 0; \quad N_y = 0.$$

Будем считать, что граничные условия в плоскости  $N_x = N_{xy} = 0$  на  $x = 0, a$ ,  $N_y = N_{xy} = 0$  на  $y = 0, b$ .

Выполним дискретизацию:

$$D\nabla^4 w = -\Delta p. \quad (4)$$

Дискретизация с краевыми условиями защемления приведена в работе [3]. Обозначим  $H$  матрицу дискретного бигармонического оператора, тогда в уравнении вместо  $\nabla^4 w$  будет использоваться выражение  $H\mathbf{w}$ , где  $\mathbf{w}$  – вектор-столбец, содержащий значения  $w$  в узлах сетки. Эти значения зависят от  $t$ . Узлы по  $x$  и  $y$  выбираются следующим образом:

$$x_i = \frac{a}{2} \left( \cos \frac{(2i-1)\pi}{2m} + 1 \right), \quad i = 1, 2, \dots, m;$$

$$y_j = \frac{b}{2} \left( \cos \frac{(2j-1)\pi}{2m} + 1 \right), \quad j = 1, 2, \dots, m,$$

т. е. получаются линейной заменой из нулей многочлена Чебышева.

Распишем дискретные производные и построим численный алгоритм без насыщения [3]. Дифференцирование по  $x$  и  $y$  рассмотрено в работе [4]. Обозначим  $D^{(1)}$  и  $D^{(2)}$  матрицы первого и второго численного дифференцирования размера  $m \times m$ . Тогда имеем:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right|_{x=x_i, y=y_j} &= b^2 \sum_{l=1}^m D_{j,l}^{(2)} w(x, y_l); \\ \left. \frac{\partial w}{\partial y} \right|_{x, y_i} &= a \sum_{v=1}^m D_{iv}^{(1)} w(x, y_v); \\ \left. \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right|_{x=x_i, y=y_j} &= a \left( \sum_{\mu=1}^m D_{i\mu}^{(1)} \right) b \left( \sum_{q=1}^m D_{jq}^{(1)} w(x_\mu, y_q) \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Дифференцирование  $N_x, N_y, N_{xy}$  по  $x$  и  $y$  проведем с помощью формул (5). В общем виде дискретная задача не расписывается ввиду ее громоздкости. Таким образом, задача (1) – (3) сведена к системе обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений.

Ранее подобные исследования проводились в работе [3]. Результаты, полученные в настоящей статье, представляют собой апробацию сложной задачи прочностного анализа сопла реактивного двигателя. В ходе огневых испытаний изделия, которые проводились на базе Института теплотехники (Москва), происходил отрыв кольцевой части сопла. Для моделирования данного явления в приведенную постановку задачи были введены усредненные усилия  $N_x, N_y, N_{xy}$ , приложенные в срединной плоскости пластины.

Вначале рассмотрим стационарную задачу. Характерные величины – ширина пластины  $a$  и модуль Юнга  $E$ . Введем безразмерные величины (со штрихами):

$$\begin{aligned} h' &= \frac{h}{a}; \quad x' = \frac{x}{a}; \quad y' = \frac{y}{a}; \quad N_x, N_y, N_{xy} \Rightarrow N'_x = \frac{N_x}{E \cdot a}, \dots, \Delta p' = \frac{\Delta p}{E}; \\ D \nabla^4 w + [\dots] &= \frac{E a^3 h'^3}{12(1-\nu^2)} \left[ a \frac{\partial^4 w'}{a^4 \partial x'^4} + \dots \right] + E a N'_x \left[ a \frac{\partial^2 w'}{a^2 \partial^2 x'^2} + \dots \right] - \frac{\Delta p}{E}; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\frac{E a \partial^2 N'_x}{a^2 \partial x'^2} + \dots \{ \dots \} = \frac{E a \partial^2 N'_x}{a^2 \partial x'^2} + \dots + E a h' \left( \frac{a}{a^2} \right)^2 \left( \frac{\partial^2 w'}{\partial x' \partial y'} \right)^2 + \dots; \quad (7)$$

$$E a \frac{\partial N'_x}{a \partial x'} + E a \frac{\partial N'_{xy}}{a \partial y'} = 0; \quad E a \frac{\partial N'_y}{a \partial y'} + E a \frac{\partial N'_{xy}}{a \partial x'} = 0. \quad (8)$$

Уравнение (6) можно сократить на  $E$ , тогда  $D \Rightarrow \frac{h^3}{12(1-\nu^2)}$ , и имеем уравнение с малым параметром при старшей производной. Уравнение (7) можно сократить на  $E/a$ , а уравнение (8) – на  $E$ , тогда вид уравнений не изменится, если опустить штрихи.

Рассмотрим дискретный бигармонический оператор

$$\Delta^2 \Phi = \lambda \Phi; \quad \Phi|_{x=0,1} = \Phi|_{y=0,b} = 0; \quad \left. \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right|_{x=0,1} = \left. \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right|_{y=0,b} = 0.$$

Вначале рассмотрим одномерное уравнение

$$\begin{aligned} y'' + \lambda y &= 0; \quad y(0) = y(b) = 0; \quad y = \sin(\sqrt{\lambda} x); \\ y' &= \sqrt{\lambda} \cos(\sqrt{\lambda} x); \quad y'' = -\lambda \sin(\sqrt{\lambda} x). \end{aligned}$$

Чтобы удовлетворить краевым условиям, положим

$$\sqrt{\lambda}b = \pi k; \quad k = \pm 1, \pm 2, \dots \Rightarrow \lambda = \frac{\pi^2 k^2}{b^2}; \quad y = \sin\left(k \frac{\pi x}{b}\right).$$

Рассмотрим двумерное уравнение:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \lambda \Phi = 0, \quad \Phi(x, y) = u(x) \cdot v(y) \Rightarrow u''(x) \cdot v(y) + u(x) \cdot v''(y) + \lambda u(x) \cdot v(y) = 0.$$

Делим на  $u(x) \cdot v(y) \Rightarrow \frac{u''(x)}{u(x)} + \frac{v''(y)}{v(y)} \Rightarrow u(x) = \sin\left(k \frac{\pi x}{b}\right), \quad v(y) = \sin\left(l \frac{\pi y}{b}\right) \Rightarrow \lambda_{kl} = \frac{\pi^2 k^2}{a^2} + \frac{\pi^2 l^2}{b^2};$

$$\Phi(x, y) = u(x) \cdot v(y).$$

Рассмотрим бигармоническое уравнение  $D\nabla^4 w = -\Delta p$ .

Дискретизация с краевыми условиями защемления рассмотрена в работе [4]. Узлы по  $x$  и  $y$  выбираются как в работе [5], т. е. получаются линейной заменой из нулей многочлена Чебышева. Ранее подобные исследования выполнялись в работах [6–10].

Вначале рассмотрим стационарную задачу. В расчетах получены 2D-изображения (рис. 1) и 3D-изображения (рис. 2) прогибов для квадратной пластины со стороной  $[-0.5, 0.5]$ .

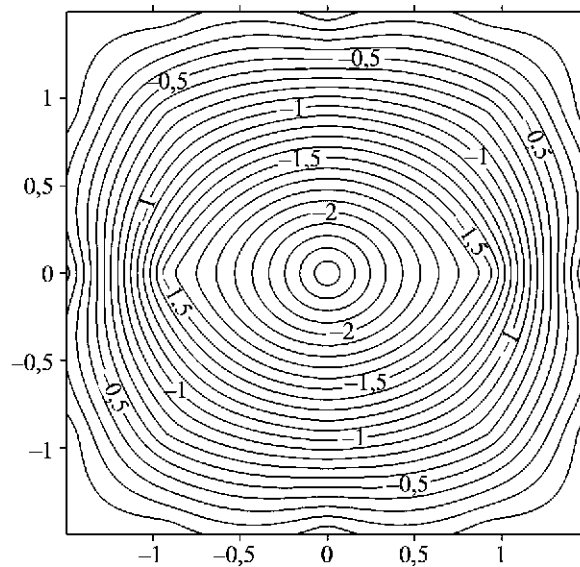


Рис. 1

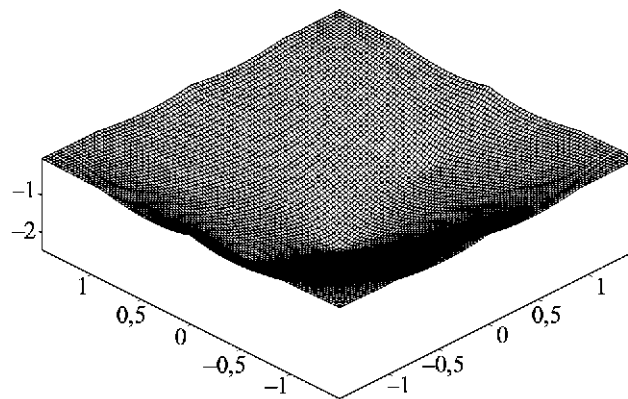


Рис. 2

Для решения системы нелинейных уравнений (6) – (8) использовалась программа MINPACK-1.

Цель настоящего обзора заключается в изложении принципов построения алгоритмов и организации программного обеспечения пакета MINPACK-1.

Рассмотрим системы нелинейных уравнений.

Если указано  $n$  функций  $f_1, f_2, \dots, f_n$  из  $n$  переменных  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , то подпрограммы MINPACK-1 могут быть использованы для поиска  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , решающих систему нелинейных уравнений

$$f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, \quad 1 \leq i \leq n.$$

Для решения этой задачи реализована модификация гибридного алгоритма Пауэлла. Существует два варианта этого алгоритма. Согласно первому варианту необходимо вычисление только функции  $f_i$ , в то время как при использовании второго варианта требуется вычисление обеих функций  $-f_i$  и якобианской матрицы  $n \times n$ :

$$\left( \frac{\partial f_i(x)}{\partial x_j} \right); \quad 1 \leq i \leq n, \quad 1 \leq j \leq n.$$

Рассмотрим нелинейные задачи по методу наименьших квадратов.

Если  $m$  функций  $f_1, f_2, \dots, f_m$  из  $n$  переменных  $x_1, x_2, \dots, x_n$  указаны с помощью  $m \geq n$ , то подпрограммы MINPACK-1 могут быть использованы для нахождения значений  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , с помощью которых решается нелинейная задача наименьших квадратов

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^m f_i(x)^2, x \in R^n \right\}.$$

Для решения этой задачи реализована модификация алгоритма Левенберга – Марквардта. Существует три варианта этого алгоритма. Согласно первому варианту необходимо вычисление только функции  $f_i$ , в то время как при использовании второго варианта требуется вычисление обеих функций  $-f_i$  и якобианской матрицы  $m \times n$ :

$$\left( \frac{\partial f_i(x)}{\partial x_j} \right), \quad 1 \leq i \leq m, \quad 1 \leq j \leq n.$$

Согласно третьему варианту также требуется вычисление функции и якобианской матрицы. При этом вычисление якобианской матрицы осуществляется построчно, что позволяет ограничиться хранением матрицы  $n \times n$  вместо  $m \times n$ . Такая организация вычислений является эффективной для решения нелинейных задач наименьших квадратов, характеризующихся большим числом функций при сравнительно небольшом числе переменных.

Расчеты нелинейной задачи проводились для квадратной пластины со сторонами  $[-0,5, +0,5]$  с модулем Юнга  $E = 206000$  МПа, коэффициентом Пуассона  $\nu = 0,3$  (сталь) при равномерном давлении  $0,506625$  МПа на сетке  $5 \times 5$ , т. е. решалась задача из ста нелинейных уравнений.

Программа завершила работу практически мгновенно с кодом 1 (что соответствует нормальному завершению), числом итераций 102 и финальной  $L_2$ -нормой  $0,2380952 \cdot 10^{-4}$ .

На рис. 3 представлена симметричная форма изолиний с одной осью симметрии. Аналогичная картина наблюдается на рис. 4.

Вид поверхности изгиба объясняется малым параметром при бигармоническом операторе, в уравнении (6) остается только нелинейный член.

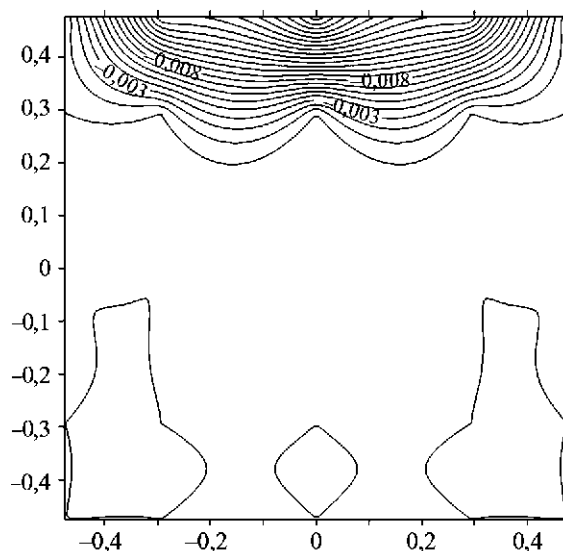


Рис. 3

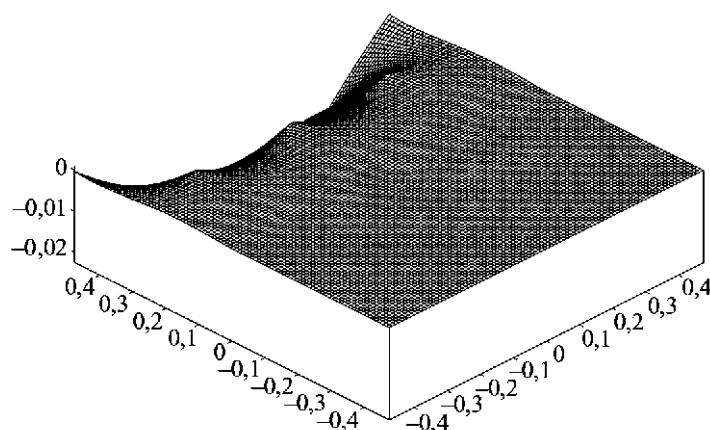


Рис. 4

Таким образом, применение аккуратной дискретизации без насыщения [5] позволяет свести задачу о нелинейном изгибе прямоугольной пластины к решению системы из ста нелинейных уравнений, для решения которой применяется пакет MINPACK-1. Получена форма изгиба в линейном и нелинейном случаях.

Работа выполнена по теме государственного задания ИПМех РАН № 124012500437-9.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Dowell E.H.* Aeroelasticity of Plates and Shells. Springer, 1975. 139 p.
2. *Алгазин С.Д.* Нелинейные колебания прямоугольной пластины // Изв. вузов. Авиационная техника. 2025. № 3. С. 17–21.
3. *Бакулин В.Н., Образцов И.Ф., Потопахин В.А.* Динамические задачи нелинейной теории многослойных оболочек: Действие интенсивных термосиловых нагрузок, концентрированных потоков энергии. М.: Наука. Физматлит, 1998. 464 с.
4. *Алгазин С.Д.* Численные алгоритмы классической матфизики. XLVI. Свободные колебания прямоугольной пластины. М.: ИПМех РАН, 2015 (Препринт ИПМех РАН; № 1105).
5. *Бабенко К.И.* Основы численного анализа. М.: Наука, 1986. 744 с.
6. *Бакулин В.Н., Потопахин В.А.* Использование уравнений трехмерной теории упругости для решения задач динамики многослойных оболочек // Изв. вузов. Авиационная техника. 1985. № 3. С. 7–12.
7. *Бакулин В.Н., Снесарев С.Л.* Собственные колебания цилиндрических оболочек с прямоугольным вырезом // Изв. вузов. Авиационная техника. 1988. № 4. С. 3–6.
8. *Чернышев С.Л., Липатов И.И., Бакулин В.Н.* Бафтинг элементов авиационных, аэрокосмических и ракетных конструкций // Инженерный журнал: наука и инновации. 2020. № 2 (98). С. 250–251.

9. Бакулин В.Н., Борзых С.В. Аналитические оценки движения и упругих колебаний конструкций отделяемых створок обтекателей ракетно-космических систем // Доклады Российской Академии наук. Физика, технические науки. 2021. № 1. С. 40–45.
10. Паймушин В.Н., Фирсов В.А., Шишкин В.М. Интегральный способ поверхностного демпфирования изгибных колебаний тонкостенных конструкций // Изв. вузов. Авиационная техника. 2019. № 4. С. 36–42.

Поступила в редакцию 17.11.25

После доработки 27.11.25

Принята к публикации 27.11.25

## Computational Experiments in the Problem of Nonlinear Oscillations of a Rectangular Plate

S.D. ALGAZIN

Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow

*A mathematical model for nonlinear oscillations of an isotropic rectangular plate was constructed. A numerical algorithm without saturation was developed to solve given problem. The deflection and forces in the midplane of the plate were selected as the required variables. The problem is reduced to a system of nonlinear ordinary equations.*

**Karman equations, nonlinear oscillations, rectangular plate, numerical algorithm without saturation**

## Анализ несущей способности композитной конструкции капотов двигательного отсека мотогондолы вертолета среднего класса

**Р.Р. МИРХАЗОВ**,  
аспирант,  
**Р.Р. МИРХАЗОВ**,  
аспирант  
(КНИТУ-КАИ, Казань),  
**С.А. ЛУКАНИН**,  
д-р физ.-мат. наук  
(КНИТУ-КАИ, Казань;  
КФУ, Казань),  
**Л.У. СУЛТАНОВ**,  
д-р физ.-мат. наук  
(КФУ, Казань)  
mir\_rail@mail.ru

*Предложена новая типовая конструкция створки двигательного отсека мотогондолы вертолета среднего класса, в которой композиционные материалы применяются в качестве конструкционных. На основании результатов экспериментальных исследований выполнена проверка соответствия разработанного решения требованиям по огнестойкости, регламентированным Авиационными правилами АП-29 «Нормы летной годности винтокрылых аппаратов транспортной категории». Проведен анализ несущей способности рассматриваемой конструкции в штатных условиях эксплуатации, а также при нештатных ситуациях, в том числе при возникновении пожара в двигательном отсеке.*

**Капоты двигательного отсека, несущая способность, коэффициент безопасности, коэффициент запаса прочности**

В конструкциях мотогондол современных вертолетов широко используются титановые элементы, локализованные в зонах двигательного и редукторного отсеков. Изготовление створок и перегородок двигательных и редукторных отсеков из титановых сплавов значительно увеличивает стоимость конструкции и время ее производства ввиду сложности технологических процессов, требующих специализированных производств. Вместе с тем в конструкциях летательных аппаратов на современном этапе широко используются элементы из композиционных материалов. Наряду с высокими удельными характеристиками применение таких материалов обусловлено возможностью целенаправленного формирования их механических свойств с учетом специфики их функционирования.

В число ключевых свойств композиционных материалов на основе специальных углепластиков входит их термостойкость, которая определяет уровень пожарной безопасности всей конструкции. Данное обстоятельство позволяет обоснованно заключить, что такие материалы могут применяться в конструкции двигательных и редукторных отсеков мотогондол вертолета. В настоящей работе представлена новая «типовая» конструкция створки двигательного отсека мотогондолы вертолета, в которой отсутствуют титановые элементы.

В работе исследуется композитная конструкция типовой панели створки капотов двигательного отсека, удовлетворяющая требованиям Авиационных правил «Нормы летной годности винтокрылых аппаратов транспортной категории» [1] в части огнестойкости. Предлагаемое решение может быть применено на вертолетах среднего класса, в том числе таких типах, как «Ансат», Ка-226Т и др.

На рис. 1 приведен общий вид указанной панели, представляющей собой трехслойную конструкцию с гофрированным наполнителем и наружными слоями, изготовленными из композиционного материала.

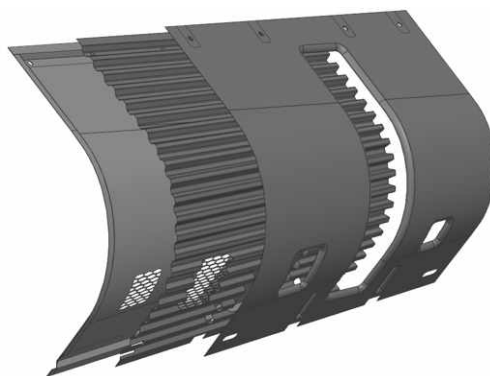


Рис. 1

Все элементы панели выполнены из углепластика (бисмалеимидный препрег М250, ИТЕКМА, РФ и др.). По лицевой стороне панели клеена молниезащитная сетка.

Типовая конструкция трехслойной панели представлена на рис. 2.

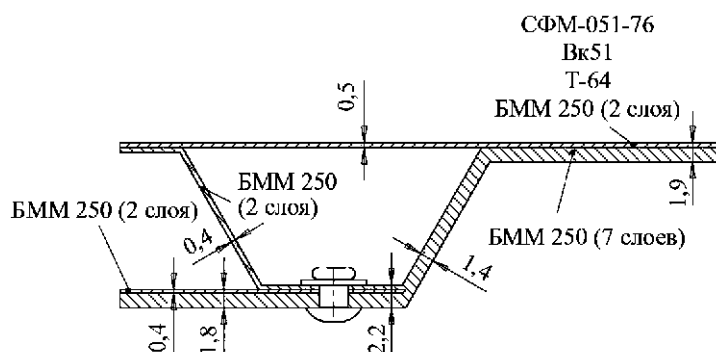


Рис. 2

Физико-механические характеристики материалов, используемых в конструкции, приведены в табл. 1.

Таблица 1

Наименование	М250	Т-64
Модуль упругости при растяжении/сжатии в направлении оси 1 $E_1$ , МПа	70000	24000
Модуль упругости при растяжении/сжатии в направлении оси 2 $E_2$ , МПа	70000	16000
Модуль сдвига в плоскости 12 $G_{12}$ , МПа	6000	4000
Модуль сдвига в плоскости 13 $G_{13}$ , МПа	6000	800
Модуль сдвига в плоскости 23 $G_{23}$ , МПа	6000	800
Коэффициент Пуассона в плоскости 12 при растяжении в направлении оси 1 $\nu_{12}$	0,03	0,1
Разрушающее напряжение при растяжении в направлении оси 1 $\sigma_1^+$ , МПа	850	300
Разрушающее напряжение при растяжении в направлении оси 2 $\sigma_2^+$ , МПа	850	200
Разрушающее напряжение при сжатии в направлении оси 1 $\sigma_1^-$ , МПа	800	160
Разрушающее напряжение при сжатии в направлении оси 2 $\sigma_2^-$ , МПа	800	130
Разрушающее напряжение при сдвиге в плоскости 12 $\tau_{12}$ , МПа	120	65
Разрушающее напряжение межслоевого сдвига $\tau_{мс}$ , МПа	45,75	40
Плотность $\rho$ , г/см <sup>3</sup>	1,57	2,1
Толщина монослоя $h_p$ , мм	0,2	0,1

Для оценки несущей способности створки двигательного отсека мотогондолы вертолета выполнен анализ деформированного состояния конструкции и определены поля напряжений в элементах конструкции.

В качестве условия, с помощью которого определялась достаточная прочность конструкции, использовался критерий Хилла [2] с учетом коэффициента запаса прочности. При вычислении запаса прочности элементов конструкции учитывались только общий коэффициент безопасности и дополнительный коэффициент для композиционных материалов.

В случае плоского напряженного состояния поверхность разрушения в пространстве напряжений  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_{12}$  определяется следующим выражением:

$$F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + F_{66}\sigma_{12}^2 = 1;$$

$$F_{11} = \frac{1}{\sigma_1^+\sigma_1^+} \text{ при } \sigma_1 \geq 0; F_{11} = \frac{1}{\sigma_1^-\sigma_1^-} \text{ при } \sigma_1 < 0;$$

$$F_{22} = \frac{1}{\sigma_2^+ \sigma_2^+} \text{ при } \sigma_2 \geq 0; F_{22} = \frac{1}{\sigma_2^- \sigma_2^-} \text{ при } \sigma_2 < 0;$$

$$F_{12} = -\frac{1}{2\sigma_1^+ \sigma_1^+} \text{ при } \sigma_1 \sigma_2 \geq 0; F_{12} = -\frac{1}{2\sigma_1^- \sigma_1^-} \text{ при } \sigma_1 \sigma_2 < 0;$$

$$F_{66} = \frac{1}{\tau_{12}^2},$$

где  $\sigma_1^+, \sigma_1^-$  – разрушающие напряжения в направлении оси 1 при растяжении и сжатии;  $\sigma_2^+, \sigma_2^-$  – разрушающие напряжения в направлении оси 2 при растяжении и сжатии;  $\tau_{12}$  – разрушающее напряжение при сдвиге в плоскости 12.

Запас прочности вычисляется по формуле

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + F_{66}\sigma_{12}^2}}.$$

В качестве расчетных выбраны случаи с однократными предельными перегрузками без аэродинамической нагрузки и многократные эксплуатационные перегрузки совместно с аэродинамической нагрузкой.

Схема приложения нагрузок в моделируемых случаях нагружения приведена в табл. 2.

Таблица 2

Вариант нагружения	Перегрузка			Скорость воздушного потока $V$ , м/с
	$n_x$	$n_y$	$n_z$	
1	-12,0	0	0	0
2	2,0	0	0	0
3	0	1,5	0	0
4	0	-12,0	0	0
5	0	0	6,0	0
6	3,5	0	0	87
7	-3,5	0	0	87
8	0	3,5	0	25
9	0	-3,5	0	25
10	0	0	3,5	14
11	0	0	-3,5	14

Перегрузка прикладывалась в виде компонент вектора ускорения, аэродинамическая нагрузка – в виде распределенного давления на внешние поверхности мотогондолы.

Основной коэффициент безопасности в расчетных случаях с однократными предельными перегрузками принимался равным 1. В расчетных случаях с многократными эксплуатационными перегрузками основной коэффициент безопасности принимался равным 1,5. Дополнительный коэффициент безопасности для композиционных материалов во всех случаях принимался равным 2,16. Кроме того, для конструкций соединений принимался дополнительный коэффициент безопасности, равный 1,15. Основные коэффициенты безопасности учитывались при задании нагрузки. Дополнительные коэффициенты безопасности учитывались при анализе результатов расчетов. Таким образом, в регулярной зоне достаточной прочностью характеризуются конструкции с коэффициентом запаса прочности более 2,16. В силу линейности расчетной модели в зоне соединений коэффициент запаса прочности для обеспечения требуемого уровня прочности должен быть больше величины соответствующего коэффициента безопасности, равного 2,484.

В качестве внешней нагрузки, действующей на панели мотогондолы вертолета в полете, была выбрана величина избыточного статического давления от набегающего воздушного потока.

Определение величины избыточного статического давления на панели мотогондолы осуществлялось численным моделированием режимов полета в программном комплексе Fluent. Расчетная модель была построена на базе геометрической модели поверхности фюзеляжа вертолета Ка-226Т (исполнение 54). В качестве модели турбулентности была выбрана SST  $k-\omega$ -модель, что обусловлено ее точностью и надежностью для широкого круга гидродинамических задач (потoki с градиентом давления, обтекание профилей, околосвуковые ударные волны и т. д.) [3].

В качестве расчетных случаев рассматривались случаи полета при предельной повышенной и предельной пониженной температурах с максимальной скоростью в каждом из направлений  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$ . Влияние несущего винта, а также воздухозаборного и выхлопного устройств силовой установки при этом не учитывалось ввиду отсутствия характеристик этих устройств. Кроме того, в модели не учитывался подсос воздуха или выдув из-под панелей мотогондолы.

Как показали выполненные аэродинамические расчеты, при качественном совпадении поля избыточного давления для одной и той же скорости абсолютные значения избыточного давления при предельной пониженной температуре  $-65\text{ }^\circ\text{C}$  выше аналогичных значений при предельной повышенной температуре. В связи с этим для выполнения прочностных расчетов в качестве аэродинамической нагрузки были использованы результаты, полученные для температуры воздуха  $-65\text{ }^\circ\text{C}$ .

Приведем изополя избыточного давления при скорости  $V_x = 87\text{ м/с}$  для всего фюзеляжа (рис. 3) и для фрагмента, содержащего только поверхность мотогондолы (рис. 4).

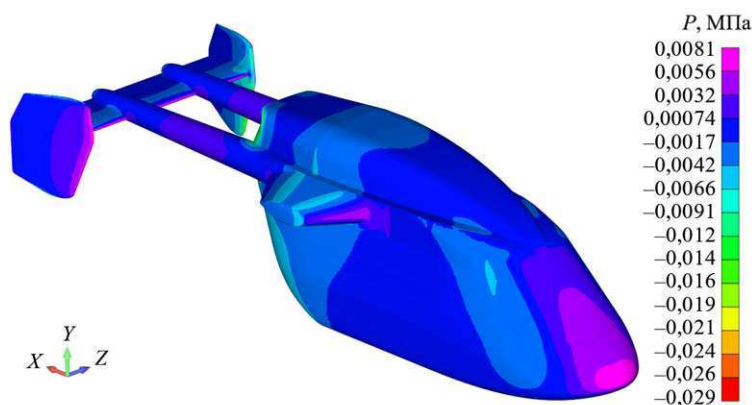


Рис. 3

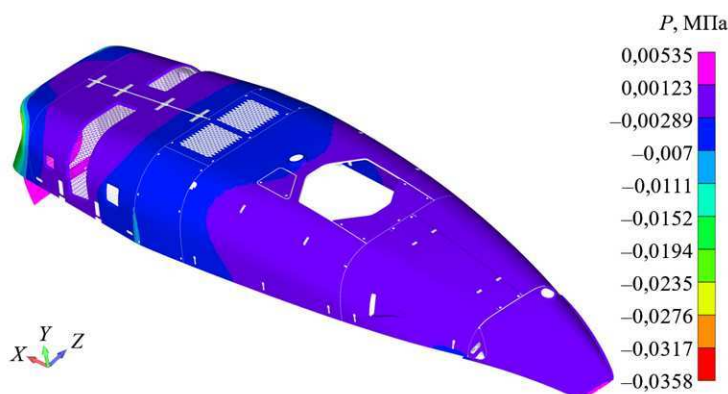


Рис. 4

Для поверхности мотогондолы приведены изополя избыточного давления при скорости  $V_y = 25\text{ м/с}$  (рис. 5) и  $V_z = 14\text{ м/с}$  (рис. 6). На рис. 3–6 область давлений, превышающих атмосферное, представлена положительными значениями.

Задача определения коэффициентов запаса прочности решалась методом конечных элементов в статической линейной постановке при помощи решателя NX Nastran. Разработка расчетной модели и

постпроцессинг результатов выполнялись в пакете программ Simens Femap. Для моделирования деталей конструкции применены в основном трех- и четырехузловые оболочечные конечные элементы (СТRIA3 и CQUAD4). При моделировании обшивки и силового набора характерный размер конечных элементов принимался равным 10 мм (рис. 7).

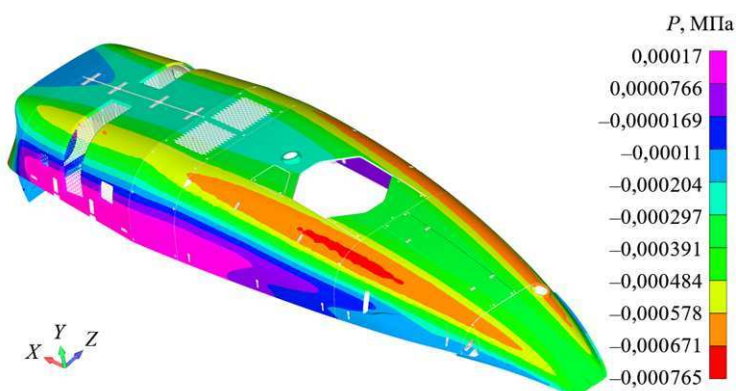
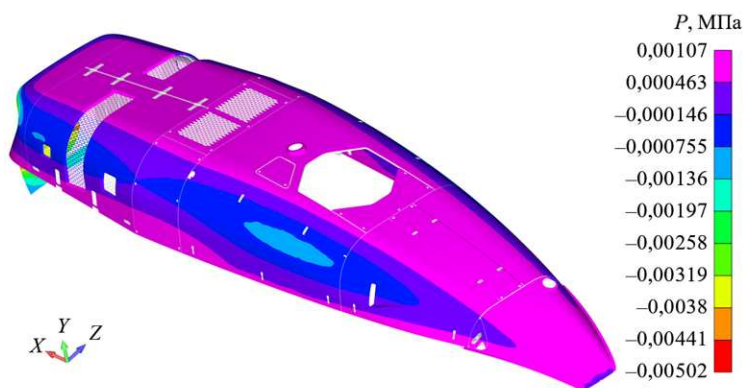


Рис. 7

Для задания свойств деталей из углепластика использовалась модель двумерного ортотропного материала (MAT8). При описании свойств оболочечных конечных элементов, моделирующих детали из углепластика, применялась карта PCOMPG, позволяющая использовать глобальную нумерацию слоев, что упрощает постпроцессинг результатов. При построении сетки конечных элементов на обшивке за базовую поверхность (поверхность, на которой находятся узлы сетки) принимался внешний аэродинамический контур (рис. 8). По этой причине в карте PCOMPG параметр  $Z_0$  устанавливался равным нулю.

Рис. 8 демонстрирует задание параметра  $Z_0$  карты PCOMPG на основании взаимного расположения базовой (0–0) и срединной (штрихпунктирная линия) поверхностей элемента оболочки.

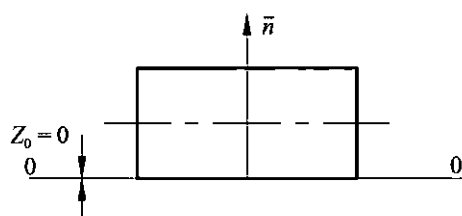


Рис. 8

Контактное взаимодействие гофрозаполнителя с наружным и внутренним слоями выполнялось с использованием контактного конечного элемента. Закрепление конструкции во всех случаях нагружения осуществлялось запрещением поступательных и вращательных перемещений точек крепления панелей к силовым элементам каркаса мотогондолы.

По результатам расчетов было определено, что минимальный коэффициент запаса прочности для композитной панели наблюдается в зоне установки замков и составляет 8,379 для случаев однократной предельной перегрузки и 2,467 – для случаев многократных эксплуатационных перегрузок.

На рис. 9 представлены изополя коэффициентов прочности для расчетного случая № 6 при температуре 25 °С.

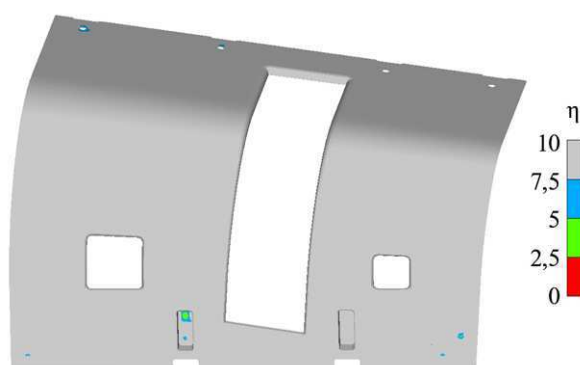


Рис. 9

Минимальное значение коэффициента запаса прочности зафиксировано в узле соединения панели с замком створки капота. Отклонение данной величины от допустимого значения, определенного с учетом дополнительных коэффициентов безопасности, составляет 0,7 %.

Конструкция капотов двигательного отсека должна удовлетворять требованиям огнестойкости [1]. Согласно ОСТ 1 02622-87 огнестойким признается материал (конструкция), способный выдерживать воздействие стандартного пламени при испытаниях на огнестойкость в течение 15 мин.

Стандартное пламя для испытания на огнестойкость – пламя газовой или керосиновой горелки с диаметром факела 120 мм и температурой  $1100 \pm 50$  °С. На основании изученных циркуляров [4, 5], стандарта [6] и научных работ [7–13] для оценки огнестойкости панели были проведены натурные испытания на образцах, соответствующих фрагментам элементов конструкции. Образцы представляли собой пластины размером 300×300 мм из бисмалеимидного препрега M250.

Испытаны четыре вида образцов: два слоя препрега M250 толщиной 0,4 мм; пять слоев препрега M250 толщиной 1 мм; восемь слоев препрега M250 толщиной 1,6 мм; девять слоев препрега M250 толщиной 1,8 мм.

Диаграмма температуры на передней и на тыльной сторонах образца из двух слоев препрега M250 приведена на рис. 10, пяти слоев – на рис. 11, восьми слоев – на рис. 12, девяти слоев – на рис. 13.

По результатам эксперимента, в образцах из двух и пяти слоев в течение испытаний прогорел один передний слой углепластика, а образцах из восьми и девяти слоев прогорело три слоя. Во всех образцах, кроме образца из двух слоев, температура тыльной стороны не превысила 250 °С. Интервал рабочей температуры для данного материала –60...250 °С. Исходя из полученных данных, можно сделать вывод

о том, что конструкция разработанной панели капотов двигательного отсека из композиционных материалов является огнестойкой.

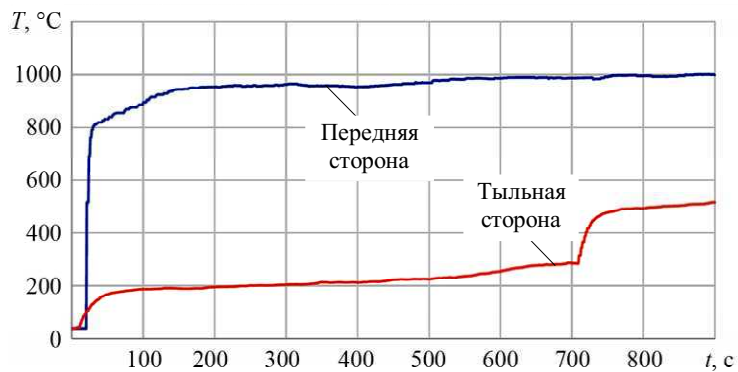


Рис. 10

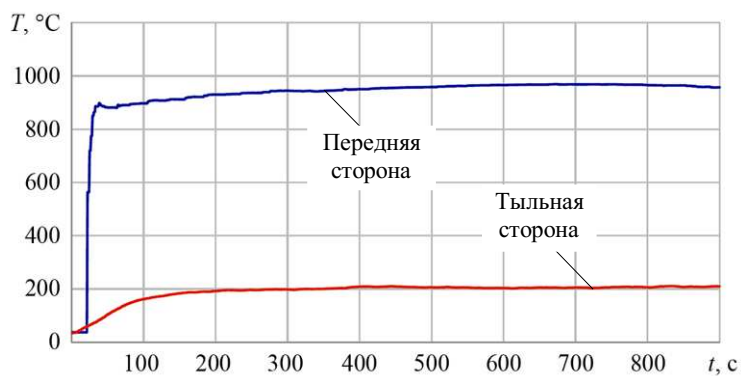


Рис. 11

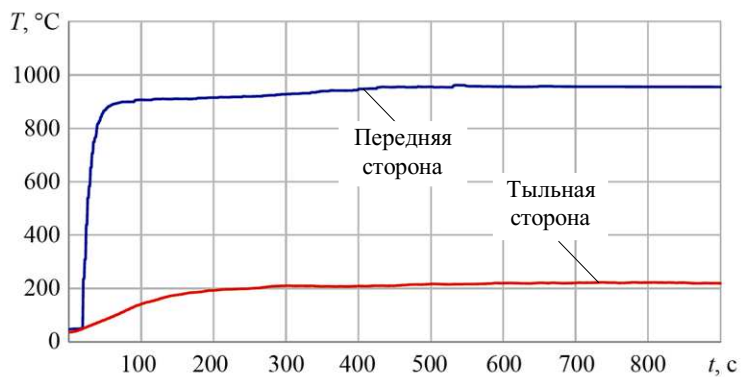


Рис. 12

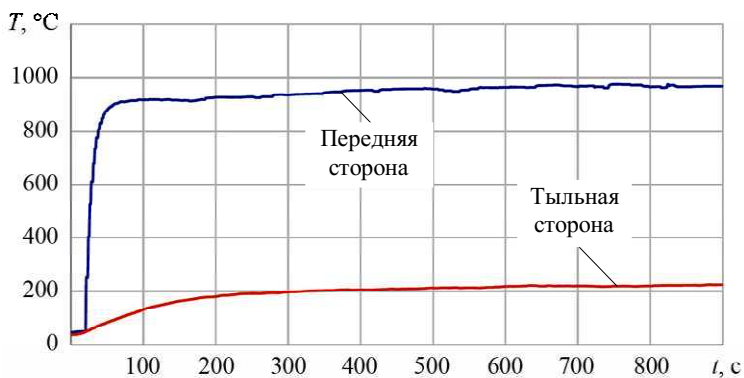


Рис. 13

Была проведена оценка несущей способности панели двигательного отсека после огневого воздействия стандартного пламени на всю створку. Для этого из расчета были исключены слои, прогоревшие в образцах, аналогичных элементам конструкции. Прочностные расчеты панели были проведены с учетом нагрева до 250 °С. Свойства препрега при температуре 250 °С: модуль упругости при растяжении/сжатии  $E = 61000$  МПа; модуль сдвига  $G = 3200$  МПа; разрушающее напряжение при растяжении  $\sigma^+ = 708$  МПа; разрушающее напряжение при сжатии  $\sigma^- = 708$  МПа; разрушающее напряжение при сдвиге  $\tau_{12} = 708$  МПа.

Согласно результатам расчета при вариантах нагружения № 6, 7 (см. табл. 2) коэффициент запаса прочности – 1,38, что меньше минимально допустимого значения для композитной панели.

На рис. 14 представлены изополя коэффициента запаса прочности.

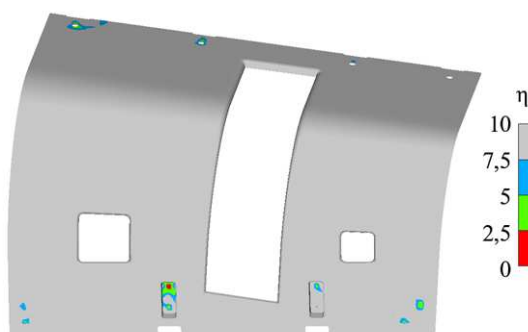


Рис. 14

Результаты выполненных исследований свидетельствуют о том, что разработанная конструкция панели капотов двигательного отсека вертолета среднего класса соответствует требованиям [1] по огне-непроницаемости и сохраняет несущую способность как при штатных условиях эксплуатации, так и в особых случаях, включая возникновение пожара в двигательном отсеке.

Работа выполнена в рамках государственного задания FZSU-2026-0008, регистрационный номер НИОКТР 126020516515-8.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Авиационные правила. Часть 29. Нормы летной годности винтокрылых аппаратов транспортной категории [Электронный ресурс]. URL: <https://legalacts.ru/doc/aviatsionnye-pravila-chast-29-normy-letnoi-godnosti-vintokrylykh-apparatov/?ysclid=mlv42zwbvr366515229> (дата обращения: 16.01.2026).
2. Hill R. A Theory of the Yielding and Plastic Flow of Anisotropic Metals // Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Vol. 193. № 1033. P. 281–297.
3. Матюшенко А.А. и др. Усовершенствование  $k-\omega$  SST модели турбулентности применительно к расчету обтекания прямых крыльев конечного размаха // Тепловые процессы в технике. 2019. № 7. С. 290–298.
4. AC 20-135. Power Plan Installation and Propulsion System Component Fire Protection Test Methods, Standards, and Criteria [Electronical Resource]. URL: [https://www.faa.gov/documentLibrary/media/Advisory\\_Circular/AC\\_20-135.pdf](https://www.faa.gov/documentLibrary/media/Advisory_Circular/AC_20-135.pdf) (дата обращения: 16.01.2026).
5. AC 33.17-1A. // Engine Fire Prevention [Electronical Resource]. URL: [https://www.faa.gov/documentLibrary/media/Advisory\\_Circular/AC\\_33\\_17-1A.pdf](https://www.faa.gov/documentLibrary/media/Advisory_Circular/AC_33_17-1A.pdf) (дата обращения: 16.01.2026).
6. ISO 2685: 1998. Aircraft – Environmental Test Procedure for Airborne Equipment – Resistance to Fire in Designated Fire Zones. 35 p.
7. Tambe S. et al. Development of NexGen Burner Operations Setting for Fire Testing of Power Plant Components: Final Report № DOT/FAA/TC-18/16 / Department of Transportation Federal Aviation Administration, USA, 2018. 73 p.
8. Кретов А.С., Шатаев П.А. Структурная оптимизация силовых конструкций с учетом нагрева // Изв. вузов. Авиационная техника. 2019. № 4. С. 27–35.
9. Неген Т.Д., Мингазов Б.Г. Определение характеристик горения в закрученном потоке // Изв. вузов. Авиационная техника. 2021. № 4. С. 136–140.
10. Холманова М.А., Шепель В.Т. Огнепроницаемость компонентов корпуса вентилятора при пожаре авиационного ГТД // Вестник Рыбинского государственного авиационного технического университета им. П.А. Соловьева. 2021. № 2 (57). С. 3–7.

11. Холманова М.А., Шепель В.Т. Исследование огнестойкости корпуса компрессора из алюминиевого сплава при использовании огнезащитного покрытия ЭС-300 // Вестник Рыбинского государственного авиационного технического университета им. П.А. Соловьева. 2020. № 3 (54). С. 57–62.
12. Холманова М.А., Шепель В.Т., Ремизов А.Е. Исследование огнепроницаемости элементов авиационного ГТД из полимерного композита // Вестник Рыбинского государственного авиационного технического университета им. П.А. Соловьева. 2021. № 3 (58). С. 19–24.
13. Холманова М.А., Шепель В.Т. Модель огнепроницаемости корпуса вентилятора авиационного ГТД // Сб. тез. междунар науч.-техн. конф. по авиационным двигателям. М.: АО «ОДК», 2020. С. 614–618.

Поступила в редакцию 16.02.26

После доработки 20.02.26

Принята к публикации 20.02.26

## Analysis of the Load-Bearing Capacity of the Composite Structure of Engine Compartment Cowlings of a Medium-Range Helicopter Engine Nacelle

R.R. MIRKHAZOV<sup>1</sup>, R.R. MIRKHAZOV<sup>1</sup>, S.A. LUKANKIN<sup>1,2</sup>, AND L.U. SULTANOV<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Tupolev Kazan National Research Technical University, Kazan

<sup>2</sup> Kazan Federal University, Kazan

*The paper proposes a new standard design of the engine compartment flap of a medium-range helicopter engine nacelle, using composites as structural materials. Based on experimental data, an assessment of the compliance of the proposed design with the requirements of fire resistance according to Joint Aviation Requirements-29 was carried out. The load-bearing capacity is analyzed under normal operating conditions and in emergency situations such as a fire in the engine compartment.*

**Engine compartment cowlings, load-bearing capacity, safety factor, safety margin coefficient**

## Эксплуатационные особенности самолетов-амфибий при пожаротушении

*Выполнен анализ систем пожаротушения современных самолетов-амфибий. Рассмотрены наиболее распространенные модели ведущих мировых производителей и проведено сравнение их эксплуатационных характеристик при выполнении задач по тушению пожаров. Описаны особенности режима глиссирования и методы его контроля пилотом. Представлены конструктивные решения систем забора воды, применяемых на известных типах самолетов-амфибий. Приведены отдельные технические устройства, а также рассмотрены математические модели процесса водосброса.*

**И.Б. АББАСОВ,**

*д-р техн. наук,*

**А.В. ПИСЬМЕНОВ,**

*канд. техн. наук,*

**О.Б. СПИРИДОНОВ,**

*канд. техн. наук*

*(ЮФУ, Таганрог)*

*iftikhar\_abbasov@mail.ru*

**Самолет-амфибия, летающая лодка, система пожаротушения, режим глиссирования, управление самолета в режиме глиссады, устройства водосбора и водосброса, математическая модель процесса водосбора и водосброса**

В настоящее время лесные пожары представляют собой значимую глобальную проблему, приводящую к постепенному сокращению лесных массивов. Задержка в локализации и ликвидации природных возгораний существенно повышает масштабы и тяжесть их последствий. Одновременно наблюдается рост числа пожаров в городской среде, включая возгорания в многоэтажных жилых и промышленных зданиях.

В условиях плотной городской застройки и высокой загруженности улично-дорожной сети возможности традиционных пожарных подразделений ограничены, особенно при удаленности источников водоснабжения. В подобных ситуациях самолеты-амфибии имеют ряд существенных преимуществ и становятся эффективным средством тушения лесных и промышленных пожаров.

В настоящей статье представлен обзор современных самолетов-амфибий различных мировых производителей, а также анализ их технических характеристик при выполнении задач по тушению пожаров. Представлена краткая информация об основных моделях самолетов-амфибий, приведена сравнительная таблица с параметрами для пожаротушения.

Цель работы – анализ современного состояния разработки и производства самолетов-амфибий российского и зарубежного производства, оценка, прогнозы перспективного развития данной отрасли авиации. Объект исследования – самолеты-амфибии, предмет – системы пожаротушения самолетов-амфибий. Сбор информации выполнен на основе анализа и обобщения данных, представленных в открытых источниках. С использованием метода сравнительного анализа определены параметры систем пожаротушения, а на основе метода синтеза сформулированы отдельные направления их перспективного развития. Обзорные публикации по данной тематике в настоящее время практически отсутствуют. Представленные материалы могут быть полезны специалистам и разработчикам в области авиастроения и гидроавиации.

Рассмотрим наиболее популярные современные самолеты-амфибии одного класса – самолеты-амфибии Бе-42, Бе-200 (ТАНТК им. Бериева, Россия), самолет-амфибия AG600 (AVIC, Китай), самолет-амфибия US-2 (ShinMaywa, Япония), самолет-амфибия Canadair CL-415 линейки производителя Bombardier 415 (Канада), самолет-амфибия Viking Air Fire Boss (США). Также рассматривалась современная разработка – легкий двухместный спортивный самолет-амфибия ICON A5 (ICON, США).

В таблице представлены технические характеристики самолетов-амфибий.

В настоящее время крупнейшим по массогабаритным и лётно-техническим характеристикам самолетом-амфибией остается разработанный в СССР реактивный А-40 «Альбатрос» (Бе-42). Данный летательный аппарат также отличается наибольшей массой доставляемой к очагу пожара воды, достигающей 25 т [1]. Вместе с тем самолет был изготовлен лишь в трех экземплярах, после чего его серийное производство было приостановлено.

Характеристики	Самолет-амфибия А-40 «Альбатрос» (Россия)	Самолет-амфибия AG600 (Китай)	Самолет-амфибия Бе-200 (Россия)	Самолет-амфибия ShinMaywa US-2 (Япония)	Самолет-амфибия Canadair CL-415 (Канада)	Самолет-амфибия Viking Air Fire Boss (США)	Спортивный самолет-амфибия ICON A5 (США)
Габаритные размеры	Длина – 45,70 м; размах крыла – 42,50 м; высота – 11,07 м	Длина – 36,9 м; размах крыла – 38,8 м; высота – 12,1 м	Длина – 32,05 м; размах крыла – 32,78 м; высота – 8,9 м	Длина – 33,3 м; размах крыла – 33,2 м; высота – 9,8 м	Длина – 19,82 м; размах крыла – 28,6 м; высота – 8,9 м	Длина – 10,95 м; размах крыла – 18,06 м; высота – 3,89 м	Длина – 7,01 м; размах крыла – 10,6 м; высота – 2,47 м
Максимальная взлетная масса	93 т	53,5 т	42 т	47,7 т	17,23 т	7,25 т	0,712 т
Набор воды	25 т за 40 с	12 т за 20 с	12 т за 15 с	15 т за 14 с	6,1 т за 12 с	3,1 т за 15 с	-
Максимальная скорость	800 км/ч	570 км/ч	700 км/ч	560 км/ч	539 км/ч	300 км/ч	177 км/ч
Максимальная дальность	11000 км	5500 км	3850 км	4700 км	2 440 км	1300 км	791 км
Максимальная высота полета	13000 м	10500 м	8100 м	7195 м	7900 м	4000 м	4572 м
Силовая установка	Два турбореактивных двигателя Д-30ТКПВ, два взлетных ТРД РД-60К	Четыре турбовинтовых двигателя WJ-6 (3805 кВт)	Два турбореактивных двухконтурных двигателя Д-436ТП (4102 кВт)	Четыре турбовинтовых двигателя Rolls-Royce AE2100J (3424 кВт)	Два турбовинтовых двигателя Pratt & Whitney Canada PW123AF (1775 кВт)	Один турбовинтовой двигатель Pratt & Whitney Canada PT6A-67AG (1193 кВт)	Один поршневой двигатель Rotax 912 iS Sport (75 кВт)
Экипаж	8 чел.	3 чел.	5 чел.	11 чел.	2 чел.	1 чел.	2 чел.
Допустимая высота волны	2,2 м	2 м	1,2 м	3 м	2 м	1,5 м	0,3 м
Первый полет	Декабрь 1986 г.	Декабрь 2017 г.	Сентябрь 1998 г.	Декабрь 2003 г.	Декабрь 1993 г.	Октябрь 1990 г.	Июль 2008 г.

Среди эксплуатируемых в настоящее время образцов наибольшими габаритными размерами характеризуется четырехдвигательный самолет-амфибия AG600, однако по массе перевозимой воды он не является лидером [2]. Объем водозабора данной модели составляет 12 т, что сопоставимо с показателем самолета-амфибии Бе-200. При этом максимальная взлетная масса AG600 достигает 53,5 т, тогда как у Бе-200 – 42 т, что обусловлено, в частности, необходимостью размещения дополнительного запаса топлива для четырех двигателей [1].

Наибольшую массу воды – до 15 т – способен принимать на борт самолет-амфибия ShinMaywa US-2. Конструктивные особенности данной модели обеспечивают ее высокую адаптацию к эксплуатации в морских условиях: допускается посадка на волну высотой до 3 м, что соответствует специфике островной географии страны [3].

Самолет-амфибия Canadair CL-415 по массогабаритным размерам почти в два раза меньше китайского и российского аналогов и способен набирать 6,1 т воды при взлетной массе 17,23 т, высота самолета 8,9 м позволяет сесть на воду при высоте волны до 2 м [4]. Самолет-амфибия Viking Air Fire Boss позволяет набрать на борт 3,1 т воды при взлетной массе 7,25 т с волнением до 1,5 м [5]. Самым миниатюрным является двухместный спортивный самолет-амфибия ICON A5, при производстве которого в основном используются современные композитные материалы [6]. Основное назначение данной модели – туризм, спорт.

Далее будет представлен обзор эксплуатационных характеристик самолетов-амфибий при выполнении задач по пожаротушению, включая особенности перехода в режим глиссирования, а также рассмотрены процессы забора и сброса воды.

При ликвидации чрезвычайных ситуаций, связанных с тушением лесных пожаров, широко применяются самолеты-амфибии. При этом существенное значение имеет удаленность водоема от очага возгорания, поскольку она определяет оперативность водозабора и, как следствие, общую эффективность выполнения противопожарных задач.

Анализ научных публикаций, в которых рассмотрены особенности режима глиссирования и управления самолетом на данном этапе, показывает наличие отдельных работ российских исследователей, од-

нако основная часть исследований в данной области представлена зарубежными авторами. В работах описываются особенности процесса приводнения, возникающие при этом гидродинамические нагрузки, устойчивость, балансировка корпуса самолета, набор воды в баки, контроль, индикация состояния наполненности баков с последующим взлетом с поверхности водоема.

В работе [7] с помощью FlowVision были достигнуты положительные результаты в постановке и решении задачи о глиссировании корпуса лодки гидросамолета Бе-200. Были построены расчетные модели, позволившие провести исследование физических процессов при глиссировании корпуса лодки гидросамолета. Проведены систематические расчеты по определению траекторных параметров движения (всплытие, угол тангажа), силы сопротивления, а также представлены картины обтекания модели, определены зависимости физических величин от скорости глиссирования. Проведено сопоставление результатов численного моделирования с данными экспериментальных исследований физической модели, выполненных в гидроканале филиала ЦАГИ (Жуковский). Установлено удовлетворительное согласование расчетных и экспериментальных данных как по характеру обтекания, так и по зависимостям исследуемых физических параметров от скорости глиссирования. Достигнутые положительные результаты показывают возможность использования разработанного метода численного моделирования для решения широкого класса задач, связанных с глиссированием сложных гидродинамических обводов корпусов лодок.

Разработана математическая модель продольного движения при глиссировании самолета-амфибии Бе-200 во время набора воды на спокойной воде и при волнении [8]. Форма шпангоутов аппроксимирована плоскокилеватыми пластинами, гидродинамические силы определяются с учетом следа за первым реданом, аэродинамические силы – по гипотезе стационарности. Учтена система улучшения устойчивости продольного движения автоматическим управлением рулем высоты. Предполагается, что забор воды происходит после касания в момент посадки, при этом водозаборники могут быть заранее выпущены или же выпускаться после касания. Предлагается переводить двигатели из посадочного режима во взлетный режим сразу после касания или через короткое время. После набора необходимого количества воды водозаборники убираются. Следовательно, в результате снижения сопротивления, создаваемого системой водозабора, продольное ускорение самолета увеличивается. По достижении взлетной скорости осуществляется отрыв самолета от водной поверхности.

Одной из ключевых проблем при посадке на водную поверхность является отсутствие визуальных ориентиров, обеспечивающих пилоту надежную оценку параметров глиссады. Из-за этого часто возникают ситуации, когда вертикальная скорость снижения к моменту касания поверхности воды относительно высока. В отличие от традиционных самолетов, самолет-амфибия не оснащен гидравлическими системами поглощения энергии удара, поэтому конструкция корпуса должна быть спроектирована так, чтобы выдерживать ударную нагрузку без каких-либо повреждений. Это особенно актуально в связи с тем, что самолеты-амфибии все чаще изготавливаются из композитных материалов, и стоимость ремонта может быть высокой.

Исследование [9] направлено на разработку новой конструкции корпуса с повышенной ударопрочностью. Для исследования структурного взаимодействия корпуса с водой применяется математическая модель. Результаты могут быть использованы в качестве руководства для оптимизации конструкции, протестированы с помощью имитационного моделирования. Проект включает физические испытания промышленных композитных материалов, используемых в авиационной промышленности, и моделирование удара во время посадки для определения разрушения и проверки структурной целостности самолета-амфибии. Это позволит получить критически важную информацию об оптимальных условиях эксплуатации при посадке легкого амфибийного самолета. Для повышения ударопрочности на самолете-амфибии установлен спонсон [9] (рис. 1).

Из-за сильной взаимосвязи гидродинамических и аэродинамических сил движение самолета-амфибии при взлете с водной поверхности трудно рассчитать точно. В работе [10] на основе анализа динамики и кинематических характеристик самолетов-амфибий и гидродинамической теории высокоскоростных глиссирующих корпусов создана подходящая математическая модель для расчета гидро-

динамики самолета при взлете с водной поверхности. Разработана эскизная модель (рис. 2), иллюстрирующая, как отсутствие визуального ориентира приводит к необходимости одновременного управления углом тангажа, скоростью полета и другими параметрами при взлете с водной поверхности. В сочетании с аэродинамической моделью, тягой двигателей и движением самолета разработана цифровая модель виртуального полета для самолета-амфибии при взлете с водной поверхности. Предложен метод расчета характеристик взлета с водной поверхности самолета-амфибии на основе цифрового виртуального полета. Носовая часть амфибийного летательного аппарата изгибается вверх, и несущая поверхность соответствует криволинейной глассирующей поверхности [10].

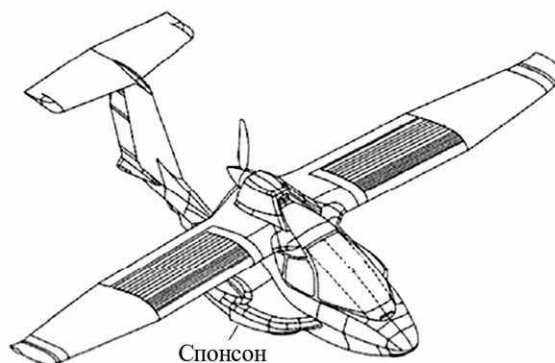


Рис. 1

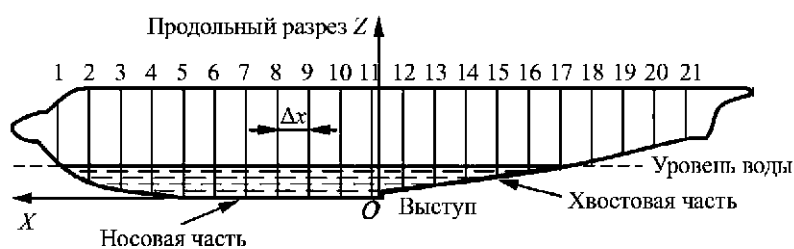


Рис. 2

Типичные показатели эффективности – время и дальность взлета – могут быть определены с помощью цифрового моделирования виртуального полета. Сравнение расчетных данных с результатами летных испытаний показало, что погрешность расчетов не превышает 10 %, что подтверждает корректность и точность применяемого метода. Предложенный подход может использоваться для предварительной оценки соответствия схем самолетов-амфибий требованиям летной годности, а полученные расчетные данные могут быть теоретической основой при разработке программ летных испытаний для сертификации.

В статье [11] рассматривается вопрос управления самолетом-амфибией Бе-200 при заборе воды в режиме глассирования. Управление самолетом в режиме глассирования требует высокой концентрации внимания со стороны пилота, поскольку при этом снижается влияние гидродинамических сил и одновременно усиливаются аэродинамические воздействия, что может приводить к возникновению ситуаций, характеризующихся потерей управляемости самолета-амфибии. При глассировании необходимо постоянно выдерживать определенное значение скорости, угла дифферента, а также тяги двигателей. В связи с этим предлагается использование автопилота с контролем скорости, тяги двигателя и угла дифферента для обеспечения устойчивости самолета время забора воды. В работе предлагается синтез автопилота для управления продольным движением самолета, посадкой на воду с последующим забором воды и взлетом с воды. Представлена математическая модель на основе синергетического синтеза регулятора автопилота самолета-амфибии в режиме забора воды при глассировании самолета. Моделируется устойчивое дви-

жение судна при снижении по глиссаде, посадке на воду, заборе воды и последующем взлете с гашением продольных колебаний по углу дифферента за весь цикл водозабора самолета. Таким образом, предложенные решения и математическая модель могут значительно повысить эффективность управления самолетом-амфибией в условиях глиссирования, что, в свою очередь, обеспечит более безопасные и предсказуемые операции по забору воды и взлету с водной поверхности [12].

В работе [13] описывается двухканальный автопилот для управления боковым движением летательного аппарата за счет автомата элеронов, разворот по курсу происходит под действием момента статической устойчивости пути. Однако двухканальный автопилот не может обеспечить правильный выраз летательного аппарата. Для этих целей необходим третий канал управления автопилота – канал руля направления. Далее в работе рассматривается управление боковым движением летательного аппарата с помощью автопилота, имеющего каналы руля направления и элеронов.

В работе [14] решается задача управления боковым движением летательного аппарата самолетного типа. Для управления летательными аппаратами используется подход разделения пространственного движения аппарата на изолированные продольное и поперечное движения. Для повышения точности рассматриваемых моделей предлагается применение коротких интервалов линеаризации. Данный подход требует решения задачи синтеза в реальном масштабе времени, поэтому наиболее простым решением является использование аналитических выражений законов управления.

Волноустойчивость амфибийных летательных аппаратов, глиссирующих в волновом режиме, является важным фактором при проектировании гидросамолетов. В работе [15] с использованием метода конечных разностей на декартовой сетке исследуется влияние различных волновых элементов и скоростей глиссирования на динамику движения и вертикальную перегрузку амфибийных летательных аппаратов. Также анализируются условия возникновения скачкообразного движения и устойчивости летательного аппарата. Для решения задачи используется метод конечных разностей на основе фиксированной регулярной декартовой сетки, в то время как метод погруженных границ используется для эффективного решения задачи о больших перемещениях объекта.

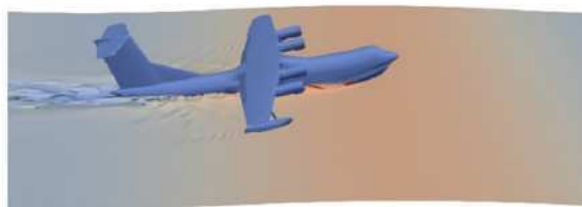
Объектом исследования в работе [15] является самолет-амфибия (прототип самолета-амфибии AG600). Для численного расчета использовалась уменьшенная модель (в масштабе 1:8,5) с глубокой V-образной конструкцией днища. В средней части корпуса имеется ступенчатая конструкция, сглаживающая неровности. Конструкция носовой части корпуса с волнопоглощающими канавками повышает волноустойчивость самолета и защищает двигатель от брызг жидкости. Кроме того, модель выполнена по схеме однокрылового самолета с большим удлинением крыла, T-образным хвостовым оперением, двусторонней конструкцией плавающего фюзеляжа и оснащена четырьмя турбовинтовыми двигателями. Для уменьшения количества ячеек сетки и повышения вычислительной эффективности влияние конструкции двигателя и винта не было учтено.

Численная модель амфибийного самолета показана на рис. 3.

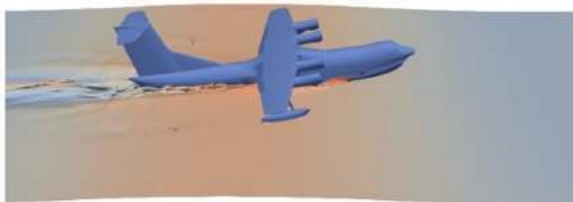


Рис. 3

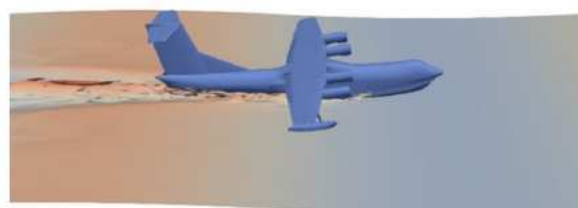
Движение амфибийных летательных аппаратов против направления морских волн [15] демонстрирует рис. 4. Самолет, находящийся на переднем склоне волны, изображен на рис. 4, а, на гребне волны – на рис. 4, б, на заднем склоне волны – на рис. 4, в, во впадине волны – на рис. 4, г.



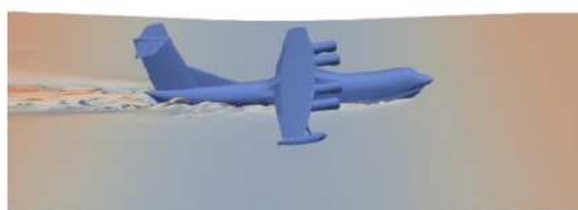
*a*



*б*



*в*



*г*

Рис. 4

При сравнении данных численного моделирования с экспериментальными значениями выявлено хорошее соответствие. Результаты расчетов демонстрируют, что колебания амфибийных летательных аппаратов по вертикали и горизонтали имеют определенную закономерность при изменении волновых условий. С увеличением скорости вертикальная перегрузка резко возрастает, когда самолет выходит на глиссирование, и наиболее значительным становится ударное воздействие на переднюю часть фюзеляжа. Когда длина волны достигает 1,38–2,76 длины фюзеляжа, высокие скорости и большая крутизна волн с большей вероятностью вызывают эффект «подпрыгивания» и снижают устойчивость движения самолета (см. рис. 4). Результаты настоящего исследования могут быть методологической основой для разработки эффективных маршрутов обхода опасных районов морской акватории самолетами-амфибиями.

В работе [16] проводится анализ эволюции исследований в области гидросамолетов с целью более полного учета и удовлетворения требований современных авиаконструкторов. В работе представлен новый подход к процессу проектирования гидросамолетов, основанный на интеграции исторических данных о гидросамолетах с современными методиками проектирования воздушных и морских судов. Данный подход позволил сформировать новую предварительную концепцию гидросамолета. Дополнительным преимуществом предложенной методики является возможность преобразования существующего сухопутного самолета в гидросамолет посредством установки плавучего устройства, соответствующего установленным стандартам переоборудования. Улучшение гидродинамических характеристик обеспечено использованием тримаранной конструкции.

Для снижения сопротивления во время полета использовалось убирающееся поплавковое устройство. Применение тримарана обеспечило превосходную гидростатическую устойчивость и увеличило скорость на воде, а убирающаяся конструкция поплавков снизила аэродинамическое сопротивление, улучшив летные характеристики. Также разработана вычислительная модель, предназначенная для оценки эффективности и характеристик гидрокрыльев амфибийных летательных аппаратов с акцентом на взлет с водной поверхности. Для верификации результатов выполнено сопоставление данных численного моделирования с экспериментальными измерениями. Исследования в области гидросамолетов за последнее десятилетие привели к ряду инновационных решений как общего, так и детализированного характера. Кроме того, гидросамолеты сохраняют значительный потенциал для дальнейшего развития в ближайшей перспективе.

Модель балки устойчивости тримарана приведена на рис. 5, а, гидродинамические силы, действующие на гидросамолет [16], иллюстрирует рис. 5, б.

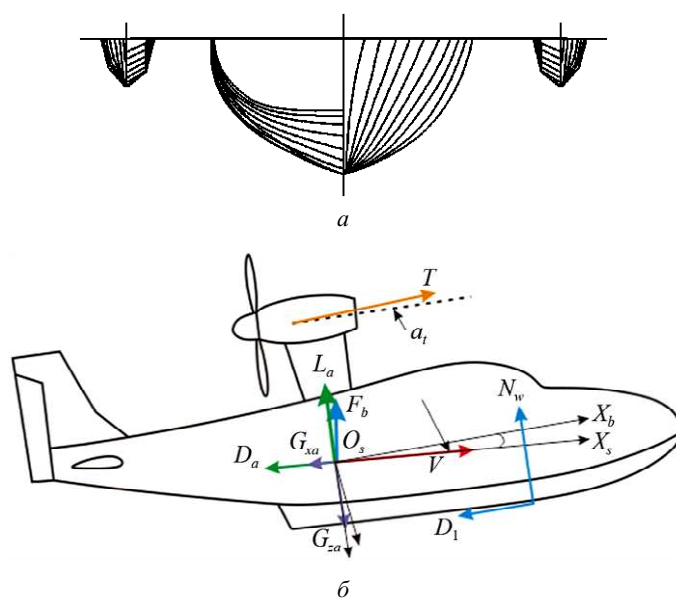


Рис. 5

Масштабные модели играют решающую роль в испытаниях по оценке характеристик самолетов-амфибий. В процессе посадки на водную поверхность необходимо учитывать число Фруда для удовлетворения гидродинамического подобия, а также влияние числа Рейнольдса на аэродинамику. В связи с этим оценка влияния эффекта масштаба на характеристики посадки самолета является ключевым вопросом при испытании самолета-амфибии при посадке на водную поверхность. В статье [17] проводится CFD-моделирование самолетов разных масштабов на основе структуры уравнений Навье – Стокса, усредненных по Рейнольдсу, для исследования и обсуждения масштабных эффектов аэродинамики и гидродинамики. Установлена хорошая согласованность при сравнении данных моделирования с данными испытаний.

Было обнаружено, что хвостовая часть фюзеляжа самолета первой касается воды в момент времени  $T = 0,02$  с, что приводит к возникновению момента тангажа вперед. При посадке амфибийного самолета на водную поверхность вертикальная перегрузка фюзеляжа увеличивается одновременно с увеличением площади соприкосновения с водой и достигает максимальной перегрузки, когда площадь соприкосновения с водной поверхностью становится наибольшей. Перед достижением перегрузки на скользящей поверхности передней части фюзеляжа появляется зона высокого давления, которая постепенно перемещается к носовой части. При достижении вторичного пика задняя часть фюзеляжа контактирует с водной поверхностью, однако его величина оказывается меньшей в связи с уменьшением скорости глиссирования.

Сеточная модель самолета-амфибии показана на рис. 6.

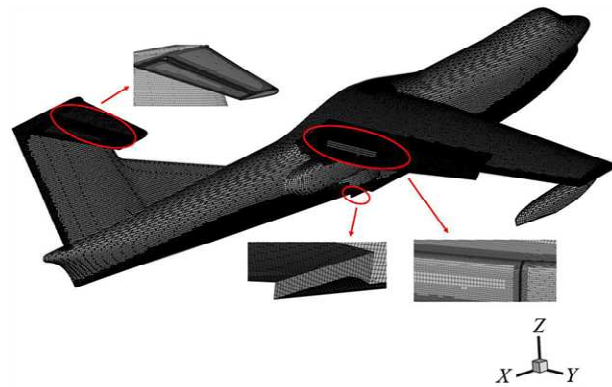


Рис. 6

Приведем последовательные положения на поверхности воды самолета в моменты времени  $T = 0,002$  с (рис. 7, а),  $0,024$  с (рис. 7, б),  $T = 0,044$  с (рис. 7, в),  $T = 0,3$  с (рис. 7, г) [17].

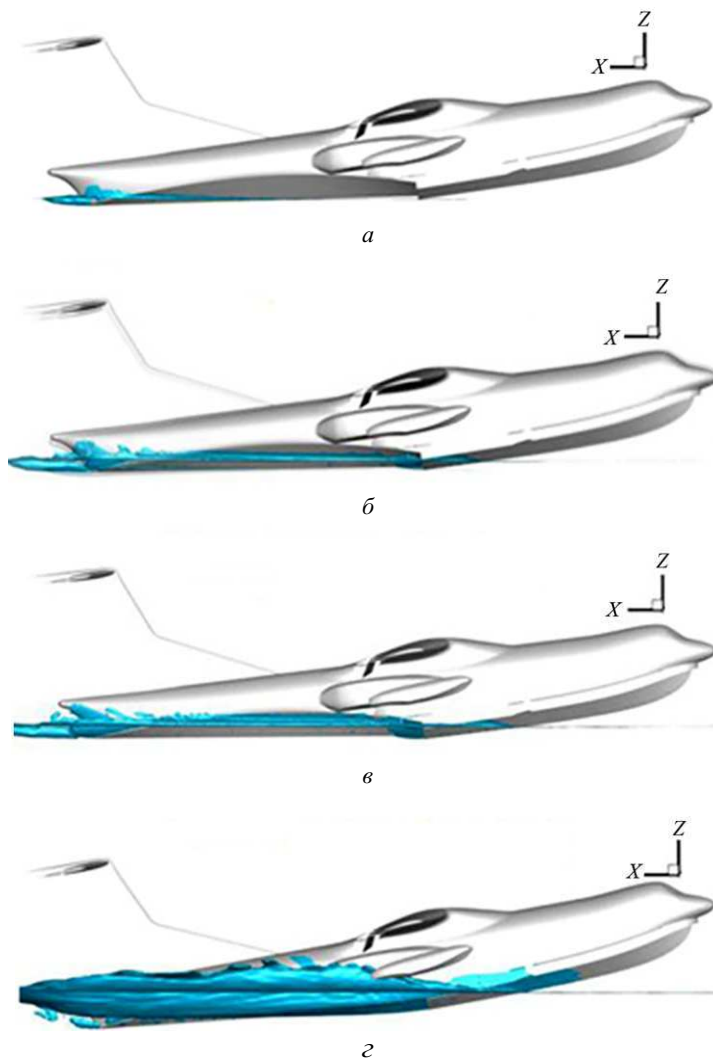


Рис. 7

Результаты численных расчетов демонстрируют, что величины вертикального ускорения и угла тангажа уменьшаются с сокращением масштаба модели, проявляя при этом линейную зависимость. Проведенное исследование способствует более глубокому пониманию расхождений между эксперименталь-

ными испытаниями посадки на водную поверхность и реальными эксплуатационными условиями, а также формирует справочную базу данных для эксплуатации и проектирования самолетов-амфибий.

Значительный динамический отклик при комбинированном воздействии аэродинамических и гидродинамических сил, вероятно, может возникнуть из-за структурной гибкости при рулении по водной поверхности для самолета-амфибии. Между тем модальные характеристики конструкции также подвержены влиянию дополнительного движения воды. В связи с этим требуется, чтобы влияние структурной упругости и эффект связи между водой и конструкцией учитывались при анализе динамического отклика при рулении по водной поверхности. В соответствии с особенностями самолета-амфибии модель динамики конструкции основана на распределении жесткости и массы.

В работе [18] выполнен анализ динамических характеристик при рулении самолета-амфибии по водной поверхности. Результаты показывают, что собственные частоты самолета во «влажном» состоянии демонстрируют различную степень снижения по сравнению с «сухими» частотами, что обусловлено эффектом прилипания воды к корпусу. При этом амплитуда отклика на динамические нагрузки снижается относительно «сухих» мод колебаний.

Динамическая амплитуда различных мест изменяется в разной степени относительно положения центра тяжести, что отражает влияние упругости конструкции. Воздействие одиночных и повторяющихся волн приводит к быстрому увеличению амплитуды колебаний конструкции. При этом наблюдается закономерная тенденция к расхождению амплитуд под действием повторяющихся волн с заданной частотой, что является особенно значимым фактором при расчете прочностных характеристик конструкции.

Цифровая модель большого амфибийного самолета приведена на рис. 8.

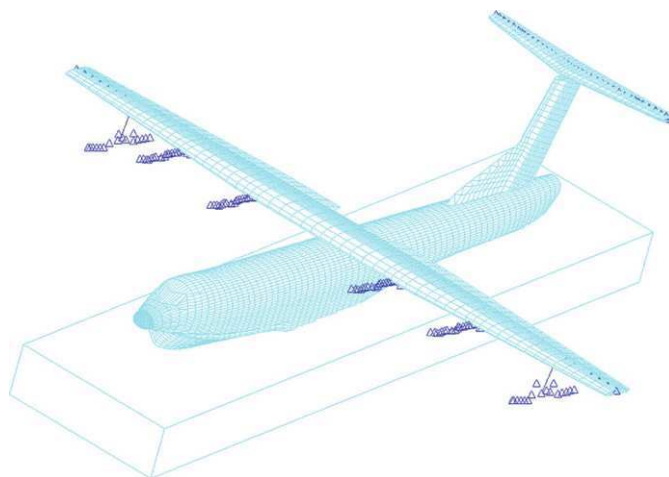


Рис. 8

Форма колебаний крыла [18] при симметричном изгибе показана рис. 9, а, при асимметричном – на рис. 9, б.

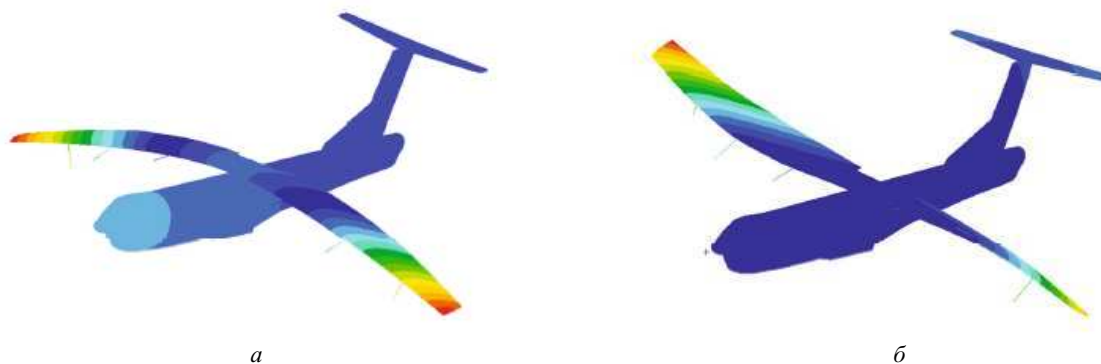


Рис. 9

При ликвидации чрезвычайных ситуаций, связанных с лесными пожарами, широко применяются самолеты-амфибии. Ключевым фактором оперативности водозабора и, соответственно, эффективности тушения является удаленность водоема от очага возгорания. Важнейшими эксплуатационными характеристиками таких самолетов являются масса набираемой воды и возможность ее сброса непосредственно на месте пожара. Для анализа данного процесса рассмотрим известные механизмы набора и сброса воды. Основная литература по данной тематике представлена результатами интеллектуальной собственности, включая патенты с соответствующей охранной документацией авторства.

Изобретение [19] относится к устройствам для заправки баков на противопожарных гидросамолетах (рис. 10, а). Устройство включает водозаборник (рис. 10, б), размещенный за реданом, в виде ковша на основе цилиндрической поверхности с двумя секторными боковинами. Передняя кромка боковин и цилиндрическая поверхность ковша выполнены с заострениями, а водовод связан с приемным и выходным патрубками. Предусмотрен механизм перемещения водозаборника в гермоотсеке в приемном патрубке водовода. Второй рычаг жестко закреплен на оси, шарнирно связанной с тягой и боковиной ковша. Механизм снабжен пружинами растяжения и накладной втулкой, в которую заключен срезной элемент. С помощью изобретения возможно увеличить интенсивность забора воды за счет снижения потерь на формирование водозаборной струи.

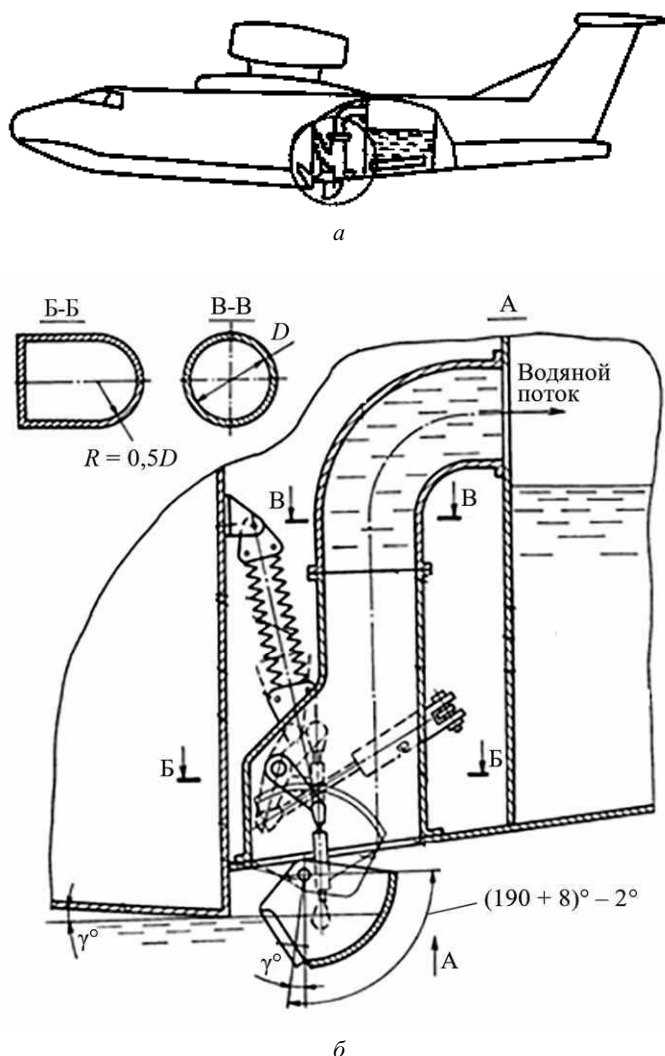
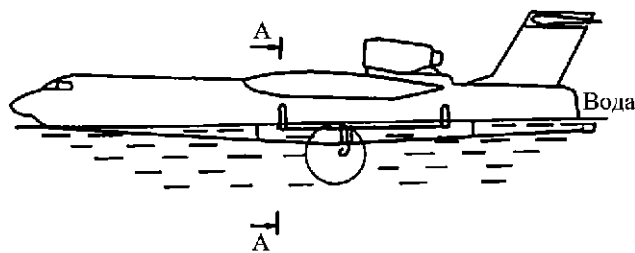


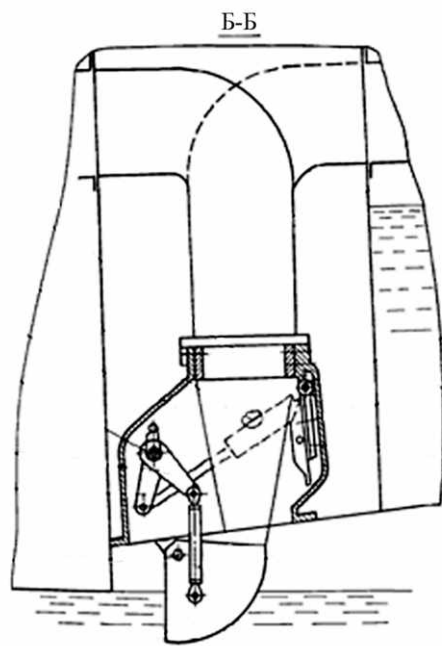
Рис. 10

В патенте [20] представлено техническое решение, относящееся к системе заполнения водой баков-отсеков самолета-амфибии (рис. 11, а). Самолет применяет водозаборное устройство, которое в режиме глиссирования использует водовод со входным патрубком и трубопроводы для забора воды (рис. 11, б).

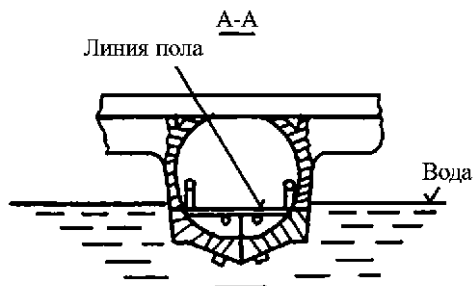
Водозаборник, установленный за реданом, выполнен в форме ковша, снабженного осью вращения и механизмом перемещения, обеспечивающим фиксацию указанного ковша в двух предельных положениях (рис. 11, а). Ковшом управляют с помощью рычага качалки промежуточной оси. Второй рычаг жестко закреплен на указанной оси и шарнирно связан тягой с боковиной ковша. Водозаборное устройство снабжено заслонкой, размещенной в его корпусе и перекрывающей входной патрубком водовода при убранном ковше водозаборника. Механизм, обеспечивающий преобразование непрерывного движения в движение с периодическими остановками, реализован с использованием цилиндрической поверхности и выступающего пальца, соединенного с рычагом оси поворота заслонки посредством тяги. Техническим результатом данного изобретения является повышение эксплуатационной надежности системы заполнения баков-отсеков водой при одновременном снижении ее массогабаритных показателей.



а



б



в

Рис. 11

Объектом изобретения [21] является конструкция устройств специализированного противопожарного оснащения самолетов-амфибий, применяемого для ликвидации лесных пожаров. В системе набора воды по всему водопроводу давление соответствует атмосферному давлению. Баки для воды расположены под полом грузовой части кабины самолета. Гашение кинетической энергии воды производится тремя сетками или решетками. Соотношение размеров ячеек между первой и второй сетками – 1:4,5, между второй и третьей сетками – 1:1,7. Водозаборники выпускаются в поток воды за реданом лодки, обеспечивая соотношение площадей поперечных сечений трубопроводов и воды в соотношении 1:2,5. Тем самым обеспечивается быстрый набор воды и уменьшение массы конструкции, а также экономия ресурса системы набора воды.

В патенте [22] представлено техническое решение, касающееся проекта водозаборного устройства самолета-амфибии. Самолет содержит емкости для воды, водопроводные каналы, водозаборное устройство, емкости химической жидкости и емкости для топлива. Установлена система автоматического регулирования набора воды в емкости и подачи в них дозированной химической жидкости. В систему входят датчики-топливомеры (рис. 12), сигнализаторы уровня воды в емкостях для воды, механизм дозирования и подачи химической жидкости, а также вычислительное устройство, выдающее команды исполнительным механизмам системы.

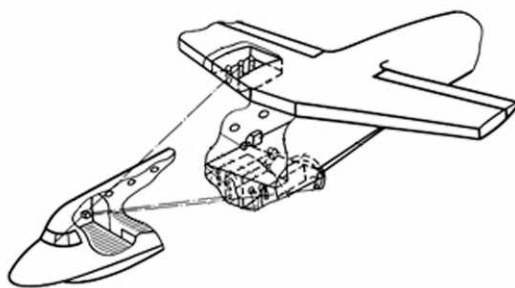


Рис. 12

В изобретении [23] описывается процесс визуальной индикации в зависимости от скорости противопожарного самолета-амфибии при заборе воды в режиме глиссирования. Пилот информируется о соотношении текущей скорости полета с ее граничными значениями на основе условных цветов на блоке световых секций-табло. Цвет центральной секции соответствует текущей скорости самолета, а цвета верхней и нижней секций показывают возможный скоростной режим в зависимости от веса и ускорения самолета. Данное устройство содержит датчики параметров движения самолета, вычислитель, базу данных по состоянию атмосферы и зависимости скорости отрыва от веса самолета. Индикатор реализован в виде световых секций ромбовидной формы, что позволяет обеспечить более точный контроль наполнения баков водой за счет предоставления информации о скорости самолета.

Существуют различные типы самолетов для тушения пожаров, некоторые из них способны работать на земле и/или на воде. В работе [24] описывается проект самолета-амфибии IFF Scooper (Индия). Данный самолет способен передвигаться по суше и/или воде и может перевозить 5000 кг воды или 4500 кг синтетических составов для пожаротушения. Рассматривается конструкция водозаборного устройства для пожаротушения.

На рис. 13 представлен схематический изометрический вид проекта самолета-амфибии IFF Scooper. Силовая установка состоит из двух турбовинтовых двигателей, размещенных под крылом. Забор воды предполагается осуществлять посредством двух поплавков, на которых базируется корпус самолета. Для обеспечения эксплуатации на суше каждый поплавок оснащен двумя выдвижными стойками шасси с соответствующими люками для их уборки и выпуска.

На рис. 14, а представлены разгрузочные двери, расположенные с правой и левой сторон. Двери установлены на противоположных сторонах каждого поплавка с помощью шарниров, что обеспечивает их открывание вниз и наружу. Для обеспечения быстрого и равномерного открытия каждая дверь оснащена тягами, соединенными с рычагами системы управления.

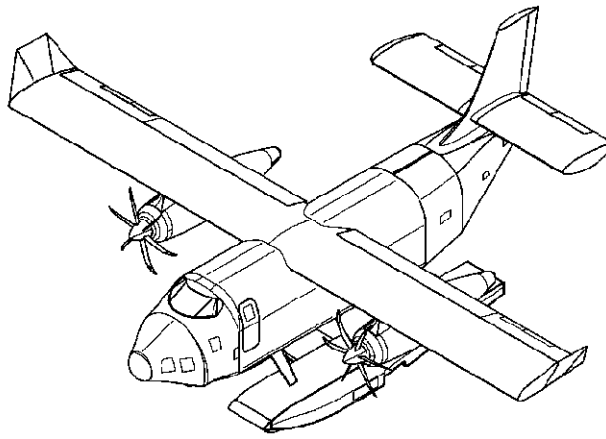


Рис. 13

Огнезащитное средство находится в контейнере с огнезащитной добавкой, установленном в задней части фюзеляжа (рис. 14, б). Предусмотрено отверстие, через которое необходимое количество огнезащитного средства закачивается в поплавки. Для повышения эффективности тушения пожара в резервуары с водой добавляют огнезащитные химикаты или пенообразователи. На практике резервуары быстро заполняются водой. Для обеспечения визуальной индикации уровня заполнения баков поплавки оснащены выступающим прямоугольным элементом, ориентированным вверх, что позволяет пилоту оценивать степень заполнения баков.

Для забора воды из озера на каждом поплавке установлен ковшовый узел, который включает ковшовый элемент, установленный на поворотном кронштейне поплавка (см. рис. 14, б). Ковшовый механизм обычно находится в верхнем положении и может опускаться вниз на поверхность озера с помощью поршневого штока, благодаря чему вода накапливается в поплавках.

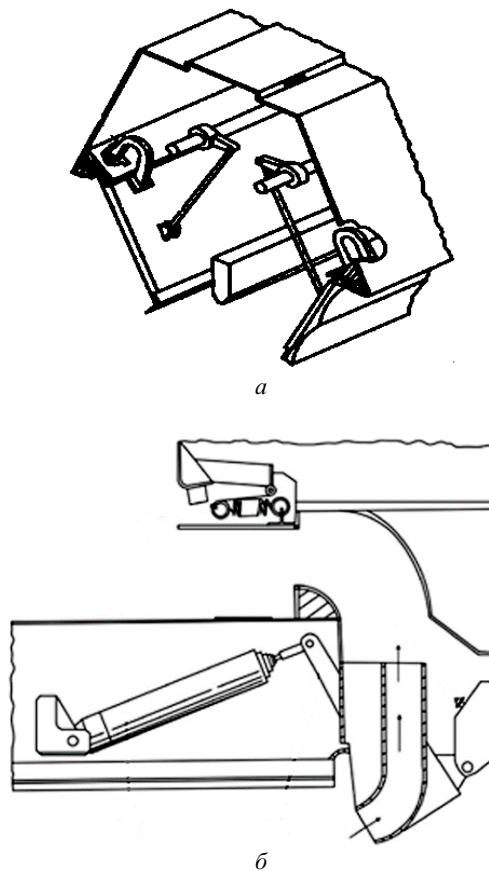


Рис. 14

По сравнению с пожарами в населенных пунктах, лесные пожары зачастую находятся в труднодоступных районах. В таких условиях тушение возгораний в глубине леса обычно осуществляется на значительном удалении от водных источников, что создает серьезную угрозу для жизни людей, безопасности имущества и экологической среды. Многие известные туристические острова мира имеют вулканическое происхождение или покрыты обширными лесными массивами, что делает их особенно уязвимыми к возникновению пожаров.

Крупногабаритный амфибийный летательный аппарат AG 600 специально предназначен для тушения лесных пожаров и может перевозить 12 т воды за один раз, покрывая площадь в 4000 м<sup>2</sup>. Амфибийные летательные аппараты также могут эффективно эксплуатироваться в прибрежных районах, при этом критически важным элементом для обеспечения наполнения баков водой является система водозабора [25].

При движении летательного аппарата по сложной морской поверхности в процессе водозабора гидродинамические условия характеризуются высокой нестационарностью, что может приводить к неравномерному распределению воды между четырьмя резервуарами. В результате повышается нагрузка на конструктивные элементы системы водозабора, включая водозаборный ковш и соединительные трубопроводы.

В настоящем исследовании гидродинамические характеристики анализируются с использованием нестационарного одностороннего CFD-моделирования. Полученные результаты показывают, что применение оптимизированной асимметричной конструкции позволяет уменьшить различие в массовом расходе. Дополнительно топологическая оптимизация упрощенной модели трубопровода продемонстрировала, что использование спиральной лопасти внутри трубы способствует дальнейшему улучшению летно-технических характеристик амфибийного летательного аппарата.

Представленные результаты имеют практическую значимость для проектирования амфибийных летательных аппаратов, предназначенных для эксплуатации в морских условиях, и могут использоваться как основа для дальнейших исследований в данной области.

Как правило, в нижней части фюзеляжа амфибийного самолета расположены два водозаборных ковша, соединяющих четыре резервуара с помощью двух трубок. Амфибийный самолет опускает водозаборный ковш и быстро скользит по поверхности воды, чтобы набрать воду и долететь до места возникновения лесного пожара, при этом вода поступает в резервуар за счет силы инерции.

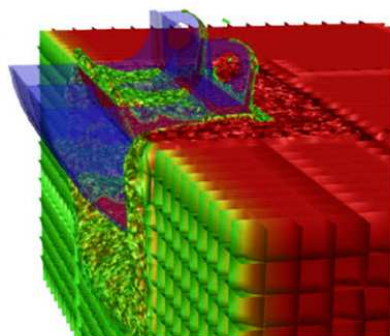
Метод генерации расчетной сетки является одним из ключевых факторов, определяющих точность результатов численного моделирования в задачах вычислительной гидродинамики и анализа взаимодействия жидкости с конструкцией.

На рис. 15, *а* показаны результаты взаимодействия жидкости и конструкции в виде трехмерной модели расчетной области. По мере того как вода поступает в трубу, поверхностное давление на ковшовый захват быстро возрастает. Вначале большой объем воды вытекает из верхней части ковша, где происходит максимальная деформация, через некоторое время нагружается нижняя часть ковша.

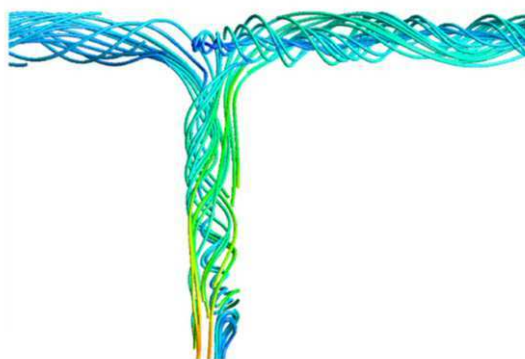
На рис. 15, *б* показаны вектор скорости и линии тока в центральном поперечном сечении трубки для исходной конструкции. Анализ графика вектора скорости в сечении показывает, что по мере подъема воды скорость вблизи левой границы трубки постепенно уменьшается, в то время как скорость вблизи правой границы увеличивается. Это явление обусловлено вращательным потоком воды внутри вертикальной трубки, в результате чего высокоскоростная вода, первоначально находившаяся вблизи левой границы, постепенно поворачивается в область правой границы, что в дальнейшем приводит к образованию вихрей. Разница между исходной и оптимальной конструкциями заключается в том, что в оптимальной конструкции линии тока проходят непосредственно вдоль стенки трубы с меньшим количеством столкновений.

В работе [26] рассматривается новая система SCODEV, с помощью которой наполняются водяные баки самолета (рис. 16, *а*). Данная система включает шланг и ковш, которые погружаются в воду при полете на малой высоте. На рис. 16, *б* представлена трехмерная модель водозаборника в виде ковша. Несмотря на существенные преимущества по сравнению с существующими противопожарными самолетами

тами, разработка новой системы водозабора сопряжена с рядом технических трудностей. Для обеспечения безопасного и эффективного процесса водозабора необходимо, чтобы элементы системы сохраняли устойчивую геометрическую форму как в процессе погружения, так и во всех выдвинутых положениях.

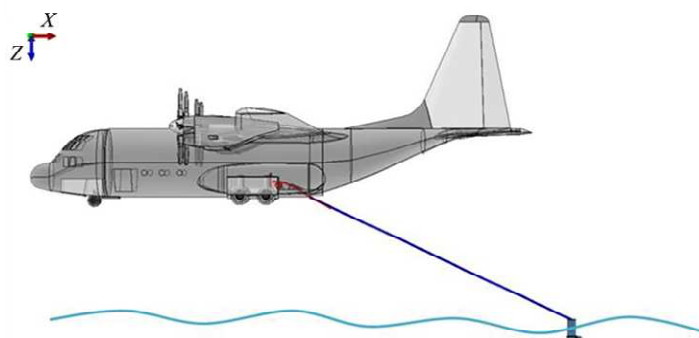


а

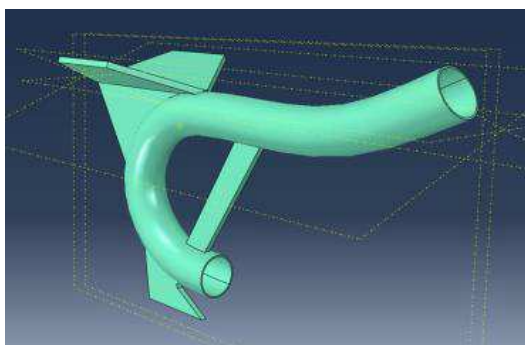


б

Рис. 15



а



б

Рис. 16

В работе [26] не рассматривается реакция системы во время забора воды, сматывания или выноса. Ковш и шланг проектируются отдельно в среде численного моделирования, после чего проводится оценка способности шланга сохранять устойчивую форму как в процессе опускания, так и при полном выдвигении. Дополнительно выполнен анализ аэродинамической устойчивости ковша, в результате чего его конструкция оптимизирована с целью обеспечения стабильной и заданной ориентации относительно набегающего воздушного потока.

Для верификации аналитических результатов, полученных при оценке устойчивости шланга и ковша, проведены летные испытания самолета-амфибии. Результаты отдельных испытаний подтвердили хорошее согласование наблюдаемого поведения элементов системы с данными моделирования. Установлено, что ковш сохраняет устойчивость и требуемую ориентацию относительно входящего воздушного потока.

При тушении крупных лесных пожаров на значительных площадях широко используется сброс воды с вертолетов и самолетов-амфибий. Однако объем воды, доставляемый вертолетами, ограничен их грузоподъемностью. Существенным ограничивающим фактором также является продолжительность проведения противопожарных работ, которая, как правило, определяется светлым временем суток.

Самолеты, в свою очередь, способны сбрасывать значительно большие объемы воды, однако выполнение полетов на малых высотах и высоких скоростях связано с повышенной опасностью вследствие наличия высотных сооружений, лесных массивов и линий электропередачи. В связи с этим сброс воды часто осуществляется с больших высот, что приводит к ее распылению в воздушной среде и образованию аэрозольного облака, снижающего эффективность пожаротушения.

При сбросе воды с пожарного амфибийного самолета большое количество воды расщепляется на мелкие частицы и распространяется во всех направлениях под воздействием аэродинамики. Разработка методов анализа и оценки аэродинамики сброса воды имеет важное значение для эффективного тушения пожаров. В работе [27] проведено экспериментальное исследование поведения воды, сбрасываемой с моделей фюзеляжа пожарного самолета-амфибии, в условиях низкоскоростной аэродинамической трубы. В ходе испытаний с использованием высокоскоростной видеосъемки получены и проанализированы данные о динамике потока воды, включая скорость и размер капель (методом теневой съемки), а также характеристики их распределения при достижении поверхности.

Дополнительно выполнено численное моделирование методом CFD, результаты которого продемонстрировали удовлетворительное согласование с экспериментальными данными. Полученные выводы могут быть использованы для оптимизации параметров сброса воды с амфибийного самолета с целью повышения эффективности тушения пожаров.

Испытательная модель в аэродинамической трубе представляет собой модель фюзеляжа пожарного амфибийного самолета (рис. 17). Предполагается, что данный амфибийный самолет способен перевозить 15 т воды (самолет-амфибия US-1). Масштаб моделей составляет 1:8 и 1:16, длина – 3,7 и 1,8 м. Поперечное сечение фюзеляжа имеет некруглую форму, что обусловлено необходимостью обеспечения возможности взлета и посадки самолета на водной поверхности в условиях открытого моря. На нижней поверхности фюзеляжа с обеих сторон расположены две двери для сброса воды из резервуара. Двери имеют прямоугольную форму и открываются в боковом направлении.

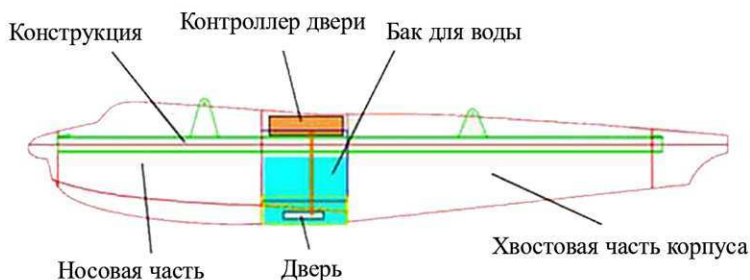


Рис. 17

Использование крупномасштабной низкоскоростной аэродинамической трубы позволяет исследовать особенности поведения капель воды, отделяющихся от фюзеляжа модели пожарного самолета-амфибии. Аэродинамические процессы, сопровождающие движение капель воды, также были смоделированы с применением методов CFD. Полученные в ходе экспериментальных и численных исследований данные могут быть использованы для повышения эффективности пожаротушения с применением самолетов-амфибий.

Таким образом, для разработки стратегий тушения пожаров крайне необходимы точные инженерные данные о водосбросе в зависимости от конкретного пожара. Целью исследования [28] является изучение оптимальной стратегии применения воды при воздушном пожаротушении. Однако проведение испытаний на реальных самолетах для получения подобных данных оказалось бы экономически нецелесообразным. В связи с этим на этапе первичного моделирования с использованием методов CFD изучались закономерности распределения воды при ее сбросе с самолетов, а также проводился анализ данных, полученных в ходе предыдущих летных испытаний по воздушному тушению пожаров (рис. 18). В процессе моделирования установлено, что закономерности распределения воды в воздухе и формирование ее плотности на поверхности земли демонстрируют сопоставимые результаты с данными, полученными в ходе реальных летных испытаний.

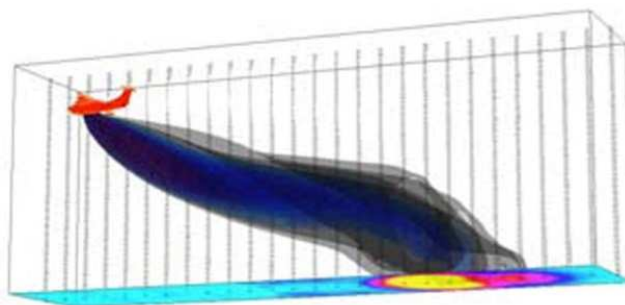


Рис. 18

К числу преимуществ применения амфибийных летательных аппаратов при тушении пожаров относятся высокая скорость полета, значительный объем перевозимой воды, а также возможность многократного и оперативного водозабора из природных источников. Вместе с тем эффективность пожаротушения в значительной степени определяется равномерностью покрытия поверхности водой при ее сбросе. Конструктивные особенности различных типов противопожарных летательных аппаратов обуславливают существенные различия в характере распределения воды на земной поверхности. В ходе экспериментальных исследований в аэродинамической трубе, выполненных с учетом конструктивных параметров самолета-амфибии АГ600, были изучены характеристики падения воды при ее сбросе с различными значениями скорости полета, высоты и объема [29]. Результаты показали, что с увеличением скорости и высоты сброса возрастает аэродинамическое воздействие на поток воды, что приводит к усилению его диспергирования и, как следствие, к уменьшению массы воды, достигающей поверхности земли.

Взаимосвязь трех моделей представлена на рис. 19.

Входные параметры, необходимые для модели сброса воды, классифицированы на четыре группы: параметры сброса воды, физические параметры, параметры ветрового поля, схема сброса воды.

Длина, ширина и высота резервуара с водой, скорость сброса воды на выходе – это параметры, вводимыми вручную. Физические параметры, включая ускорение свободного падения, коэффициент вязкости воды и т. д., считаются постоянными. Так как время сброса воды короткое, для упрощения предполагается, что ветровое поле фиксировано. Следовательно, только изменение схемы сброса воды влияет на распределение воды на поверхности земли.

Амфибийный летательный аппарат имеет определенную скорость полета в процессе сброса воды. После сброса воды из резервуара летательного аппарата на нее начинают действовать силы гравитации и аэродинамическое сопротивление встречного потока воздуха. Под воздействием этих факторов исход-

ный объем воды подвергается деформации и фрагментации, формируя различные структуры (рис. 20). Обычно это включает основную массу струи воды, на которую влияют гравитация и воздушный поток. В процессе падения вода разбивается на мелкие капли и распыляется под действием аэродинамических сил, перемещаясь в направлении перпендикулярно поверхности земли, аналогично падению дождевых капель. При рассмотрении капель как идеальных сфер предполагается, что на них действуют силы гравитации, плавучесть и вязкостное сопротивление воздуха.

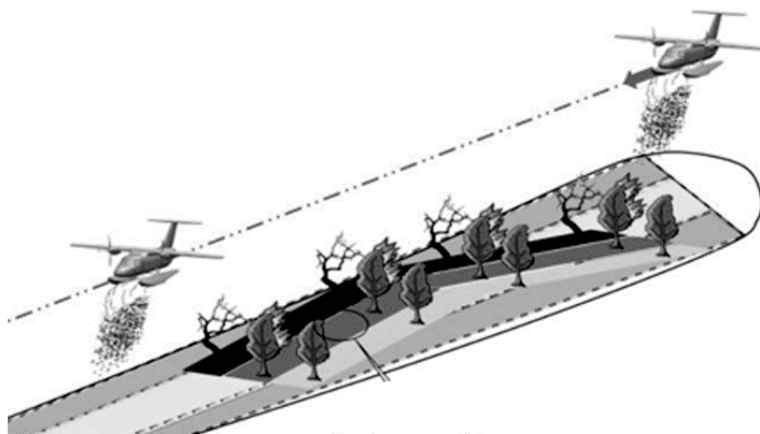


Рис. 19

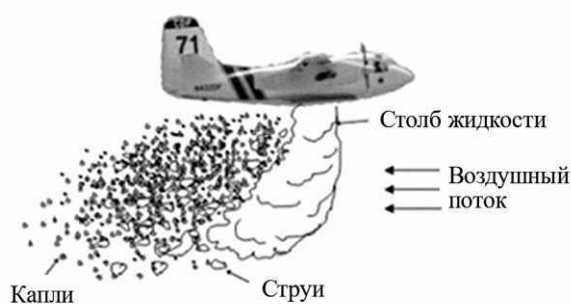


Рис. 20

По результатам исследования были сделаны следующие выводы.

С увеличением скорости ветра в условиях эксперимента наблюдается снижение максимального значения толщины слоя воды, достигающего поверхности. При этом усиливается аэродинамическое воздействие на водяной поток, возрастает степень его диспергирования, что приводит к уменьшению массы воды, оседающей на земле.

С увеличением высоты сброса экспериментальной модели наблюдается снижение максимального значения толщины водяного слоя, достигающего поверхности. Полученные результаты свидетельствуют о том, что при большей высоте увеличивается продолжительность воздействия потока воды, усиливается его диспергирование, и, как следствие, уменьшается масса воды, оседающей на землю.

При малом объеме сбрасываемой воды максимум толщины водного слоя, формирующегося на поверхности, смещается в противоположном направлении по сравнению с соответствующим максимумом при большем объеме. Конструкция летательного аппарата предусматривает наличие передних и задних дверей. В случае штатного сброса полной массы воды из обоих резервуаров (переднего и заднего) инициируется одновременное открытие дверей. Данное техническое решение позволяет минимизировать аэродинамическое воздействие набегающего потока на массу воды, истекающую из заднего резервуара, что обеспечивает выпадение большего объема воды на целевую поверхность.

Диспергированные капли и аэрозольные фракции в большей степени подвержены воздействию аэродинамических сил, тогда как масса воды преимущественно совершает свободное падение под дей-

ствием силы тяжести. При соблюдении требований безопасности полета снижение скорости и высоты полета амфибийного летательного аппарата возможно увеличить степень покрытия поверхности водой и тем самым повысить эффективность пожаротушения.

С развитием технологий и ростом потребности в эффективных транспортных средствах возрастает актуальность направления, связанного с самолетами-амфибиями и гидроавиацией. Способность данных летательных аппаратов к взлету и посадке как на водную поверхность, так и на сушу обеспечивает расширение сфер их применения, включая грузопассажирские перевозки и выполнение специализированных задач, в частности пожаротушение.

Современные технологии проектирования и моделирования позволяют значительно улучшить аэродинамические свойства таких самолетов, что, в свою очередь, способствует повышению их маневренности и экономичности. Все чаще в новых концептуальных моделях используются новые композитные материалы, не уступающие по прочности традиционным, но позволяющие снизить вес конструкции, а также увеличить прочность и долговечность самолета.

Одной из приоритетных задач в области развития самолетов-амфибий является совершенствование их противопожарных характеристик. Традиционно данные летательные аппараты применяются для тушения лесных пожаров, при этом их способность оперативно осуществлять забор воды из природных водоемов и последующий сброс на очаг возгорания определяет их высокую практическую значимость.

Вместе с тем повышение эффективности подобных операций требует разработки новых концепций и конструктивных решений систем водозабора и водосброса. Использование современных технологий позволяет создавать более производительные и быстродействующие механизмы, обеспечивающие сокращение времени водозабора, а также повышение точности сброса воды, что является существенным фактором успешной ликвидации пожаров.

Также следует отметить, что выполнение задач по пожаротушению предъявляет к экипажу самолета-амфибии высокие требования к уровню профессиональной подготовки и практическому опыту. Особую сложность представляет этап глиссирования на водной поверхности, который требует точного управления самолетом и обеспечения его устойчивости.

Контакт самолета-амфибии с водной поверхностью (приводнение) характеризуется ударным взаимодействием, сопровождающимся появлением значительных гидродинамических нагрузок. Помимо этого, на этапе глиссады необходимо учитывать влияние близости воды, которое проявляется в виде экранного эффекта, интенсифицирующего рост подъемной силы. При взлете с поверхности воды после водосбора увеличивается вес самолета, в режиме форсажа требуется большая концентрация внимания от членов экипажа.

Процесс сброса воды, несмотря на его наглядность и внешнюю эффектность, характеризуется наличием значительного числа неопределенных факторов. К их числу относится необходимость выполнения полета на малых высотах, что особенно опасно в промышленных и урбанизированных районах с наличием препятствий (здания, линии электропередачи).

Дополнительное влияние на эффективность и безопасность операции оказывают метеорологические условия, время суток и направление ветра. После выполнения водосброса происходит резкое изменение аэродинамических характеристик самолета, сопровождающееся увеличением подъемной силы и возможным нарушением устойчивости, что требует стабилизации по тангажу. Существенное значение также имеют особенности рельефа местности, особенно в прибрежных горных районах.

Значимым направлением развития является интеграция современных навигационных и управляющих систем, способствующих повышению точности и безопасности пилотирования самолета как на водной поверхности, так и в воздушном пространстве. Использование автоматизированных систем может значительно снизить нагрузку на экипаж и повысить безопасность полетов.

Следовательно, по мере внедрения новых технологий, совершенствования летно-технических характеристик и расширения функциональных возможностей самолеты-амфибии будут приобретать все большую востребованность в различных сферах применения – от гражданской авиации до ликвидации последствий природных чрезвычайных ситуаций.

Таким образом, в настоящей работе были описаны наиболее известные в настоящее время самолеты-амфибии, приведены их сравнительные характеристики. Рассматриваемые летательные аппараты различаются по габаритным размерам, типам силовых установок, областям применения, а также по эксплуатационным характеристикам, определяющим их эффективность при тушении пожаров и выполнении задач в условиях чрезвычайных ситуаций. Отмечены основные эксплуатационные характеристики самолетов-амфибий, в первую очередь используемых для ликвидации пожаров. Представлена информация о достаточно сложном этапе полета самолета-амфибии – переход в режим глиссирования, когда управление стабилизацией полета усложняется. При этом каждым производителем используется собственная система водосбора и водосброса. Представлена информация по российским патентам таких устройств.

Установлено, что эффективность сброса водной массы (или огнетушащего состава) определяется не только параметрами самого сбрасываемого вещества, но и рядом дополнительных факторов, включая метеорологические условия, ветровое воздействие, допустимую высоту полета и особенности рельефа местности. Повышение высоты и скорости полета при выполнении сброса приводит к снижению эффективности пожаротушения вследствие интенсивного аэродинамического диспергирования воды и уменьшения ее доли, достигающей очага возгорания.

На основе проведенного анализа определены отдельные направления перспективного развития отрасли производства самолетов-амфибий, а также подтверждена их высокая значимость и фактическая незаменимость при ликвидации чрезвычайных ситуаций, связанных с пожарами.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Панатов Г.С., Заболотский С.А., Сальников А.И. Самолеты ТАНТК им. Г.М. Бериева. 1945–1968. М.: Рестарт+, 2001. 224 с.
2. Cunningham R. Modern Chinese Military Aircraft: 1990 – Present. Amber Books, 2024. 128 p.
3. Playing a Key Role in the Aircraft Industry [Electronical Resource]. URL: <https://www.shinmaywa.co.jp/english/products/aircraft/> (дата обращения: 30.12.2025).
4. Tondji Y. et al. Identification of the Bombardier CRJ-700 Stall Dynamics Model Using Neural Networks // Journal of Aerospace Information Systems. 2022. Vol. 19. Iss.12. P.781–798.
5. Air Tractor AT-802A. High Production Profitability [Electronical Resource]. URL: <https://airtractor.com/aircraft/at-802a/> (дата обращения: 30.12.2025).
6. ICON Aircraft. Maker of the ICON A5 Amphibious Airplane [Electronical Resource]. URL: <https://www.iconaircraft.com/> (дата обращения: 30.12.2025).
7. Аксенов А.А. и др. Применение программного комплекса FlowVision для моделирования режимов глиссирования самолета-амфибии // САПР и графика. 2007. № 3. С. 93–96.
8. Банников Ю.М., Вишневецкий Г.А. Определение допустимой площади водозаборника для противопожарного самолета-амфибии Бе-200 при наборе воды в режиме глиссирования на тихой воде и при нерегулярном волнении // Аэродинамика летательных аппаратов: Материалы 20-й школы-семинара, п. Володарского, Московская обл., 26–27 фев. 2009. Жуковский: ЦАГИ, 2019. С. 19.
9. Katarul A.M. et al. A Review on Hull Design for Amphibian Aircraft // Engineering & Technology Research. 2017. Vol. 1. № 1. P. 10–15.
10. Wang L. et al. Water Takeoff Performance Calculation Method for Amphibious Aircraft Based on Digital Virtual Flight // Chinese Journal of Aeronautics. 2020. Vol. 33. Iss. 12. P. 3082–3091.
11. Попов И.А. Синергетический синтез автопилота для управления движением самолета-амфибии Бе-200 во время забора воды // Известия ЮФУ. Технические науки. 2022. № 5 (229). С. 161–171.
12. Волощенко В.Ю. Гидроаэродром: повышение безопасности взлетно-посадочных действий на акватории летного бассейна // Изв. вузов. Авиационная техника. 2016. № 2. С. 108–113.
13. Романенко Л.Г., Самарова Г.Г., Романенко А.Г. Управление боковым движением летательного аппарата при отсутствии в автопилоте сигнала по углу крена // Изв. вузов. Авиационная техника. 2014. № 2. С. 19–23.
14. Зубов Н.Е. и др. Аналитический синтез законов управления боковым движением летательного аппарата // Изв. вузов. Авиационная техника. 2015. № 3. С. 14–20.
15. Zhou H. et al. Research on Planing Motion and Stability of Amphibious Aircraft in Waves Based on Cartesian Grid Finite Difference Method // Ocean Engineering. 2023. Vol. 272. Article № 113848.
16. Putra E.C. et al. Technological Developments of Amphibious Aircraft Designs: Research Milestone and Current Achievement // Curved and Layered Structures. 2025. Vol. 12. Iss. 1. Article № 20250026.
17. Zhang H. et al. Scale Effect on Water Landing Performance of Amphibious Aircraft [Electronical Resource]. URL: <https://eurekamag.com/research/093/474/093474211.php> (дата обращения: 30.12.2025).

18. *Lyu J., Yang R., Huang L.* Structure Dynamic Response of Amphibious Aircraft Induced by Water-Taxiing // International Journal of Aerospace Engineering. 2021. № 1. Article № 6104407.
19. Водозагрузочное устройство противопожарного самолета: пат. 2174934 Рос. Федерация, № 99115993/28С2; заявл. 23.07.1999; опубл. 20.10.2001, Бюл. № 29.
20. Система заполнения баков-отсеков водой самолета-амфибии на глиссировании: пат. 2294301 Рос. Федерация, № 2005128892/11; заявл. 15.09.2005; опубл. 27.02.2007, Бюл. № 6.
21. Специальная система пожарного оборудования самолетов-амфибий, набирающих воду из водоемов на режимах глиссирования: пат. 2755548 Рос. Федерация, № 2020136392; заявл. 3.11.2020; опубл. 17.09.2021, Бюл. № 26.
22. Самолет-амфибия для тушения лесных пожаров: пат. 2101216 Рос. Федерация, № 95103318/28, заявл. 7.03.1995; опубл. 10.01.1998.
23. Способ и устройство визуальной индикации скорости противопожарного самолета-амфибии при заборе воды на глиссировании по водной поверхности: пат. 2541613 Рос. Федерация, № 2013107566/11; заявл. 20.02.2013; опубл. 20.02.2015, Бюл. № 5.
24. *Chowdhury A., Paranjape P., Palankar A.* Design and Development of an Amphibious Ethereal Firefighting Aircraft Capable to Carry Both Water and Fire Stifling Fluid Synthetic Compounds // International Journal of Innovative Science and Research Technology. 2022. Vol. 7. Iss. 9. P. 509–547.
25. *Zhang M. et al.* Computational Fluid Dynamics-Based Design Optimization of Water Scooping System in Amphibious Aircraft by a Parallel Active Learning Surrogate Model // Ocean Engineering. 2024. Vol. 295. Article № 116820.
26. *Verhagen M., Timmermans H., van den Brink W.* Aerial Stability of an in-Flight Water Scooping System // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2021. Vol. 1024. Article № 012036.
27. *Ito T. et al.* Water-Dropping Aerodynamics for Fire-Fighting Amphibian // Proc. of the 27th International Congress of the Aeronautical Sciences, Sept. 19–24, 2010, Nice, France. 2010. P. 19–24.
28. *Sato K. et al.* A Numerical Study of Water Dump in Aerial Fire Fighting // Fire Safety Science. 2005. Vol. 8. P. 777–787.
29. *Yang K. et al.* Preliminary Study on Wind Tunnel Test of Amphibious Aircraft Dropping Water // Proc. of Asia-Pacific International Symposium on Aerospace Technology. Springer, 2023. Vol. 1050. P. 1069–1086.

Поступила в редакцию 31.01.26

После доработки 8.02.26

Принята к публикации 10.02.26

## Operational Features of Amphibious Aircraft during Firefighting

I.B. ABBASOV, A.V. PIS'MENOV, AND O.B. SPIRIDONOV

SFU, Taganrog

*This paper analyzes the fire suppression systems of modern amphibious aircraft. The most common models from leading global manufacturers are examined, and their performance characteristics for firefighting missions are compared. The characteristics of the planing mode and pilot control methods are described. Design solutions for water intake systems used on known types of amphibious aircraft are presented. Individual technical devices are presented, and mathematical models of the water discharge process are also discussed.*

**Amphibious aircraft, flying boat, fire extinguishing system, planing mode, aircraft control in planing mode, water intake and discharge devices, mathematical model of the water intake and discharge process**

## Синтез оптимального цифрового регулятора линейных стационарных дискретных динамических систем

**А.А. БАЛОЕВ**,  
д-р техн. наук  
(КНИТУ, Казань)  
a.baloev@mail.ru

*Разрабатывается алгоритм синтеза оптимального регулятора для линейных стационарных дискретных динамических систем с векторным управлением. Предлагаемый подход базируется на полученных математических результатах, – универсальном решении систем линейных стационарных разностных уравнений.*

### Универсальное решение, дискретные системы, оптимальное управление

Примем, что процессы в разомкнутой части системы (исключая регулятор) описываются системой разностных уравнений  $k$ -го порядка

$$\mathbf{x}[n+1] = A \mathbf{x}[n] + U[n], \quad n = 0, 1, \dots, \quad (1)$$

где  $n = t/T_0$ ,  $t$  – время,  $T_0$  – интервал дискретности;  $n$  – относительное время;  $A = [a_{i,j}]$ ,  $i, j = \overline{1, k}$  – постоянная матрица;  $\mathbf{x}[n] = [x_1[n], \dots, x_k[n]]^T$ ;  $U[n] = [U_1[n], \dots, U_k[n]]^T$  – векторы состояния и управления. Исходное состояние системы (1) задано

$$x_i[0] = x_{i,0}, \quad i = \overline{1, k}. \quad (2)$$

Прежде чем сформулировать постановку задачи, систему (1) известным образом приведем к одному разностному уравнению порядка  $k$  [1]:

$$x_1[n+k] + \varnothing_1 x_1[n+k-1] + \dots + \varnothing_k x_1[n] = U_0[n]. \quad (3)$$

Здесь:

$$\begin{aligned} \varnothing_1 &= A_g \tilde{A}^{k-1} M^{-1} N_{.k}^* - a_{1,1}; \\ \varnothing_2 &= A_g \left( \tilde{A}^{k-1} M^{-1} N_{.(k-1)}^* - A_v \right); \\ \varnothing_3 &= A_g \left( \tilde{A}^{k-1} M^{-1} N_{.(k-2)}^* - \tilde{A} A_v \right); \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \varnothing_k &= A_g \left( \tilde{A}^{k-1} M^{-1} N_{.1}^* - \tilde{A}^{k-2} A_v \right); \end{aligned} \quad (4)$$

$$A_g = [a_{1,2}, \dots, a_{1,k}]; \quad A_v = [a_{2,1}, \dots, a_{2,k}]^T; \quad \tilde{A} = [a_{i,j}], \quad i, j = \overline{2, k};$$

$(k-1) \times (k-1)$ ,  $(k-1) \times k$  – матрицы;

$$M = \begin{bmatrix} A_g \\ A_g \tilde{A} \\ \dots \\ A_g \tilde{A}^{k-2} \end{bmatrix}, \quad |M| \neq 0; \quad (5)$$

$$N^* = \begin{bmatrix} a_{1,1} & -1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ A_g A_v & a_{1,1} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ A_g \tilde{A} A_v & A_g A_v & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_g \tilde{A}^{k-4} A_v & A_g \tilde{A}^{k-5} A_v & \dots & A_{1,1} & -1 & 0 \\ A_g \tilde{A}^{k-3} A_v & A_g \tilde{A}^{k-4} A_v & \dots & A_g A_v & a_{1,1} & -1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$N_{.i}^*$ ,  $i = \overline{1, k}$  –  $i$ -й столбец матрицы  $N^*$ .

В уравнении (3) управление

$$U_0[n] = -A_g \tilde{A}^{k-1} M^{-1} \bar{U}[n] + U_1[n+k-1] + A_g \left( \tilde{A}^{k-2} U_{2,k}[n] + \tilde{A}^{k-3} U_{2,k}[n+1] + \dots + \tilde{A} U_{2,k}[n+k-3] + U_{2,k}[n+k-2] \right); \quad (7)$$

$$\bar{U}[n] = \begin{bmatrix} U_1[n] \\ A_g U_{2,k}[n] + U_1[n+1] \\ A_g \tilde{A} U_{2,k}[n] + A_g U_{2,k}[n+1] + U_1[n+2] \\ \dots \\ A_g \tilde{A}^{k-3} U_{2,k}[n] + A_g \tilde{A}^{k-4} U_{2,k}[n+1] + \dots + A_g U_{2,k}[n+k-3] + U_1[n+k-2] \end{bmatrix}, \quad (8)$$

причем в выражениях (7), (8)  $k-1$  – мерный вектор,

$$U_{2,k}[n] = [U_2[n], \dots, U_k[n]]^T. \quad (9)$$

Будем рассматривать вариант задачи, когда при  $n = 0, 1, \dots$

$$\begin{aligned} U_1[n+1] &= \dots = U_1[n+k-1] = 0; \\ U_{2,k}[n+1] &= \dots = U_{2,k}[n+k-3] = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

В этом случае согласно выражению (10)  $k-1$  – мерный вектор и функция

$$\begin{aligned} \bar{U}[n] &= [U_1[n], A_g U_{2,k}[n], A_g \tilde{A} U_{2,k}[n], \dots, A_g \tilde{A}^{k-3} U_{2,k}[n]]^T; \\ U_0[n] &= A_g \left( -\tilde{A}^{k-1} M^{-1} \bar{U}[n] + \tilde{A}^{k-2} U_{2,k}[n] \right). \end{aligned} \quad (11)$$

В таком случае согласно выражению (7)

$$U_0[n] = -A_g \tilde{A}^{k-1} \tilde{A} M_{(2,k-1)}^{-1} U_1[n] + A_g \tilde{A}^{k-2} \begin{pmatrix} A_g \\ A_g \tilde{A} \\ \dots \\ A_g \tilde{A}^{k-3} \end{pmatrix} U_{2,k}[n], \quad (12)$$

где  $M_{(2,k-1)}^{-1}$  есть матрица  $M^{-1}$  без первого столбца.

**Пример.** Пусть  $k = 2$ , следовательно,

$$A = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} \end{bmatrix}; \quad A_g = [a_{1,2}]; \quad A_v = [a_{2,1}]; \quad \tilde{A} = [a_{2,2}]; \quad M = [a_{1,2}]; \quad M^{-1} = a_{1,2}^{-1}; \quad N = [a_{1,1}, -1].$$

Согласно выражениям (4), (12)

$$\begin{aligned} x_1[n+2] + \varnothing_1 x_1[n+1] + \varnothing_2 x_1[n] &= U_0[n]; \\ \varnothing_1 &= -(a_{1,1} + a_{2,2}); \quad \varnothing_2 = a_{1,1} a_{2,2} - a_{1,2} a_{2,1}; \\ U_0[n] &= -a_{2,2} U_1[n] + a_{1,2} U_2[n], \quad n = 0, 1, \dots \end{aligned} \quad (13)$$

Наконец запишем, что выражение (12) будет использоваться и в виде

$$U_0[n] = \sigma_1 U_1[n] + \dots + \sigma_k U_k[n], \quad (14)$$

где  $\sigma_i$ ,  $i = \overline{1, k}$  получаются из выражения (12).

Исходная система (1) преобразована к виду (3), (4), (14).

Решается вариационная задача. Уравнение (3) представим в виде системы разностных уравнений первого порядка

$$\begin{aligned} x[n+1] &= x_{j+1}[n]; j = \overline{1, k-1}; \\ x[n+1] &= -\sum_{i=1}^k \varnothing_{k-i+1} x_i[n] + \sum_{i=1}^k \sigma_i U_i[n]. \end{aligned} \quad (15)$$

Требуется определить  $U_i[n]$ ,  $i = \overline{1, k}$  как функции координат  $x_i[n]$ ,  $i = \overline{1, k}$ , переводящие систему (15) из любой точки  $x_i[0]$  (2) в начало координат при минимальном значении функционала

$$F[n] = \frac{1}{2} \sum_{v=1}^k \left( \sum_{n=0}^{\infty} a_v x_v^2[n] + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \tilde{c}_i U_i^2[n] \right),$$

где  $a_i, \tilde{c}_i, i = \overline{1, k}$  – весовые константы.

Рассмотрим вспомогательный функционал, где функция Лагранжа

$$\begin{aligned} I^*[U_0] &= \sum_{n=0}^{\infty} F^*[n]; \\ F^*[n] &= \frac{1}{2} \sum_{v=1}^k a_v x_v^2[n] + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \tilde{c}_i U_i^2[n] + \sum_{j=1}^{k-1} \lambda_j [n] (x_j[n+1] - x_{j+1}[n]) + \\ &+ \lambda_k [n] \left( x_k[n+1] + \sum_{i=1}^k \varnothing_{k-i+1} x_i[n] - \sum_{i=1}^k \sigma_i U_i[n] \right). \end{aligned} \quad (16)$$

Необходимые условия оптимальности имеют вид [2]

$$x_j[n+1] = x_{j+1}[n], j = \overline{1, k-1}; \quad (18)$$

$$\begin{aligned} x_k[n+1] &= -\sum_{i=1}^k \varnothing_{k-i+1} x_i[n] + \sum_{i=1}^k \sigma_i U_i[n]; \\ a_1 x_1[n] + \varnothing_k \lambda_k [n] + \lambda_1 [n-1] &= 0; \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} a_j x_j[n] - \lambda_{j-1}[n] + \varnothing_{k-j+1} \lambda_k [n] + \lambda_j [n-1] &= 0, j = \overline{2, k}; \\ \tilde{c}_i U_i[n] - \sigma_i \lambda_k [n] &= 0; i = \overline{1, k}. \end{aligned} \quad (20)$$

Запишем характеристический определитель системы (18) – (20):

$$\begin{aligned} \in \quad & x_1 x_2 \dots x_{k-1} x_k; \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{k-1} \lambda_k \\ \Delta(Z) = & \begin{vmatrix} 1 & Z & -1 & \dots & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 2 & 0 & Z & \dots & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ k-1 & 0 & 0 & \dots & Z & -1 & \vdots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ k & \varnothing_k & \varnothing_{k-1} & \dots & \varnothing_2 & Z + \varnothing_1 & \vdots & 0 & 0 & \dots & 0 & -\sigma \\ & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ k+1 & a_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \vdots & Z^{-1} & 0 & \dots & 0 & \varnothing_k \\ k+2 & 0 & a_2 & \dots & 0 & 0 & \vdots & -1 & Z^{-1} & \dots & 0 & \varnothing_{k-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 2k-1 & 0 & 0 & \dots & a_{k-1} & 0 & \vdots & 0 & 0 & \dots & Z^{-1} & \varnothing_2 \\ 2k & 0 & 0 & \dots & 0 & a_k & \vdots & 0 & 0 & \dots & -1 & Z^{-1} + \varnothing_1 \end{vmatrix}, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\sigma = \sum_{i=1}^k \sigma_i^2 \tilde{c}_i^{-1}. \quad (22)$$

Уравнение  $\Delta(Z) = 0$  имеет порядок  $2k$ . Предполагаем, что ни один из  $2k$  корней уравнения  $\Delta(Z) = 0$  не лежит в плоскости корней на окружности единичного радиуса с центром в начале координат. В этом случае  $k$  корней будут иметь модуль меньше единицы. Эти корни обозначим как  $r_\alpha$ ,  $\alpha = \overline{1, k}$ , вторая половина корней будет иметь модуль больше единицы, эти корни обозначим как  $r_{\alpha+k}$ ,  $\alpha = \overline{1, k}$  [2].

Система (18), (19) с учетом уравнения (20) запишется как

$$\begin{aligned} x_j[n+1] &= x_{j+1}[n], j = \overline{1, k-1}; \\ x_k[n+1] &= \lambda_k[n]\sigma; \\ a_1 x_1[n] + \varnothing_k \lambda_k[n] + \lambda_1[n-1] &= 0; \\ a_j x_j[n] - \lambda_{j-1}[n] + \varnothing_{k-j+1} \lambda_k[n] + \lambda_j[n-1] &= 0, j = \overline{2, k}. \end{aligned} \quad (23)$$

Решение для этой системы [3]

$$x_i[n] = \sum_1^k (C_m S_{1,m}^{n-m+i} + C_{k+m} S_{1,k+m}^{n-k-m+i}), j = \overline{1, k}, \quad (24)$$

где  $C_m, C_{k+m}$  – произвольные константы;  $S_{i,m}^{n-m+i}, S_{k,m}^{n-k-m+i}$  – сочетания с повторением, образованные из корней  $r_i, r_{k+i}, i = \overline{1, k}$ . Решение (23) не требует сведений о кратности корней уравнения  $\Delta(Z) = 0$ .

Из системы (22) и решения (23) следует

$$\begin{aligned} \lambda_k[n] &= \frac{1}{\sigma} \left\{ \sum_{m=1}^k C_m \left( C_{1,m}^{n-m+k+1} + \sum_{i=1}^k \varnothing_{k-i+1} S_{1,m}^{n-m+i} \right) + \right. \\ &\left. + \sum_{m=1}^k C_{k+m} \left( S_{1,k+m}^{n+1-m} + \sum_{i=1}^k \varnothing_{k-i+1} S_{1,k+m}^{n-k-m+i} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (25)$$

Согласно граничным условиям на правом конце траектории переменные  $x_i[n], u_i[n], i = \overline{1, k}$ , должны стремиться к нулю при  $n \rightarrow \infty$ . Это возможно только при  $C_{k+m} = 0, m = \overline{1, k}$ . Следовательно, согласно выражениям (23), (24)

$$x_i[n] = \sum_{m=1}^k C_m S_{1,m}^{n-m+i}, i = \overline{1, k}; \quad (26)$$

$$\lambda_k[n] = \frac{1}{\sigma} \sum_{m=1}^k C_m \left( S_{1,m}^{n-m+k+1} + \sum_{i=1}^k \varnothing_{k-i+1} S_{1,m}^{n-m+i} \right). \quad (27)$$

Из выражений (26), (27) исключим константы  $C_m$ , получим

$$\lambda_k[n] = \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^k x_i[n] \left( \varnothing_{k-i+1} + \frac{1}{\Delta^k} \sum_{m=1}^k \Delta_{i,m}^k S_{1,m}^{n-m+k+1} \right), \quad (28)$$

где согласно выражению (26) определитель

$$\Delta^k = \begin{vmatrix} S_{1,1}^n & S_{1,2}^{n-1} \cdots S_{1,k}^{n-k+1} \\ S_{1,1}^{n+1} & S_{1,2}^n \cdots S_{1,k}^{n-k+2} \\ \vdots & \vdots \cdots \vdots \\ S_{1,1}^{n+k-1} & \cdots S_{1,k}^n \\ & S_{1,2}^{n+k-2} \end{vmatrix}. \quad (29)$$

Здесь  $\Delta_{i,m}^k$  – алгебраические дополнения элементов определителя  $\Delta^k$ , стоящие на пересечении  $i$ -й строки и  $m$ -го столбца. Показано [1], что в выражении (28)

$$\frac{1}{\Delta^k} \sum_{m=1}^k \Delta_{i,m}^k S_{1,m}^{n-m+k+1} = -V_{k-i+1}, \quad i = \overline{1, k}, \quad (30)$$

где числа Виета

$$V_j = (-1)^j \theta_{1,k}^j, \quad j = \overline{1, k}, \quad (31)$$

причем  $\theta_{1,k}^j$  образуются из  $k$  корней  $r_\alpha$ ,  $\alpha = \overline{1, k}$  по  $j$ . Например,

$$\theta_{1,3}^2 = r_1^2 + r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2^2 + r_2 r_3 + r_3^2.$$

В таком случае согласно выражениям (28), (30)

$$\lambda_k[n] = \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^k (\varnothing_{k-i+1} - V_{k-i+1}) x_i[n]. \quad (32)$$

Согласно выражениям (20), (32)

$$U_i[n] = \frac{1}{\sigma} \frac{\sigma_i}{\tilde{c}_i} \sum_{\alpha=1}^k (\varnothing_{k-\alpha+1} - V_{k-\alpha+1}) x_\alpha[n]. \quad (33)$$

При управлении (33) процесс (15) есть

$$\begin{aligned} x_j[n+1] &= x_{j+1}[n], \quad j = \overline{1, k-1}; \\ x_k[n+1] &= -\sum_{i=1}^k \varnothing_{k-i+1} x_i[n] + \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^k \frac{\sigma_i^2}{\tilde{c}_i} \sum_{\alpha=1}^k (\varnothing_{k-\alpha+1} - V_{k-\alpha+1}) x_\alpha[n], \end{aligned} \quad (34)$$

т. е. система (34) с учетом выражения (25) приобретает вид

$$\begin{aligned} x_j[n+1] &= x_{j+1}[n], \quad j = \overline{1, k-1}; \\ x_k[n+1] &= -\sum_{\alpha=1}^k V_{k-\alpha+1} x_\alpha[n]. \end{aligned} \quad (35)$$

Этот же процесс представляется и как

$$x_1[n+k] + V_1 x_1[n+k-1] + \dots + V_k x_1[n] = 0.$$

Все координаты  $x_i[n]$ ,  $i = \overline{1, k-1}$ , системы (26) стремятся к нулю при  $n \rightarrow \infty$ , так как модули корней  $r_\alpha$ ,  $\alpha = \overline{1, k}$ , меньше единицы.

Таким образом, при решении задачи синтеза цифрового регулятора необходимо пройти следующие этапы.

Исходную разностную систему с помощью формул (5) привести к одному разностному уравнению порядка  $k$  [4].

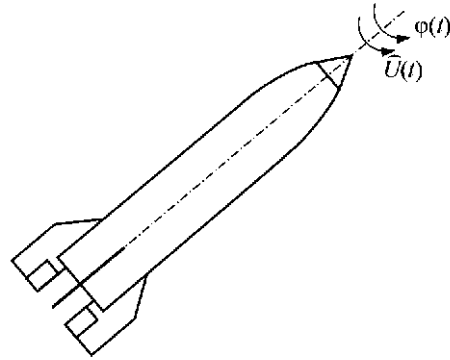
Записать характеристический определитель (21), вычислить корни уравнения  $\Delta(Z) = 0$ . Выделить среди найденных  $2k$  корней  $k$  корней с модулем меньше единицы, т. е. получить набор  $r_\alpha$ ,  $\alpha = \overline{1, k}$ .

Сформировать управления (33).

Рассмотрим движения ракеты по крену [4, 5]

$$J \frac{d^2 \varphi(t)}{dt^2} = k_1 \frac{d\varphi(t)}{dt} + k_2 \Psi(\varphi(t)) + \hat{U}(t), \quad (36)$$

где  $\varphi(t)$  – абсолютный угол крена (рисунок);  $J$  – осевой момент инерции;  $\psi(\varphi(t))$  – момент сопротивления;  $\psi$  – некоторая непрерывная функция, например  $\varphi(t)$ ,  $\varphi^2(t)$ ;  $k_1$ ,  $k_2$  – постоянные коэффициенты;  $\hat{U}(t)$  – управляющий момент.



Уравнение (36) известным образом преобразуется в систему разностных уравнений первого порядка при  $x_1[n] = \varphi[nt]$ :

$$\begin{aligned} x_1[n+1] &= x_1[n] + \alpha_0 x_2[n]; \\ x_2[n+1] &= \alpha_1 x_1[n] + \alpha_2 x_2[n] + U_2[n]. \end{aligned} \quad (37)$$

Здесь:  $\alpha_0 = T$ ,  $T$  – период дискретности;  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  – коэффициенты линеаризации;

$$U_2[n] = \alpha_0 k_2 \frac{T}{J} \left( \psi(\varphi(t)) - \frac{d\psi(\varphi)}{d\varphi} \right)_{t_0} + \alpha_0 \frac{T}{J} \hat{U}[n]. \quad (38)$$

Систему (37) приводим к виду (3)

$$x_1[n+2] + \varnothing_1 x_1[n+1] + \varnothing_2 x_1[n] = \alpha_0 U_2[n], \quad (39)$$

причем согласно уравнениям (15) для системы (37)

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 1 & \alpha_0 \\ \alpha_1 & \alpha_2 \end{bmatrix}; \quad a_{1,1} = 1; \quad A_g = [\alpha_0]; \quad A_v = [\alpha_1]; \quad \tilde{A} = [\alpha_2]; \\ M &= [\alpha_0]; \quad M^{-1} = \alpha_0^{-1}[1]; \quad N^* = [1; -1]; \quad N_1^* = [1]; \quad N_2^* = [-1]. \end{aligned}$$

Как следует из выражений (4), (12),

$$\varnothing_1 = -\alpha_2 - 1; \quad \varnothing_2 = \alpha_2 - \alpha_0 \alpha_1. \quad (40)$$

Согласно выражениям (14), (40)

$$\sigma_1 = 0; \quad \sigma_2 = \alpha_0. \quad (41)$$

Необходимые условия оптимальности (18) – (20) и характеристический определитель (21) имеют вид

$$x_1[n+1] = x_2[n]; \quad (42)$$

$$\begin{aligned} x_2[n+1] &= -\varnothing_2 x_1[n] - \varnothing_1 x_2[n] + \alpha_0 U_2[n]; \\ \alpha_1 x_1[n] + \varnothing_2 \lambda_2[n] + \lambda_1[n-1] &= 0; \\ \alpha_2 x_2[n] - \lambda_1[n] + \varnothing_1 \lambda_2[n] + \lambda_2[n-1] &= 0; \end{aligned} \quad (43)$$

$$\tilde{c}_2 U_2[n] - \sigma_2 \lambda_2[n] = 0; \quad (44)$$

$$\begin{vmatrix} Z & -1 & 0 & 0 \\ \emptyset_2 & Z + \emptyset_1 & 0 & \alpha_0^2 \tilde{c}_2^{-1} \\ \alpha_1 & 0 & Z^{-1} & \emptyset_2 \\ 0 & \alpha_2 & -1 & \emptyset_1 + Z^{-1} \end{vmatrix} = 0. \quad (45)$$

Уравнение (45) есть

$$\emptyset_2 (Z^2 + Z^{-2}) + \emptyset_1 (1 + \emptyset_2) (Z + Z^{-1}) + 1 + \emptyset_1^2 + \emptyset_2^2 - \alpha_1 - \alpha_2 = 0.$$

Если это уравнение имеет решение  $Z$ , то существует решение  $Z^{-1}$ .

Пусть модули корней  $r_1, r_2$  этого уравнения меньше единицы, тогда оптимальное управление  $U_2[n]$  задачи (37) есть

$$U_2[n] = x_1[n](\emptyset_2 - V_2) + x_2[n](\emptyset_1 - V_1), \quad (46)$$

где

$$V_1 = -(r_1 + r_2); \quad V_2 = r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2. \quad (47)$$

Управляемый процесс при управлении (46) есть

$$x_1[n+2] + V_1 x_1[n+1] + V_2 x_1[n] = 0. \quad (48)$$

Управление  $\hat{U}[n]$  в выражении (38) имеет вид

$$\hat{U}[n] = \frac{J}{T} (x_1[n](\emptyset_2 - V_2) + x_2[n](\emptyset_1 - V_1)) - k_2 \left( \psi \left( \varphi(t) - \frac{d\psi(\varphi(t))}{d\varphi} \right) \right)_{t_0}. \quad (49)$$

Здесь  $\emptyset_1, \emptyset_2$  имеют вид (40),  $V_1, V_2$  – вид (47).

Аналогично рассмотренному примеру можно решать задачи и в случаях [6–13].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Baloev A.A.* Synthesis of an Optimal Control for Linear Stationary Discrete Dynamical Systems // Journal of Applied Mathematics and Physics. 2024. Vol. 12. №10. P. 3538–3551.
2. *Крутько П.Д.* Вариационные методы синтеза систем с цифровыми регуляторами. М.: Советское радио, 1967. 439 с.
3. *Балоев А.А.* Универсальное решение обыкновенных дифференциальных и разностных уравнений. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2021. 159 с.
4. *Колесников К.С.* Динамика ракет. М.: Машиностроение, 1980. 376 с.
5. *Балоев А.А.* Задача аналитического конструирования регуляторов по наблюдаемым переменным // Изв. вузов. Авиационная техника. 1980. № 2. С. 10–13.
6. *Сабиров М.И., Лазарева П.А.* Единый рискоориентированный подход к процессу разработки и сертификации беспилотных авиационных систем // Изв. вузов. Авиационная техника. 2024. № 2. С. 4–12.
7. *Боровков А.И., Войнов И.Б., Ибраев Д.Ф.* Определение оптимальной аэродинамической формы лопасти самолетного винта на основе параметрической оптимизации // Изв. вузов. Авиационная техника. 2021. № 2. С. 3–9.
8. *Лазарева П.А. и др.* Разработка алгоритма абсолютной визуально-инерциальной навигации беспилотных воздушных судов // Изв. вузов. Авиационная техника. 2025. № 2. С. 152–158.
9. *Лазарева П.А. и др.* Разработка алгоритма абсолютной визуальной навигации беспилотных воздушных судов // Изв. вузов. Авиационная техника. 2025. № 3. С. 55–63.
10. *Артамонов Б.Л.* Расчет затрат топлива на выполнение вертолетом медицинской транспортной операции // Изв. вузов. Авиационная техника. 2025. № 3. С. 4–16.
11. *Исмагилов Ф.Р. и др.* Методика расчета дисковой электрической машины с постоянным магнитом // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 2. С. 3–10.

12. Афанасьев А.Ю., Каримов А.Р., Студнева Е.Е. Мотор-колесо для самолета // Изв. вузов. Авиационная техника. 2019. № 4. С. 4–8.
13. Бокучава П.Н., Евстафьев В.А., Бабук В.А. Численная оценка массовой эффективности композитных сетчатых оболочек летательных аппаратов с переменными по высоте параметрами сетки // Изв. вузов. Авиационная техника. 2019. № 1. С. 3–6.

Поступила в редакцию 24.11.25

После доработки 5.12.25

Принята к публикации 5.12.25

## Synthesis of an Optimal Digital Controller for Linear Time-Stationary Discrete Dynamic Systems

A.A. BALOEV

KNRTU, Kazan

*An algorithm for the design of an optimal controller for linear time-stationary discrete dynamic systems with vector control is being developed. The proposed approach is based on the obtained mathematical results—a universal solution to systems of linear time-stationary difference equations.*

**Universal solution, discrete systems, optimal control**

## Интегратор высокого порядка для восстановления локального пути беспилотного аппарата по сигналам с инерциальных датчиков

*Представлена реализация дискретного интегратора на основе цифровых фильтров первого и второго порядка, максимально соответствующего идеальному, для восстановления локальной скорости и пути следования летательного аппарата. Исследуются интеграторы первого и второго порядка, сформулированы специальные критерии для достижения показателей с использованием условий по частоте в нулевой точке и на частоте Найквиста, с использованием непосредственных значений, а также производных комплексно-частотных характеристик с их аппроксимацией рядом Тейлора. Показано уменьшение динамической ошибки, что позволяет улучшить локальную навигацию, особенно в условиях, когда период дискретизации является относительно большим и соизмеримым с постоянной времени изменения физического положения аппарата.*

**В.А. ЗВОНАРЕВ**  
(ООО «Конструкторское  
бюро "Центр беспилотных  
систем"», Тула),  
**А.В. ЛЕОНТЬЕВ**,  
канд. экон. наук  
(РЭУ им. Г.В. Плеханова,  
Москва)  
avleontiev1982@yandex.ru

**Согласование нулей и полюсов, преобразование Тастина, резонансный регулятор, аппроксимация передаточных функций, комплексно-частотная характеристика**

Существует множество методов аппроксимации непрерывных передаточных функций и звеньев. В работе [1] рассматривается полиномиальная аппроксимация, которая не всегда применима к системам, требующим точной настройки. Следует также отметить вычисление интегральной или логарифмической разности частотных характеристик [2], требующих дополнительных сложных вычислений. Кроме того, проводится аппроксимация во временной области с использованием импульсных характеристик [3]. Чувствительность систем также важна для определения отклонения коэффициентов или их дискретизации [4]. Для систем с аппроксимацией по нелинейным характеристикам требуется относительно долгий алгоритм поиска, например, с использованием градиентных методов [5]. Помимо билинейного преобразования, существуют иные аппроксимационные подходы, основанные на общем разложении (например, аппроксимации Паде, метод Прони и др.) [6]. Однако их применение ассоциировано с получением моделей высокого порядка. Применительно к устройствам навигации может быть рассмотрен подход, допускающий использование алгоритмов идентификации параметров непрерывных моделей или их уточнение в процессе эксплуатации, например при изменении дрейфа нуля в зависимости от температуры [7]. Также можно учитывать ЗОН-запаздывание, вносимое аналого-цифровым преобразователем и вычислителем датчиков [8], а также использовать предлагаемую методику для моделирования поведения летательного аппарата [9].

В настоящей работе исследуется аппроксимация непрерывных моделей одиночного и двойного интеграторов для оценивания путевой скорости и относительного перемещения. Задача актуальна в условиях высокоскоростных перемещений, когда спектр сигнала приближается к частоте Найквиста. При этом возникает значительное рассогласование с идеальным интегратором, приводящее к динамической и накапливаемой систематической погрешностям.

Рассматривается аппроксимация непрерывной передаточной функции в общем виде.

В общем виде непрерывная передаточная функция представлена выражением, включающим неидеальное интегрирующее звено, где  $j$  – мнимая единица:

$$F(p) = \frac{b_0 + b_1 p + b_2 p^2 + \dots}{a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots} \quad (1)$$

Она может быть записана в виде произведения нулей и полюсов:

$$F(p) = \frac{(p - q_1)(p - (xq_2 + jq_2))(p - (xq_2 - jq_2)) \dots}{(p - f_1)(p - (xf_2 + jyf_2))(p - (xf_2 - jyf_2)) \dots} \quad (2)$$

В выражении (2)  $q_1$  обозначает действительный ноль,  $xq_2, yq_2$  – комплексно-сопряженные нули  $q_2 = xq_2 \pm jyq_2$  в числителе, аналогично  $f_2$  и  $xf_2, f_2$  и  $yf_2$  являются полюсами в знаменателе.

Метод согласования нулей и полюсов предполагает введение дополнительного параметра  $K$ , определяемого из условия согласования амплитуды. При этом амплитуда определяется либо в единственной заданной частотной точке, либо в соответствии с иным критерием. Указанное обстоятельство вносит неопределенность, аналогичную неопределенности выбора частоты при применении метода Тастина (частотный сдвиг, эквивалентный  $\text{tg}(k\omega_d)$ ) либо билинейного преобразования заданного порядка.

Переход к дискретизированному виду можно записать в виде

$$G(z) = K \frac{\left( z - e^{\frac{q_1}{fd}} \right) \left( z - e^{\frac{q_2}{fd}} \right) \dots}{\left( z - e^{\frac{f_1}{fd}} \right) \left( z - e^{\frac{f_2}{fd}} \right) \dots} \quad (3)$$

Рассматривается интегратор  $Ki/p$  первого порядка, содержащий единственный ноль,  $p=0$ . Согласование полюса производится непосредственно и точно, а согласование постоянной времени, определяемой амплитудой, требует применения специального метода, рассматриваемого далее.

Сначала вводятся базовые замены переменных, которые впоследствии используются при переходе в комплексно-частотную область для непрерывной и дискретной передаточных функций:

$$p = j2\pi f, \quad z = e^{\left( \frac{j2\pi f}{fd} \right)}. \quad (4)$$

В этом случае имеется действительный полюс, поэтому метод применяется непосредственно.

Передаточная функция интегратора в непрерывной и дискретной формах записывается следующим образом:

$$F_{\text{int}}(p) = \frac{Ki}{p}; \quad G_{\text{int}}(z) = \frac{c_0}{z-1}. \quad (5)$$

Переведем эти функции в область комплексных частот, используя выражения (4), чтобы получить

$$F_{\text{int}}(f) = -j \frac{Ki}{2\pi f};$$

$$G_{\text{int}}(f) = \frac{c_0}{\left( j \sin\left( \frac{(2\pi f)}{fd} \right) + \cos\left( \frac{(2\pi f)}{fd} \right) - 1 \right)}. \quad (6)$$

Обратные функции  $F_{\text{int}}^{-1}(f) = 1/F_{\text{int}}(f)$ ,  $G_{\text{int}}^{-1}(f) = 1/G_{\text{int}}(f)$  и их первые производные в точке  $f=0$  имеют вид

$$\frac{d}{df} F_{\text{int}}^{-1}(0) = \frac{2j\pi}{Ki}; \quad \frac{d}{df} G_{\text{int}}^{-1}(0) = \frac{2j\pi}{c_0 fd}. \quad (7)$$

Приравнивая эти производные, можно получить коэффициент  $c_0 = Ki / fd$ . Таким образом, при наличии особенности возможно использовать обратные функции и приравнивать их производные по частоте в заданной точке.

Соответствующий график может быть построен во временной области.

Приведем амплитудно-частотные характеристики при найденном значении коэффициента:

$$|F_{\text{int}}(f)| = \frac{|Ki|}{2\pi f};$$

$$|G_{\text{int}}(f)| = \frac{|c_0[0]|}{\sqrt{2} \sqrt{1 - \cos\left(\frac{2\pi f}{fd}\right)}}. \quad (8)$$

Приведем частотные (рис. 1, а) и временные (рис. 1, б) характеристики.

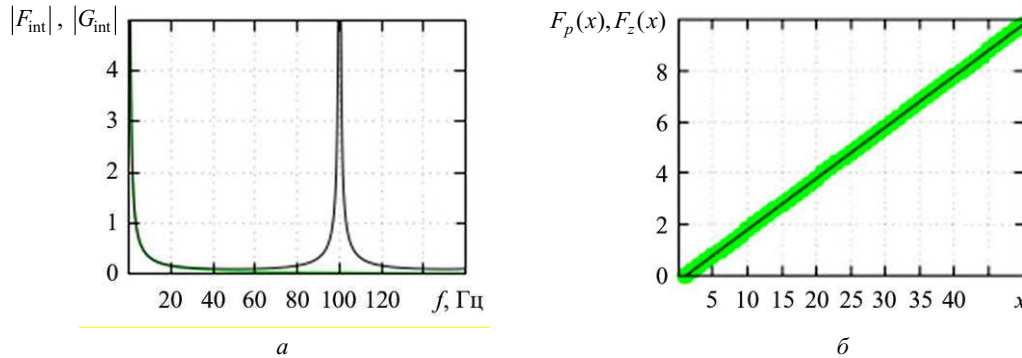


Рис. 1

Как видим (см. рис. 1, а), при превышении определенного частотного порога характеристики интеграторов демонстрируют систематическое расхождение, максимальное значение которого наблюдается на частоте Найквиста. В связи с этим при наличии быстрых движений, маневров летательного аппарата и вибраций возникает значительная погрешность определения смещения, которая накапливается со временем. Для приближения к идеальному интегратору может быть применен метод более высокого порядка.

Следует отметить, что первый интеграл определяет скорость, а второй – смещение (перемещение) относительно заданных начальных условий. Далее рассматриваются возможные варианты реализации отдельных интеграторов по каналам скорости и перемещения для различных порядков интегрирования.

Рассмотрим наличие нуля в передаточной функции. Как и ранее, введем общую передаточную функцию в виде

$$Q(z) = \frac{c_1 z + c_0}{z - 1}. \quad (9)$$

Для сравнения частотных характеристик можно перейти к комплексно-частотной характеристике с использованием выражений (4). Для непрерывной передаточной функции  $N(p)$  получаем формулу для комплексно-частотной характеристики, используя первую формулу из выражений (6).

Подстановка второй формулы из выражения (4) в дискретную передаточную функцию дает следующее выражение в общем виде:

$$Q(f) = \frac{j c_1 \sin\left(\frac{2\pi f}{fd}\right) + c_1 \cos\left(\frac{2\pi f}{fd}\right) + c_0}{j \sin\left(\frac{2\pi f}{fd}\right) + \cos\left(\frac{2\pi f}{fd}\right) - 1}. \quad (10)$$

Далее рассматривается величина, обратная выражению (10), с целью исключить сингулярность в точке  $f = 0$ . Потребуем, чтобы скорость изменения составляющих комплексно-частотной характеристики

была одинаковой на нулевой частоте. Используется производная в этой точке; соответствующие значения приведены в выражениях

$$\left|N(f)^{-1}\right|_{f=0} = \frac{2j\pi}{Ki}; \left|Q(f)^{-1}\right|_{f=0} = \frac{2j\pi}{(c_1+c_0)fd}.$$

Также находятся производные на частоте Найквиста:

$$\frac{d}{df}N(f)\Big|_{f=fd/2} = \frac{2iKi}{\pi fd^2}; \frac{d}{df}Q(f)\Big|_{f=fd/2} = \frac{j\pi(c_1+c_0)}{2fd}. \quad (11)$$

Общее уравнение запишется как

$$\frac{2\pi}{Ki} = \frac{2\pi}{(c_1+c_0)fd}; \frac{2Ki}{\pi fd^2} = \frac{\pi(c_1+c_0)}{2fd}. \quad (12)$$

Следует отметить, что для равенства производных решения не существует, поэтому запишем следующее выражение для вспомогательного коэффициента, удовлетворяющего равенству производных на нулевой частоте:

$$\frac{2j\pi}{Ki} = \frac{2j\pi}{(c_1+c_0)fd}; -\left(\frac{Ki}{\pi fd}\right) = -\left(\frac{c_0-c_1}{2}\right). \quad (13)$$

Решением будет

$$c_0 = \frac{(\pi+2)Ki}{2\pi fd}; c_1 = \frac{(\pi-2)Ki}{2\pi fd}. \quad (14)$$

Передаточная функция выразится как

$$\frac{Ki(\pi z - 2z + \pi + 2)}{2\pi fd(z-1)}. \quad (15)$$

Далее задается вектор численных параметров  $Ki = 10$ ,  $fd = 100$ ,  $f_0 = 30$ , из которого определяются значения коэффициентов  $c_0 = 0,08183$ ,  $c_1 = 0,01817$ .

Общий вектор численных параметров используется для моделирования.

Амплитудно-частотные характеристики для непрерывной и дискретизированных передаточных функций представлены следующим образом:

$$\frac{|Ki|}{2\pi f}; \frac{\sqrt{2c_0c_1\cos\left(\frac{2\pi f}{fd}\right) + c_1^2 + c_0^2}}{\sqrt{2}\sqrt{1 - \cos\left(\frac{2\pi f}{fd}\right)}}. \quad (16)$$

График амплитудно-частотных характеристик по выражениям (16) представлен на рис. 2.

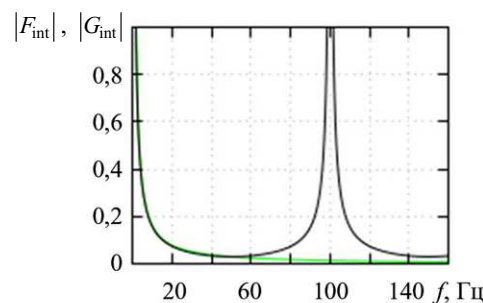


Рис. 2

Реакция на синусоидальное воздействие и единичную ступеньку для теоретических значений идеального и дискретизированного интеграторов представлена на рис. 3. Значения приведены к номеру отсчета  $x$ .

Рассмотрены переходные характеристики системы. На рис. 3, *а* представлено сопоставление выходных сигналов идеального и дискретизированного интеграторов при синусоидальном входном воздействии, на рис. 3, *б* показано вычисление их разности. Также проанализирован случай единичного входного воздействия. На рис. 3, *в* приведен выходной сигнал, а на рис. 3, *г* – разность между откликами идеального и дискретизированного интеграторов для данного воздействия.

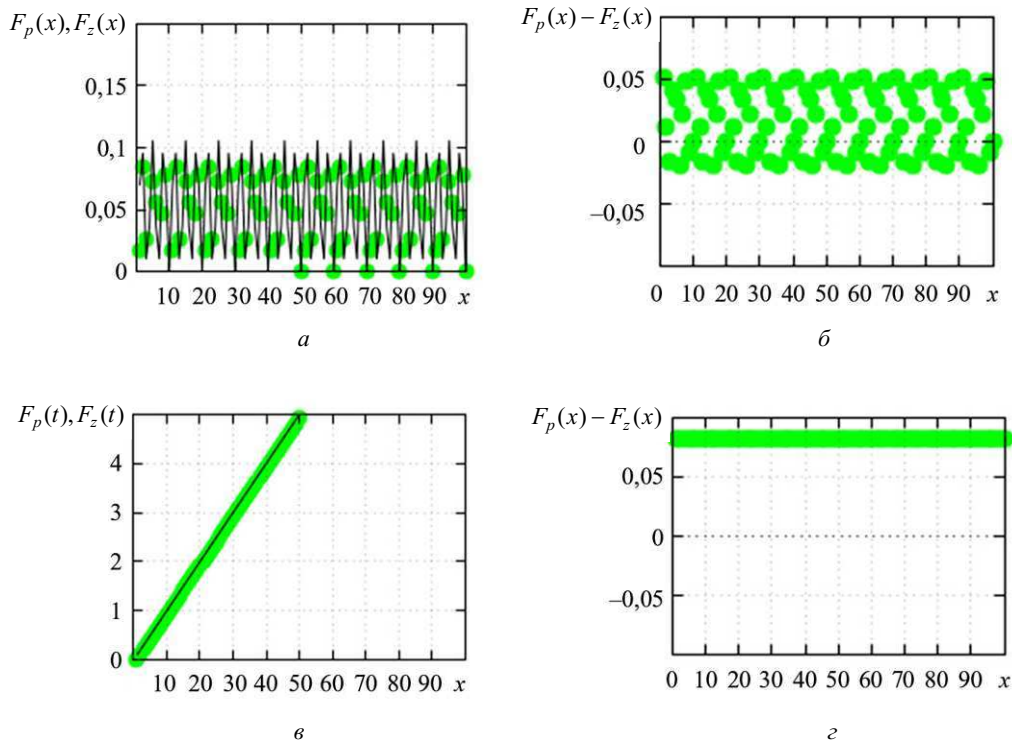


Рис. 3

Далее рассматривается интегрирующее звено, содержащее нуль второго порядка в дискретном виде, являющийся КИХ-составляющей.

Передаточная функция в общем виде записывается как

$$Q(z) = \frac{c_2 z^2 + c_1 z + c_0}{z - 1}. \quad (17)$$

Подстановка в дискретную передаточную функцию дает выражение

$$\frac{j c_2 \sin\left(\frac{4\pi f}{fd}\right) + c_2 \cos\left(\frac{4\pi f}{fd}\right) + j c_1 \sin\left(\frac{2\pi f}{fd}\right) + c_1 \cos\left(\frac{2\pi f}{fd}\right) + c_0}{j \sin\left(\frac{2\pi f}{fd}\right) + \cos\left(\frac{2\pi f}{fd}\right) - 1}. \quad (18)$$

Потребуем, чтобы скорость изменения составляющих комплексно-частотной характеристики была одинаковой на частоте Найквиста. Используется производная функции и значения непосредственно самой функции на частоте Найквиста, что можно записать следующим образом:

$$\frac{d}{df} N(f)_{f=fd/2} = \frac{2jKi}{\pi fd^2}; \quad Q(f)_{f=fd/2} = \frac{2j\pi}{(c_2 + c_1 + c_0)fd};$$

$$\frac{d}{df} Q(f)^{-1} \Big|_{f=fd/2} = - \left( \frac{j\pi(3c_2 - c_1 - c_0)}{2fd} \right). \quad (19)$$

Производится расчет второй производной на нулевой частоте:

$$\frac{d^2}{df^2} Q(f)^{-1} \Big|_{f=fd/2} = \frac{4\pi^2 (3c_2 + c_1 - c_0)}{(c_2 + c_1 + c_0)^2 fd^2}. \quad (20)$$

В итоге получается следующая система уравнений, удовлетворяющая равенству первой и второй производных на нулевой частоте:

$$c_0 = \frac{(3\pi^2 - 4)Ki}{4\pi^2 fd}; \quad c_1 = \frac{2Ki}{\pi^2 fd}; \quad c_2 = \frac{(\pi^2 - 4)Ki}{4\pi^2 fd}. \quad (21)$$

При численных параметрах  $Ki = 10$ ,  $fd = 100$ ,  $A = 1$ ,  $f_0 = 30$  коэффициенты определяются как  $c_0 = 0,06487$ ,  $c_1 = 0,02026$ ,  $c_2 = 0,01487$ .

Результирующая амплитудно-частотная характеристика интегратора в дискретном виде с корректирующим звеном на нулевой частоте представлена на рис 4.

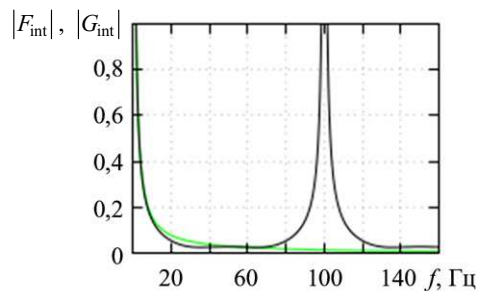


Рис. 4

Обратное преобразование Лапласа для синусоидального воздействия на интегратор в численной форме имеет вид

$$\frac{\cos(60\pi t) - 1}{6\pi}.$$

Переходные характеристики дискретизированного и идеализированного непрерывного сигналов после прохождения звена интегратора с нулями второго порядка представлены на рис. 5:  $a$  – выходное значение для дискретизированного сигнала при синусоидальном входном воздействии;  $b$  – разница между выходным идеальным сигналом и дискретизированным при постоянном входном воздействии (с целью упрощения обозначена как  $F_{z2}(x)$ ).

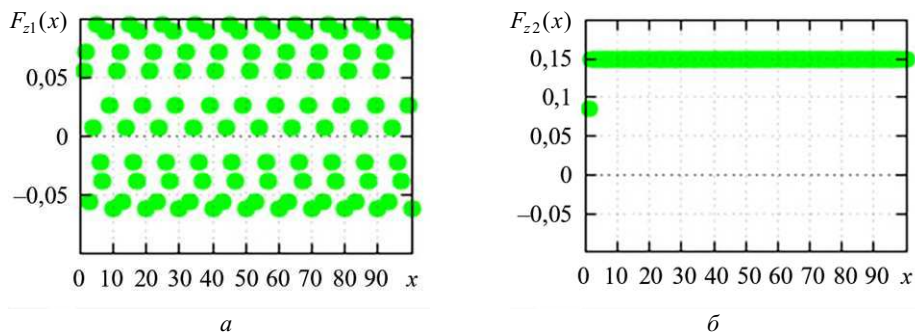


Рис. 5

Далее исследуется интегратор второго порядка, применяемый в задаче восстановления пространственной координаты летательного аппарата на основе измерений его ускорения. Следует учесть, что каскад интеграторов первого порядка может иметь меньшую точность, чем решение задачи в общем ви-

де. В связи с этим интегратор первого порядка следует использовать для нахождения мгновенной скорости, а интегратор второго порядка – отдельно для координаты. Передаточные функции представлены в следующем виде:

$$N(f) = \frac{Ki}{p^2}; Q(f) = \frac{c_2 z^2 + c_1 z + c_0}{(z-1)^2}. \quad (22)$$

Комплексно-частотная характеристика принимает простое действительное выражение для непрерывного двойного интегратора  $\frac{Ki}{4\pi^2 f^2}$ .

Дискретизированный вариант комплексно-частотной характеристики представлен как

$$\frac{j c_2 \sin\left(\frac{4\pi f}{fd}\right) + c_2 \cos\left(\frac{4\pi f}{fd}\right) + j c_1 \sin\left(\frac{2\pi f}{fd}\right) + c_1 \cos\left(\frac{2\pi f}{fd}\right) + c_0}{\left(2 \cos\left(\frac{2\pi f}{fd}\right) - 2j\right) - \sin\left(\frac{2\pi f}{fd}\right) + 2 \cos\left(\frac{2\pi f}{fd}\right)^2 - 2 \cos\left(\frac{2\pi f}{fd}\right)}. \quad (23)$$

Далее находятся производные от обратных передаточных функций (24) на частоте Найквиста:

$$\frac{d}{df} N(f)^{-1} \Big|_{f=fd/2} = -\left(\frac{4\pi^2 fd}{Ki}\right); \frac{d}{df} Q(f)^{-1} \Big|_{f=fd/2} = -\left(\frac{8\pi(c_2 c_0)}{(c_2 c_1 + c_0)^2 fd}\right). \quad (24)$$

На нулевой частоте

$$\frac{d}{df} N(f)^{-1} \Big|_{f=0} = -\left(\frac{8\pi^2}{Ki}\right); \frac{d}{df} Q(f)^{-1} \Big|_{f=0} = -\left(\frac{8\pi^2}{(c_2 + c_1 + c_0) fd^2}\right). \quad (25)$$

Также рассматривается вариант первой и второй производных на частоте Найквиста (26):

$$\frac{d}{df} N(f) \Big|_{f=fd/2} = \frac{4Ki}{\pi^2 fd^3}; \frac{d}{df} Q(f)^{-1} \Big|_{f=fd/2} = \frac{j\pi(c_2 - c_0)}{2fd}. \quad (26)$$

В итоге составляется система уравнений для коэффициентов:

$$-\left(\frac{8\pi^2}{Ki}\right) = \left(\frac{8\pi^2}{(c_2 + c_1 + c_0) fd^2}\right); \left(\frac{4\pi^2 fd}{Ki}\right) = -\left(\frac{8\pi(c_2 c_0)}{(c_2 - c_1 + c_0)^2 fd}\right);$$

$$\left(\frac{Ki}{\pi^2 fd^2}\right) = \frac{c_2 - c_1 + c_0}{4}. \quad (27)$$

Решением будут следующие зависимости для коэффициентов:

$$c_0 = \frac{(\pi^3 - 4\pi - 16)Ki}{4\pi^3 fd^2}; c_1 = \frac{(\pi^2 + 4)Ki}{2\pi^2 fd^2}; c_2 = \frac{(\pi^3 - 4\pi + 16)Ki}{4\pi^3 fd^2}. \quad (28)$$

Для численных параметров  $Ki = 10$ ,  $fd = 100$ ,  $A = 1$ ,  $f_0 = 20$  коэффициенты будут равны  $c_0 = 1,967 \cdot 10^{-5}$ ,  $c_1 = 7,026 \cdot 10^{-4}$ ,  $c_2 = 2,777 \cdot 10^{-4}$ .

Амплитудно-частотная характеристика для непрерывного двойного и дискретизированного интеграторов представлена на рис. 6.

Результатом обратного преобразования Лапласа на двойной интегратор будет  $-\left(\frac{\sin(40\pi t) - 40\pi t}{160\pi^2}\right)$ .

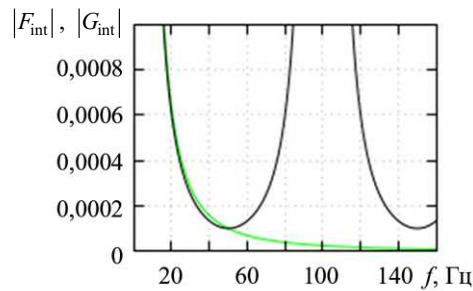


Рис. 6

В идеальной непрерывной модели, характеризующейся наличием пульсаций, наблюдается дрейф постоянной составляющей, тогда как переменная составляющая воспроизводится с удовлетворительной точностью. Это иллюстрирует рис. 7. На рис. 7, а приведены выходные сигналы идеального двойного и дискретизированного интеграторов при синусоидальном входном воздействии, на рис. 7, б – их разностная характеристика. Аналогичный анализ выполнен для единичного входного воздействия: на рис. 7, в представлен выходной сигнал, на рис. 7, г – разность между откликами идеального и дискретизированного интеграторов в данном случае.

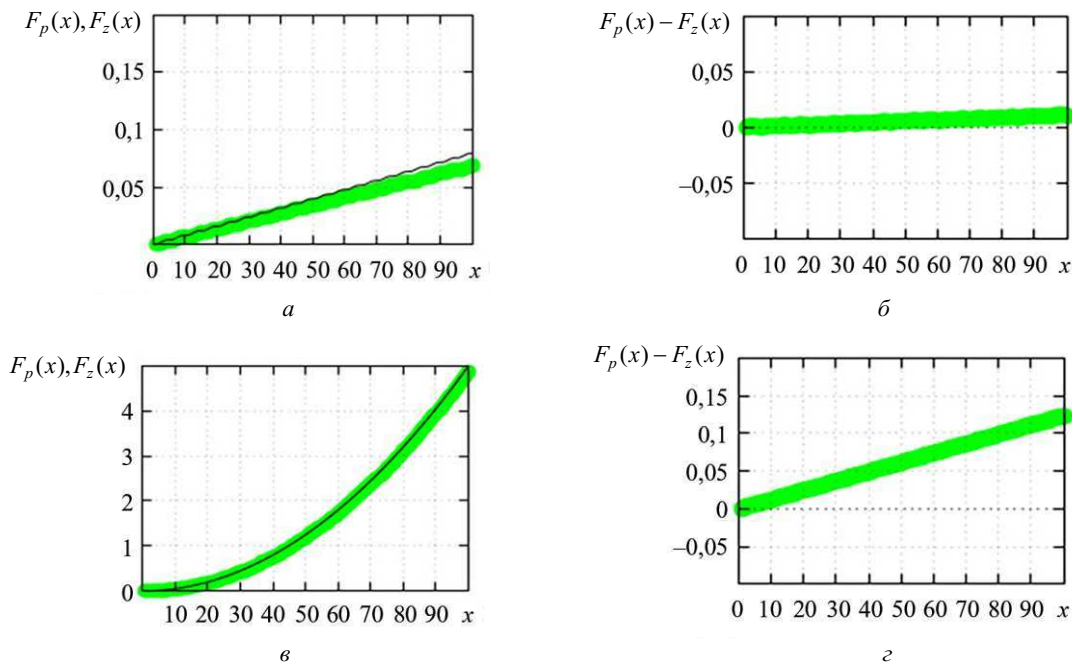


Рис. 7

Таким образом, представлен метод аппроксимации интеграторов первого и второго порядка, базирующийся на использовании дискретных передаточных функций. Предложенный подход позволяет определять скорость беспилотного летательного аппарата и его локальные координаты в режиме реального времени. Продемонстрирована высокая динамическая точность предлагаемого подхода, которая обеспечивает приближение к характеристикам идеального интегратора при фиксированной частоте квантования сигналов локальной инерциальной навигационной системы с учетом присущего ей запаздывания отклика.

Настоящая работа выполнена при финансовой поддержке Правительства Тульской области (грант Правительства Тульской области в сфере науки и техники № ДС/166).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Athukorala A.B.U., Perera P.C. Improved Matched Pole Zero Mapping Method for Design of Discrete Controllers // Proc. of the International Conference on Industrial and Information Systems, Aug. 9–11, 2007, Peradeniya, Sri Lanka. P. 451–454.

2. *Derby J.H.* Comments on “On the Design of Pole-Zero Approximations Using a Logarithmic Error Measure” // IEEE Transactions on Signal Processing. 1996. Vol. 44. Iss. 7. P. 1811–1813.
3. *Venkataraman A., Oppenheim A.V.* Signal Approximation Using the Bilinear Transform // IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, March 30 – April 4, 2008, Las Vegas, USA. P. 3729–37324.
4. *Vuerinckx R. et al.* Obtaining Accurate Confidence Regions for Estimated Zeros and Poles in System Identification Problems // Proc. of the 37th IEEE Conference on Decision and Control, Dec. 18, 1998, Tampa, USA. P. 4464–4469.
5. *Ionescu T.C., Iftime O.V., Necoara I.* Optimal Time-Domain Moment Matching with Partial Placement of Poles and Zeros // Proc. of the European Control Conference, May 12–15, 2020, Saint-Petersburg, Russia. P. 1769–1774.
6. *Mansour M.M., Mehrotra A.* Reduced-Order Modeling Based on Prony’s and Shank’s Methods via the Bilinear Transformation // Proc. of the 4th International Symposium on Quality Electronic Design, March 24–26, 2003, San Jose, USA. P. 299–304.
7. *Venkata Yaramasu, Bin Wu.* Mapping of Continuous-Time Models to Discrete-Time Models // Model Predictive Control of Wind Energy Conversion Systems. IEEE Press, 2017. P. 207–234.
8. *Кабанов С.А., Митин Ф.В.* Координация группы беспилотных летательных аппаратов при взлете // Изв. вузов. Авиационная техника. 2025. № 3. С. 44–54.
9. *Тарасов А.З., Тихонов В.Н.* Виртуальная модель динамики маневренного самолета // Изв. вузов. Авиационная техника. 2025. № 2. С. 89–96.

Поступила в редакцию 2.12.25

После доработки 3.12.25

Принята к публикации 3.12.25

## A High-Order Integrator for Reconstructing the Local Path of an Unmanned Vehicle Using Signals from Inertial Sensors

V.A. ZVONAREV<sup>1</sup> AND A.V. LEONT’EV<sup>2</sup>

<sup>1</sup> OOO Design Bureau “Center for Unmanned Systems“, Tula

<sup>2</sup> Plekhanov Russian University of Economics, Moscow

*A discrete integrator implementation based on first- and second-order digital filters is presented, closely matching the ideal integrator for reconstructing the local velocity and path of an aerial vehicle. First- and second-order integrators are investigated, and specific performance criteria are formulated using frequency conditions at the zero point and Nyquist frequency, using direct values, as well as derivatives of complex-frequency characteristics with their Taylor series approximation. A reduction in dynamic error is demonstrated, which improves local navigation, especially under conditions where the sampling period is relatively long and commensurate with the time constant of the aircraft physical position change.*

**Poles and zeros matching, Tustin transform, resonant controller, transfer function approximation, complex-frequency characteristic**

## Алгоритм распознавания объектов следования и авиагоризонта на основе предварительной обработки изображения для нейросети малой емкости

*Решается задача поддержания беспилотного летательного аппарата в пространстве за счет применения ориентиров и вычисления примерной скорости с использованием пиксельного потока. Рассмотрена реализация алгоритмов первичной обработки изображений с использованием одномерных цифровых фильтров, адаптированных для цифровой образовательной среды. Для повышения производительности использованы методы замены старших разрядов операндов младшими, индексная арифметика и методы с использованием идентификаторов графических объектов, замена нелинейных операций бинарными. Разработаны алгоритмы выделения линий на изображении, траекторий на основе линий, образующих разомкнутые или замкнутые контуры. Произведен синтез искусственной нейронной сети для распознавания произвольных классов полигонов с применением средств искусственного интеллекта.*

**Д.А. ЗВОНАРЕВ**  
(ООО «Конструкторское бюро "Центр беспилотных систем"», Тула),  
**Т.Ю. ЖОРАЕВ**,  
канд. техн. наук  
(Институт МПСУ НИУ МИЭТ, Москва)  
TimurZJ@gmail.com

**Детектирование линий, обработка изображений, детектирование объектов, распознавание изображений, классификация объектов**

В настоящее время наблюдается тенденция к расширению применения искусственных нейронных сетей в бортовых вычислительных системах. Вместе с тем производительность бортового компьютера ограничена жесткими требованиями к массогабаритным характеристикам и удельному энергопотреблению. Как правило, микрокомпьютер с уровнем энергопотребления порядка 25 Вт характеризуется объемом, не превышающим 1 дм<sup>3</sup>, и соответствующими ограничениями по массе. Также необходимо наличие специального теплоотвода в ограниченном пространстве летательного аппарата. Системы компьютерного зрения широко распространены, и используются в основном алгоритмы, основанные на преобразовании Хафа [1–3], с первичной обработкой с использованием гауссовского фильтра [4], аппроксимации прямой линией [5], метода наименьших квадратов [6], преобразования контуров [7]. В работе [8] приводятся элементы реализации, сопряженные с относительно высокими требованиями к бортовому вычислителю или необходимости учета специальных условий построения трека. Методика [9] заключается в создании модели по восстановлению динамики полета. Однако с возможным наличием визуальных датчиков или их эквивалентов и предлагаемой методики можно реализовать классификацию и выявить характер деформаций планера с соответствующей коррекцией управления. В работе [10] исследуются способы реализации передаточных функций, аналогичных применяемым в предлагаемом методе, однако ориентированных на обработку визуальных сигналов. Представленная в работе [11] система управления в общем виде потенциально может использовать данные о координатах, поступающие с рассматриваемой системы технического зрения. Первичная обработка изображений использует различные виды двумерных КИХ- и БИХ-фильтров, в основном Собеля. Также могут применяться каскады Хаара для выделения необходимых сущностей, составляющих базовые примитивы объекта.

Целью данной работы является оптимизация алгоритмов первичной обработки и выделения линий с использованием цифровых сигнальных процессоров и многопоточных архитектур. При реализации алгоритмов могут применяться малоразрядная целочисленная арифметика и операции деления со сдвигом. Для формирования алгоритма распознавания используется агент искусственного интеллекта для получения необходимого кода, составления модели искусственной нейронной сети, а также для обучения.

Первичная обработка изображения заключается в выделении границ объектов. Это можно осуществить с помощью фильтров Собеля, но при размытии изображения требуются схемы высокого порядка или передискретизация. Используется БИХ-фильтр, который легко реализуется на цифровых сигнальных

процессорах и представляет собой передаточную функцию и реализацию фильтра на основе рекуррентного соотношения

$$F(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1}}; \quad (1)$$

$$y_n = b_0 x_n + b_1 x_{n-1} - a_1 y_{n-1}.$$

С использованием подстановки  $z = e^{j2\pi f / fd}$  определяется комплексно-частотная характеристика. Затем комплексная экспонента преобразуется по формуле Демуара – Эйлера в синус – косинус. Для фильтра низкой частоты можно сформулировать критерий в виде  $F(f) = 1$ ,  $f = 0$ , а также  $F(f_N) = 0$  для значения  $f_N = fd / 2$ , где  $f_N$  – частота Найквиста;  $fd$  – частота дискретизации. Для фильтра высокой частоты  $F(0) = 0$ ,  $F(f_N) = 1$ . Решение для фильтра низкой частоты в виде коэффициентов  $b_0 = (a_1 + 1)/2$ ,  $b_1 = b_0$ , фильтра высокой частоты – в виде  $b_0 = (a_1 + 1)/2$ ,  $b_1 = -b_0$ . Частота дискретизации формально принята равной единице или одному пикселю следования. Коэффициент  $a_1 \in [-1, 0]$  определяет постоянную времени относительно следования пикселей. Фильтрация производится по строкам и столбцам. Следующая последовательность действий используется для получения выходного массива  $Q$ :

$$P_{j,i} = 0, Q_{j,i} = 0;$$

$$P_{j,i} = b_0 V_{j,i} + b_1 V_{i,i-1} - a_1 P_{j,i-1}, i \in [1, N];$$

$$Q_{j,i} = |P_{j,i}|;$$

$$P_{j,i} = b_0 V_{j,i} + b_1 V_{i,i+1} - a_1 P_{j,i+1}, i \in [N, 1];$$

$$Q_{j,i} \leftarrow Q_{j,i} + |P_{j,i}|, P_{j,i} = 0;$$

$$P_{j,i} = b_0 V_{j,i} + b_1 V_{j-1,i} - a_1 P_{j-1,i}, j \in [1, M];$$

$$Q_{j,i} \leftarrow Q_{j,i} + |P_{j,i}|; \quad (2)$$

$$P_{j,i} = b_0 V_{j,i} + b_1 V_{j-1,i} - a_1 P_{j-1,i}, j \in [M, 1];$$

$$Q_{j,i} \leftarrow Q_{j,i} + |P_{j,i}|,$$

где  $V$  – входной массив точек изображения;  $P$  – вспомогательный массив.

Выбирается коэффициент  $a_1 = 0,25$ , что соответствует полосе пропускания в 2–3 пикселя. Входное изображение 8 бит (размер –  $N = 640$ ,  $M = 480$ ) преобразовано в черно-белый формат, значение величины яркости пикселя от 0...255.

Далее производится нелинейное насыщение, определяемое формулой

$$S(q) = \frac{q^2}{q^2 + k^2}, \quad (3)$$

где  $k$  – уровень насыщения. Основное свойство этой функции заключается в том, что для любой интенсивности пикселя  $p$  в массиве  $Q_{j,i}$  значение будет стремиться к  $1/k$ .

Результат вычисляется с использованием вещественного числа, при этом  $S(q) \in [0, 1]$ , квадрат может быть заменен с использованием абсолютного значения. Для целочисленной восьмибитной арифметики восьмиуровневое деление  $A/B$  реализуем зависимыми арифметическими сдвигами  $A \gg (B \gg 5)$ , производя оптимизацию вычислений. С использованием коррекции двоичными операциями постеризация по уровню производится наиболее эффективно за счет соответствующих инструкций процессора.

Функция конвертирует значения с плавающей запятой или фиксированной точкой в беззнаковое восьмьбитное представление. Это можно представить как  $F2B(q) = \lfloor q \rfloor \bmod 2^8$ , что характеризует отсечение дробной части и взятие остатка от деления. Для вычисления и выделения границ резкости используется функция  $Sd(q) = \frac{F2B(S(q)m)}{2}$ , где  $m \in (2,01; 2,3)$ . Так, для  $Sd(p)$  значения 1 – резкий переход, 0 – для сглаженных линий.

Приведем результат данного преобразования.

На рис. 1, *a* представлены тестовые фигуры, на рис. 1, *б* – выделение контуров с использованием цифрового фильтра производной по горизонтали (наблюдается отсутствие вертикальных линий), на рис. 1, *в* – результат выделения путей алгоритмом с поиском ближайших значений.

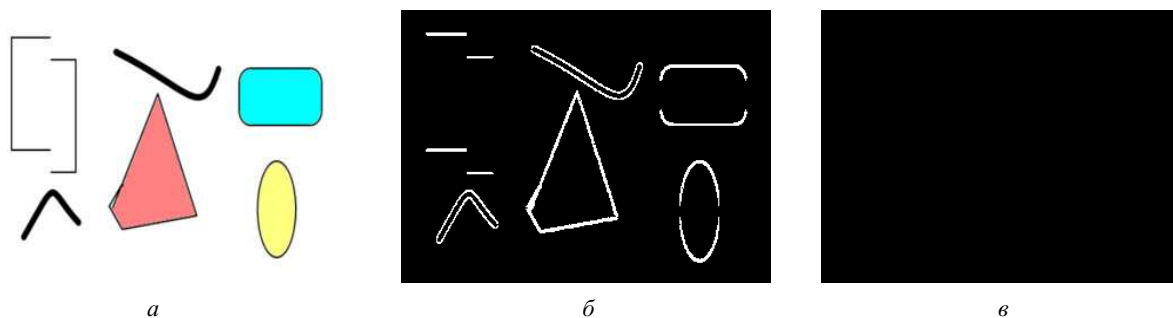


Рис. 1

Результирующий массив формируется как  $Edg = Sd(Q_{i,j})$ .

Путь в виде простой линии формируется как усреднение ребра из нескольких пикселей. Применяется сканирующий алгоритм.

Массивы ребер  $Edg$  и линий  $Crv$  являются входным и выходным. Оба массива имеют элементы 8 бит. Условное значение  $G$  0 для «ложь» и не 0 для «истина». Приведем алгоритм формирования тонкой линии:

For  $i \in [0, N)$ :

$c \leftarrow 0, Crv_{\{0,i\}} \leftarrow 0, js \leftarrow 0$

For  $j \in (1, M]$ :

If  $Edg_{\{i,j\}} > 0$ :

$c \leftarrow c + 1$

Else:

If  $Cnt > 0$ :

$Crv_{\{\frac{js+j-1}{2}, i\}} = G$

$js \leftarrow j, c \leftarrow 0$

If  $Cnt > 0$ :

$Crv_{\{\frac{js+M-2}{2}, i\}} = G,$

а также с использованием метода идентификаторов, при котором осуществляется разметка на отдельные пути:

$ds_{\{j,i\}} = 0\%$  Выходной массив 32 бит

For  $i \in [1, N)$ :

For  $j \in [1, M)$ :

```

If Crv{i,j} :
If Ids{j,i-1} :
Ids{j,i} ← Ids{j,i-1} % Сохранение нового ID
Else if Ids{j-1,i-1} :
Ids{j,i} ← Ids{j-1,i-1}
Else if Ids{j+1,i-1} :
Ids{j,i} ← Ids{j+1,i-1}
Else :
ds{j,i} ←  $j \cdot 2^{16} + i$  % Инструкция сдвига
Curves.push ← [i, j] % Сохранение начала пути

```

Переменная Curves содержит координаты начала и конца линии.

На рис. 2 представлен результат работы алгоритма: *a* – результат сборки линий; *b* – результат, визуализирующий пути.

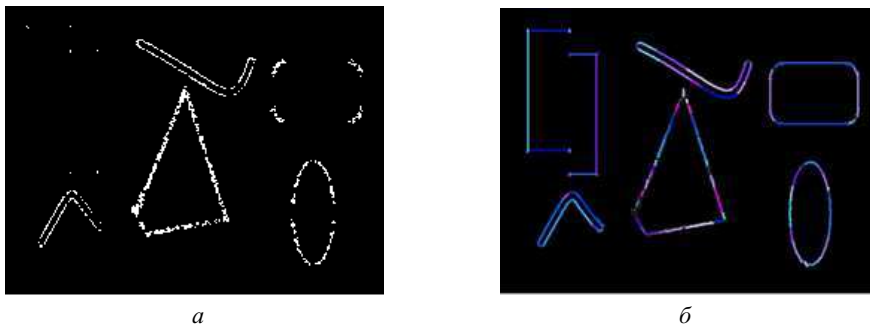


Рис. 2

Путь – это массив, содержащий относительные координаты точек (0, 0). Имеется вспомогательный массив начала путей в экранных координатах XY. Каждый путь представлен как функция  $y = f(x)$ , при этом  $f(0) = 0$ .

Пример приведен на рис. 3. Здесь: 1, 2, 4 – горизонтальные пути; 3 – вертикальный путь.

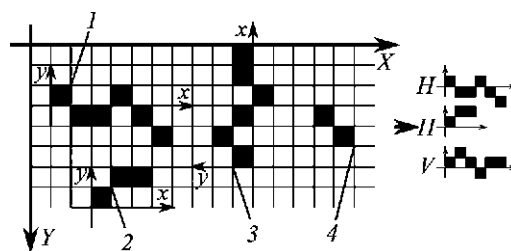


Рис. 3

Приведем алгоритм формирования пути:

```

P = ∅
For e ∈ Curves :
[j, i] ← e, Id1 ← Ids{j,i}, Ctr = 0, Td.push ([j, i])
Iter : % Td – временный массив
For h ∈ [0, 1]:
For v ∈ [-1, 1]:

```

```

If  $(v = 0) \cdot (h = 0) : \text{continue}$ 
ID = Ids $\{j+v, i+h\}$ 
If ID = 0 : continue
If ID = ID $_1$  :
Ctr  $\leftarrow$  Ctr + 1,  $[j, i] \leftarrow [j + v, i + h]$ , Td.push( $[j, i]$ )
go to Iter
P.push(Td) % Новые точки пути

```

Для выделения линий используется алгоритм, основанный на гистерезисе.

На рис. 4, а представлен простейший алгоритм (или его эквивалент), заключающийся в построении линии на основе начала и конца образующей кривой или ее фиксированных промежуточных точек. Изображенная на рис. 4, б совокупность линий (сформированная при отключенном гистерезисе) отличается высокой численностью составляющих элементов. При этом указанная совокупность не отражает в минимальной степени динамику изменения рассматриваемой кривой. На рис. 4, в представлены сигналы, которые обработаны алгоритмом многоуровневого гистерезиса. На рис. 4, г приведен результат работы алгоритма многоуровневого гистерезиса по скорости изменения заданной кривой.

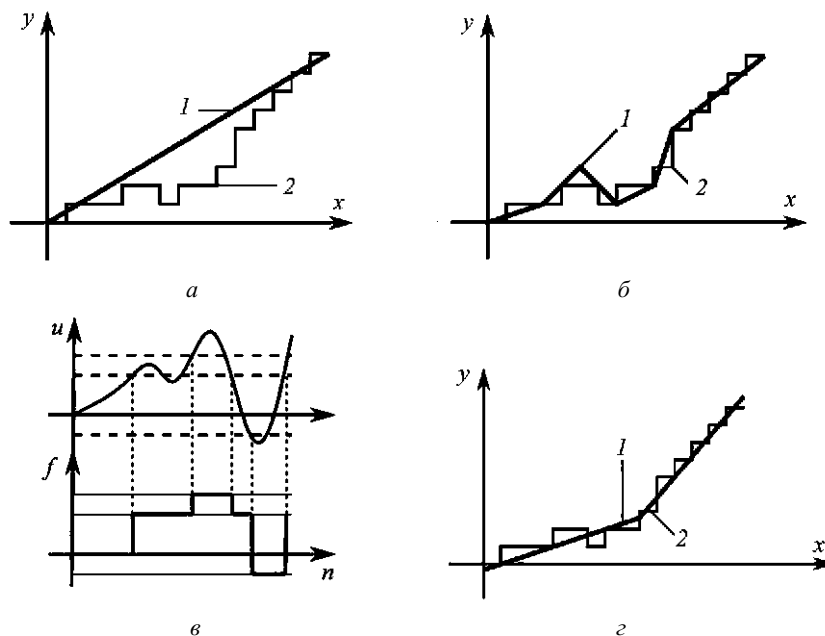


Рис. 4

Входная функция скорости изменения кривой  $u(n)$  сравнивается с уровнями  $f(n)$ . В целях фильтрации и сглаживания локальных значений применяется фильтр низких частот, характеризующийся параметром  $a_1 = 0,96$ . Для каждого  $n$ -го пиксельного отсчета используется рекурсивный БИХ-фильтр вида  $Lpf(n) = b_0 u_n + b_1 u_{n-1} - a_1 Lpf_{n-1}$ . Фильтрация осуществляется в прямом и обратном направлениях относительно массива данных, что обеспечивает формирование симметричной сглаженной кривой. По сути, применяемый фильтр низких частот функционирует как неидеальный интегратор, предназначенный для оценки скорости изменения указанной линии.

Приведем основной алгоритм формирования линий:

```

L = []
For  $e \in P$ :
 $j = 0, j_1 = 0, s = 0, s_1 = 0, m = 0, S = \text{len}(e)$ 

```

$j_0 = e_0 \cdot j, Ta = [].len(S), Td = Ta, Tdf = Td, Tav = Td$   
 For  $n \in [0, S)$ :  
 $Ta_n = (e_n \cdot j) - j_0\%$  относительное значение  $y$   
 For  $n \in [0, S - 1)$ :  
 $Td_n = Ta_{\{n+1\}} - Ta_n\%$  наклон линии  $\{-1, 0, 1\}$   
 $Td_S = Td_{\{S-1\}}$   
 $Lpf.u_{\{n-1\}} = 0, Lpf.f_{\{n-1\}} = 0\%$  нулевые НУ  
 For  $n \in [0, S)$ :  
 $Lpf.u_n = Td_n, Tdf_n = Lpf(n)\%$  плавающая запятая  
 $Lpf.u_{\{n-1\}} = 0, Lpf.f_{\{n-1\}} = 0\%$  нулевые НУ  
 For  $n \in [S, 0]$ :  $\%$  в обратном порядке  
 $Lpf.u_n = Td_n, Tav_n = Tdf_n + Lpf(n)\%$  среднее  
 $Tint = Tav \cdot 2^5\%$  преобразование в целое  
 $Th = Hyst(Tint)\%$  применение функции гистерезиса

...

$P_{\{01\}} = 13, N_{\{01\}} = 8, P_{\{12\}} = 20, N_{\{12\}} = 18$   
 $Hc = [], D_{\{01\}} = P_{\{01\}}, D_{\{12\}} = P_{\{12\}}$   
 For  $n \in [0, S]$ :  
 $s = Tint_n\%$  входной массив углов наклонов прямой  
 If  $s \leq -D_{\{12\}}$  :  
 $D_{\{01\}} = N_{\{01\}}, D_{\{12\}} = N_{\{12\}}, Hc_n = -2\%$  код  
 If  $(s > -D_{\{12\}}) \cdot (s < -D_{\{01\}})$  :  
 $D_{\{01\}} = N_{\{01\}}, D_{\{12\}} = P_{\{12\}}, Hc_n = -1$   
 If  $(s \leq -D_{\{01\}}) \cdot (s \leq D_{\{01\}})$  :  
 $D_{\{01\}} = N_{\{01\}}, D_{\{12\}} = N_{\{12\}}, Hc_n = 0$   
 If  $(s > D_{\{01\}}) \cdot (s < D_{\{12\}})$  :  
 $D_{\{01\}} = N_{\{01\}}, D_{\{12\}} = P_{\{12\}}, Hc_n = 1$   
 If  $s > D_{\{12\}}$  :  
 $D_{\{01\}} = N_{\{01\}}, D_{\{12\}} = N_{\{12\}}, Hc_n = 2$

На каждом участке производится выделение скорости роста. Затем входное значение относительных координат точек ломаной линии сравнивается со значениями уровней гистерезиса  $P_{01}, N_{01}, P_{12}, N_{12}$  и т. д. Количество уровней гистерезиса может быть произвольное, причем не обязательно равномерно расположенных. После этого формируются линии с учетом начальной и конечных координат отрезка, соответствующего заданной скорости  $[x_0, y_0], [x_1, y_1]$ , тем самым линия аппроксимирует фигуру по скорости изменения. Количество уровней скоростей определяет точность воспроизведения.

Приведем исходные пути и выходной результат после применения алгоритма гистерезиса.

Схема обработки результатов алгоритма выделения примитивов представлена на рис. 5:  $a$  – результат для исходной фигуры;  $b$  – область неба (детектируется средним цветом или общей яркостью);  $v$  – обработанные контуры (линии);  $z$  – пути с обработкой гистерезисом. Здесь: 1 – линия горизонта; 2 – пространство без контуров; 3 – наземные объекты. Далее объекты поступают на классификатор в виде искусственной нейронной сети.

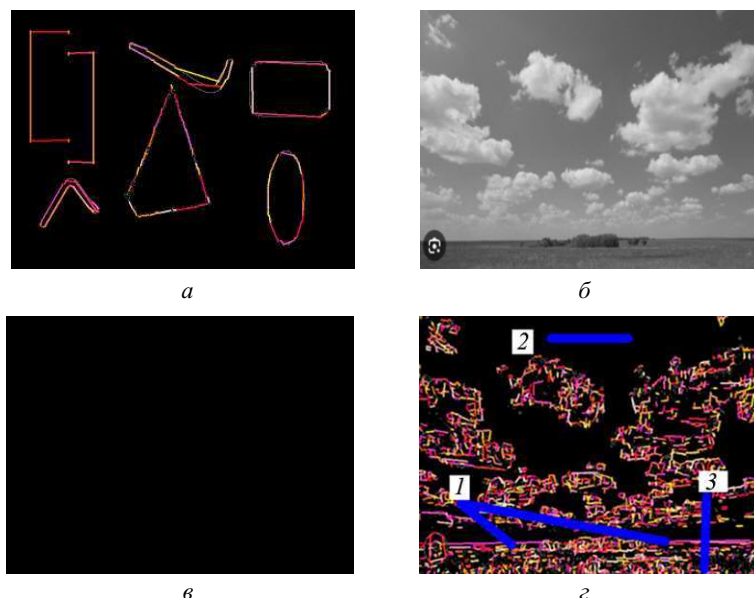


Рис. 5

На рис. 6 представлены основные объекты для идентификации: 1 – область с небольшим количеством артефактов, идентифицируемая как небо при нормальном положении аппарата с инерциальных датчиков; 2 – переходная область с единой линией, слабо изменяющейся покадрово; 3 – горизонт, условно идентифицируемый для согласования с распознаванием при стабильном полете при заданном тангаже/крене и малом отклонении по времени вектора тяготения (постоянная скорость).

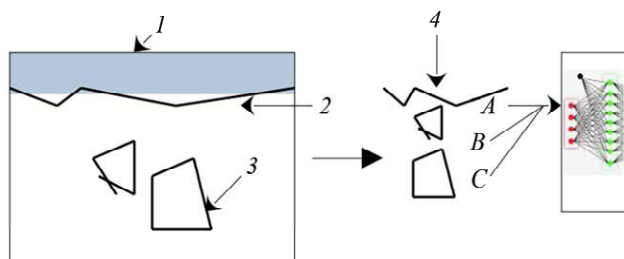


Рис. 6

Далее реализована последовательность, позволяющая синтезировать необходимую искусственную нейронную сеть.

Для формирования кода использовался инструмент искусственного интеллекта с промптами, или командами.

Начальная инициализация производилась с использованием следующих промптов:

- pytorch training for custom dataset list of x,y points
- make it for triangles and rectangle verticies
- make it for list of list of x,y coordinates
- make coordinates as list instead of tuple
- add some polygon with five verticies
- make it as single python file
- make test for this model
- add probability output for model

При превышении объемом скрипта порога приблизительно в 120–130 строк наблюдается возникновение феноменов, характерных для деградации эффективности искусственного интеллекта в условиях расширенного контекста.

В связи с этим необходимы были сделаны дальнейшие уточнения:

- train\_labels is absent
- test\_dataset is not defined
- forgot train\_labels and test\_labels
- make it for rectangle test instead of pentagon
- add test\_labels and train\_labels
- add compute of time of training

Далее при просьбе добавить еще один пентагон к тестовым данным:

add another one pentagon to training data,

а также для исправления переменных были использованы команды

- add test\_labels and train\_labels
- you are skip train\_labels and test\_labels

После этого необходимы явные указания и варьирование промптов для достижения результата.

Например, отсутствуют объявления переменных, для чего необходимо уточнить запрос в том или ином виде:

- you are forgot train\_labels and test\_labels
- add list to train\_labels and test\_labels

Для изменения метода можно использовать следующую команду:

use other method not Adam

Искусственный интеллект предлагает использовать метод стохастического градиентного спуска SGD в этой же модели.

Таким образом, искусственный интеллект для формирования кода ограничен локальной областью порядка 150 строк.

В перспективе подобного рода системы могут сами компилировать или направлять на исполнение скрипт с целью извлечения ошибок времени компиляции или времени выполнения.

Важным также является построение систем для локального кодирования с абстрактным описанием контекста и построения тестов на этой основе.

Следует отметить, что в качестве основы для построения алгоритмов перспективно использование не только фиксированного описания, но и необходимых запросов к искусственному интеллекту, позволяющих в той или иной мере подойти к непосредственной разработке прототипа решения задачи за минимальное время без необходимости дополнительного изучения большого объема данных, необходимых для начала работы с той или иной системой или библиотекой программирования (фреймворком).

В конечном итоге был реализован следующий подход.

Используется библиотека Python Torch.

Количество входных данных фигур для теста от 5 до 7.

Пример исходных данных для тренировки представлен в листинге 1:

```
train_features_raw = [  
    [[0.0, 0.0], [1.0, 0.0], [0.5, 1.0]], # 0: Triangle  
    [[10.0, 10.0], [12.0, 10.0], [12.0, 12.0], [10.0, 12.0]], # 1: Rectangle  
    [[5.0, 5.0], [6.0, 5.0], [6.5, 6.0], [6.0, 7.0], [5.0, 7.0]], # 2: Pentagon  
    [[1.0, 1.0], [2.0, 1.0], [1.5, 2.0]], # 0: Triangle  
    [[0.0, 0.0], [5.0, 0.0], [5.0, 5.0], [0.0, 5.0]], # 1: Rectangle  
    [[2.0, 2.0], [3.0, 2.0], [2.5, 4.0]] # 0: Triangle  
]
```

Данные для разметки:

```
train_labels = [0, 1, 2, 0, 1, 0]
```

Тестирующие данные представлены в листинге 2

```
test_features_raw = [  
    [[100.0, 100.0], [101.0, 100.0], [100.5, 101.0]], # 0: Triangle  
    [[50.0, 50.0], [52.0, 50.0], [52.0, 52.0], [50.0, 52.0]], # 1: Rectangle  
    [[1.0, 1.0], [2.0, 1.0], [2.5, 1.5], [2.0, 2.0], [1.0, 2.0]] # 2: Pentagon  
]
```

Основные параметры модели представлены в листинге 3. Используется искусственная нейронная сеть с функцией активации ReLU малой размерности:

```
torch.nn.Sequential(  
    torch.nn.Linear(input_dim, 32),  
    torch.nn.ReLU(),  
    torch.nn.Linear(32, output_classes)  
)  
  
model = MultiShapeClassifier(  
    TARGET_INPUT_DIM, OUTPUT_CLASSES  
)  
criterion = torch.nn.CrossEntropyLoss()  
optimizer = torch.optim.Adam(model.parameters(), lr=0.001)
```

Производилась тренировка модели для 100 эпох, как показано в листинге 4:

```
for epoch in range(NUM_EPOCHS):  
    model.train()  
    for batch_features, batch_labels in train_dataloader:  
        optimizer.zero_grad()  
        outputs = model(batch_features)  
        loss = criterion(outputs, batch_labels)  
        loss.backward()  
        optimizer.step()
```

В ходе работы модели был получен результат, представленный в листинге 5, – выводе диалога результата тренировки нейросети:

```
Starting training for 100 epochs...  
Epoch [20/100], Loss: 0.4919  
Epoch [40/100], Loss: 0.4669  
Epoch [60/100], Loss: 0.2196  
Epoch [80/100], Loss: 0.0947  
Epoch [100/100], Loss: 0.1734  
Training finished in 0.52 seconds.  
--- Single Sample Prediction ---  
Input coordinates: [[50.0, 50.0], [52.0, 50.0], [52.0, 52.0], [50.0, 52.0]]  
Probabilities (Tri, Rect, Pent): [[0. 1. 0.]]  
Predicted Class: Rectangle (ID: 1)
```

Таким образом, используя довольно простую искусственную нейронную сеть, можно реализовать выделение полигонов, соответствующих различным объектам, аппроксимируемым в виде набора точек. Для уточнения параметров искусственной нейронной сети используется следующая команда:

```
what are main parameters of nn at this model
```

В качестве ответа искусственный интеллект сформировал следующую последовательность для кода.

Параметры модели искусственной нейронной сети:

- TARGET\_INPUT\_DIM – размер входного вектора признаков (сглаженные координаты), определяется на основе наибольшей фигуры (пятиугольник – пять вершин, две координаты на вершину) – 10;
- OUTPUT\_CLASSES – размер конечного выходного слоя (один выходной нейрон на класс: треугольник, прямоугольник, пятиугольник) – 3;
- Hidden Layer Size – количество нейронов в одном скрытом слое (torch.nn.Linear (input\_dim, 32)) – 32.

Параметры обучения:

- NUM\_EPOCHS – количество полных проходов алгоритма обучения по всему набору данных обучения – 100;
- BATCH\_SIZE – количество обработанных образцов до обновления параметров модели – 2.
- Learning Rate (lr) – параметр оптимизатора, определяющий размер шага на каждой итерации при движении к минимуму функции потерь – 0,001.

Компоненты PyTorch:

- Optimizer torch.optim.Adam – конкретный алгоритм, используемый для корректировки весов модели на основе рассчитанных потерь;
- Loss Function torch.nn.CrossEntropyLoss() – функция, измеряющая, насколько точно выходные данные модели соответствуют целевым меткам (используется для многоклассовой классификации);
- Activation Function torch.nn.ReLU() – нелинейная функция, применяемая в скрытом слое, позволяет сети изучать сложные закономерности.

Для генерации модели со случайными фигурами был использован следующий промпт:

```
convert to random triangles pentagons and rectangles
```

Результат представлен в листинге 6:

```
def generate_random_triangle():
    # Generate 3 random (x, y) points within a range (e.g., 0 to 100)
    # This just generates random vertices, not necessarily a 'nice' shape
    vertices = np.random.uniform(0, 100, (3, 2)).tolist()
    return vertices

def generate_random_rectangle():
    # A simple way to generate a rectangle is defining a top-left corner and width/height
    x1, y1 = np.random.uniform(0, 90), np.random.uniform(0, 90)
    x2, y2 = x1 + np.random.uniform(5, 10), y1 + np.random.uniform(5, 10)
    vertices = [[x1, y1], [x2, y1], [x2, y2], [x1, y2]]
    return vertices

def generate_random_pentagon():
    # Generate 5 random (x, y) points
    vertices = np.random.uniform(0, 100, (5, 2)).tolist()
    return vertices
```

Для конвертации модели с другим оптимизатором и функцией активации можно использовать заданную функцию активации, например, общеупотребимую ReLU:

```
use SGD and ReLU please
```

Для вывода значения функции потерь можно применить промпт:

- convert loss output at scientific format
- make output of coordinates with two decimal sign

Результат вывода представлен в листинге 7 (результат тренировки с использованием случайных шаблонов):

```
Starting training for 200 epochs using SGD/ReLU with 300 samples...
```

```
Epoch [50/200], Loss: 0.0002
```

```
Epoch [100/200], Loss: 0.0000
```

```
Epoch [150/200], Loss: 0.0000
```

```
Epoch [200/200], Loss: 0.0001
```

```
Training finished in 2.22 seconds.
```

```
Accuracy of the model on the test shapes: 91.67 %
```

```
--- Single Sample Prediction ---
```

```
Input coordinates: [[40.078159102384156, 20.03066303715215], [46.3223908187186, 20.03066303715215], [46.3223908187186, 26.312439454453465], [40.078159102384156, 26.312439454453465]]
```

```
Probabilities (Tri, Rect, Pent): [[0. 1. 0.]]
```

```
Predicted Class: Rectangle (ID: 1)
```

```
Starting training for 200 epochs using SGD/ReLU with 300 samples...
```

```
Epoch [50/200], Loss: 3.0748e-02
```

```
Epoch [100/200], Loss: 9.7945e-03
```

```
Epoch [150/200], Loss: 5.9967e-03
```

```
Epoch [200/200], Loss: 2.9091e-03
```

```
Training finished in 2.51 seconds.
```

```
Accuracy of the model on the test shapes: 100.00 %
```

```
--- Single Sample Prediction ---
```

```
Input coordinates: [['80.08', '17.88'], ['89.24', '17.88'], ['89.24', '23.69'], ['80.08', '23.69']]
```

```
Probabilities (Tri, Rect, Pent): [[0.008 0.983 0.009]]
```

```
Predicted Class: Rectangle (ID: 1)
```

Для варьирования количества нейронов можно добавить параметр их количества:

```
add variable number of neurons to model
```

В ходе этого возникла ошибка в определении класса, которая была скорректирована промптом:

```
you have a mistake selfself
```

Следующие промпты позволяют визуализировать результат распознавания и сформировать тест для наклонных фигур:

```
- add graphical output for test
```

```
- modify for rotated rectangles
```

Результат представлен в листинге 8 (результат обучения для 64 нейронов и функции активации ReLU):

```
Starting training (64 neurons, rotated rectangles) for 200 epochs using SGD/ReLU...
```

```
Epoch [50/200], Loss: 3.4548e-04
```

```
Epoch [100/200], Loss: 7.9572e-04
```

```
Epoch [150/200], Loss: 1.5115e-05
```

```
Epoch [200/200], Loss: 1.2767e-05
```

```
Training finished in 4.69 seconds.
```

Accuracy of the model on the full test set (100 samples): 99.00 %

--- Single Sample Prediction (Graphical Output) ---

Input coordinates: [['89.62', '57.64'], ['73.28', '74.56'], ['64.80', '66.38'], ['81.14', '49.45']]

Probabilities (Tri, Rect, Pent): [[0. 1. 0.]]

Predicted Class: Rectangle (ID: 1)

Вывод результирующего полигона, в данном случае прямоугольника со случайным наклоном, представлен на рис. 7.

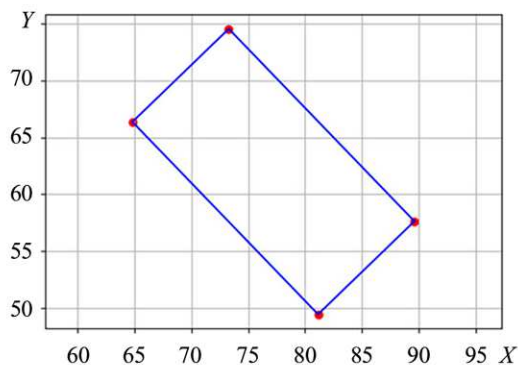


Рис. 7

Таким образом, в настоящее время применение искусственного интеллекта для синтеза непосредственно кода, а в будущем – абстрактных синтаксических деревьев программ является неотъемлемым инструментом для тестирования и прототипирования систем.

Распознавание примитивов может использоваться для нахождения авиагоризонта, детектирования простейших объектов на земле (здание, автомобиль), осуществления обхода препятствий за счет масштабирования форм объектов и восстановления трехмерной сцены. Предложенный метод позволяет использовать искусственную нейронную сеть минимальной емкости.

Таким образом, предлагается разработка алгоритма извлечения линий и путей из изображения с использованием арифметики, адаптированной для цифровой обработки сигналов и целочисленных вычислений. Предложена реализация предобработки, основанная на извлечении путей посредством использования индексной арифметики и идентификаторов на двумерной плоскости. Проведена реализация алгоритма для низкоразрядных вычислений с использованием замены операции деления арифметическими сдвигами. Показана эффективность и адаптивность алгоритма для малоразрядных ЭВМ, например программируемых логических интегральных схем с заменой операции деления сдвигом. Рассматриваемые алгоритмы характеризуются значительным потенциалом для их реализации в многопоточном исполнении.

В ходе эксперимента с применением искусственного интеллекта реализован тест, продемонстрировавший возможность идентификации геометрических примитивов с использованием простейшей искусственной нейронной сети, содержащей 32 и 64 нейрона. Данная архитектура может быть реализована при минимальных вычислительных затратах, соответствующих уровню микроконтроллеров общего назначения, и использована в бортовых системах с энергопотреблением, не превышающим 10 Вт и производительностью вычислительных средств порядка нескольких миллиардов операций в секунду.

Настоящая работа выполнена при финансовой поддержке Правительства Тульской области (Грант Правительства Тульской области в сфере науки и техники № ДС/166).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ma Jinrui et al. Research on the Method of Detecting the Rail Marking of Road-Rail Vehicle Based on Image Enhancement // Proc. of the IEEE International Conference on Advances in Electrical Engineering and Computer Applications, Aug. 25–27, 2020, Dalian, China. P. 918–922.

2. Rani G.E., Murugeswari R., Rajini N. Edge Detection in Scanning Electron Microscope (SEM) Images Using Various Algorithms // Proc. of the 4th International Conference on Intelligent Computing and Control Systems, May 13–15, 2020, Madurai, India. P. 401–405.
3. Tianbo Liu et al. Anchor Point Based Hough Transformation for Automatic Line Detection of Engineering Drawings // Proc. of the WRC Symposium on Advanced Robotics and Automation, Beijing, China, Aug. 21–22, 2019. P. 419–424.
4. Murad R., Jones A., Straub J. Use of Computer Vision for White Line Detection for Robotic Applications // Proc. of the IEEE International Conference on Electro Information Technology, May 20–22, 2019, Brookings, USA. P. 509–514.
5. Ganlu Deng, Yefu Wu. Double Lane Line Edge Detection Method Based on Constraint Conditions Hough Transform // Proc. of the 17th International Symposium on Distributed Computing and Applications for Business Engineering and Science, Oct. 19–23, 2018 Wuxi, China. P. 107–110.
6. Lijun Zhang, Xuexiang Huang. A Straight Line Detection Method Based on Edge Following and Line Segments Integration // Proc. of the 6th IEEE International Conference on Software Engineering and Service Science, Sept. 23–25, 2015, Beijing, China. P. 297–300.
7. Qinghua Jiang et al. A Line Objects Recognition Algorithm based on Non-Subsampled Contourlet Transform // Proc. of the 39th Chinese Control Conference, July 27–29, 2020, Shenyang, China. P. 3050–3055.
8. Лазарева П.А. и др. Разработка алгоритма абсолютной визуальной навигации беспилотного летательного аппарата // Изв. вузов. Авиационная техника. 2025. № 2. С. 152–158.
9. Михайлов Е.А., Федоров В.Б., Капелюшин Ю.Е. Оценка параметров асимметрии летательного аппарата по данным о динамике полета для коррекции массоинерционных характеристик // Изв. вузов. Авиационная техника. 2025. № 3. С. 64–71.
10. Шушпанов Д.В. О построении многоконтурной отрицательной обратной связи в импульсном преобразователе напряжения // Изв. вузов. Авиационная техника. 2025. № 1. С. 194–218.
11. Гайнутдинова Т.Ю., Новикова С.В., Гайнутдинов В.Г. Об алгоритме настройки схемы управления гибридными беспилотными аппаратами // Изв. вузов. Авиационная техника. 2024. № 2. С. 60–69.

Поступила в редакцию 2.12.25

После доработки 3.12.25

Принята к публикации 3.12.25

## Algorithm for Target and Attitude Indicator Recognition Based on Image Preprocessing for Lightweight Neural Networks

D.A. ZVONAREV<sup>1</sup> AND T.YU. ZHORAEV<sup>2</sup>

<sup>1</sup> OOO Design Bureau "Center for Unmanned Systems", Tula

<sup>2</sup> Institute of MCS NRU MIET, Moscow

*The problem of maintaining an unmanned aerial vehicle in space is solved by using landmarks and calculating the approximate speed using a pixel stream. The implementation of primary image processing algorithms using one-dimensional digital filters adapted for a digital educational environment is considered. To improve performance, methods of replacing high-order bits of operands with low-order ones, index arithmetic, and methods using the graphic object identifiers, as well as replacing nonlinear operations with binary ones, are used. Algorithms for extracting lines in images and trajectories based on lines forming open or closed contours are developed. An artificial neural network for recognizing arbitrary classes of polygons using artificial intelligence tools is synthesized.*

**Line detection, image processing, object detection, image recognition, object classification**

## Синтез адаптивной помехоустойчивой системы управления газотурбинного двигателя

*Рассмотрена задача управления газотурбинным двигателем как многомерным объектом с одним управляющим воздействием и селектором каналов управления. Показано, что эффективным средством построения таких логико-динамических систем является адаптация динамических характеристик на режимах переключения каналов к изменениям структуры системы. Рассмотрен метод повышения помехоустойчивости системы к действию ступенчатых и случайных возмущений. Проведен синтез контура управления расходом топлива газотурбинного двигателя. Приведены результаты моделирования. Установлена высокая эффективность разработанной адаптивной помехоустойчивой системы.*

**В.И. ПЕТУНИН,**  
д-р техн. наук  
(УУНцТ, Уфа)  
petunin\_vi@mail.ru

**Газотурбинный двигатель, система автоматического управления, селектор каналов, адаптация, помехоустойчивость, качество переходных процессов**

Современные газотурбинные двигатели (ГТД) являются сложными многомерными многорежимными объектами управления с характерными особенностями, которые определяют требования к управляющей части системы автоматического управления (САУ) [1, 2]. В большинстве случаев они являются объектами управления, число управляющих воздействий которых меньше числа управляемых координат. В САУ такими многомерными объектами формирование управления часто осуществляется с помощью алгоритмов логического селективного выбора каналов управления. К таким системам относятся, например, САУ подачи топлива в камеры сгорания ГТД [1]. Обычно применяется принцип селективного выбора, согласно которому регулируется параметр, значения которого наиболее близки к величине, определяемой программой регулирования. Селективный выбор каналов управления реализуется с помощью алгебраических селекторов. Селекторы вводятся в САУ для устранения зоны совместной работы каналов управления и обеспечивают во всех условиях работы управляющее воздействие только одного из нескольких каналов управления, включаемых в работу в зависимости от режима работы объекта управления [2].

В САУ газотурбинными двигателями (ГТД) структура и динамические свойства объекта управления, как правило, различаются по отдельным каналам. Вследствие этого структура и параметры регуляторов в различных каналах на входе алгебраического селектора также оказываются неидентичными. Указанное обстоятельство приводит к нарушению условий переключения между каналами, возникновению забросов регулируемых величин и, как следствие, к ухудшению качества управления в САУ.

Следовательно, возникает необходимость адаптации и согласования логико-динамических САУ на режимах переключения каналов к изменениям структуры системы, обеспечения плавности переходных процессов при переключении каналов.

Характерной особенностью ГТД является наличие случайных и регулярных возмущений по входным и выходным координатам [2], которые оказывают существенное влияние на работу САУ с алгебраическими селекторами. Например, для ГТД таким возмущением может быть возмущение по расходу топлива. Это приводит к динамическим ошибкам в каналах управления и ухудшению работы многомерного объекта. Следовательно, при построении САУ ГТД необходимо обеспечить помехоустойчивое управление многомерным объектом с одним управляющим воздействием при действии на его входе случайного или ступенчатого возмущения.

В связи с этим целью данной работы является рассмотрение метода синтеза адаптивных помехоустойчивых систем с селектором каналов управления для ГТД. Настоящая работа является продолжением статьи [3].

На рис. 1 показана структурная схема адаптивной многомерной САУ ГТД с селектором каналов управления и одним управляющим воздействием [3]. Здесь: ИУ – измерительное устройство; АС – ал-

гепбраический селектор;  $W_1(p)$  – передаточная функция регулятора канала;  $W_c(p)$  – передаточная функция устройства согласования;  $W_p(p)$  – передаточная функция общего регулятора;  $G$  – расход топлива;  $\bar{Y}$  – выходные переменные.

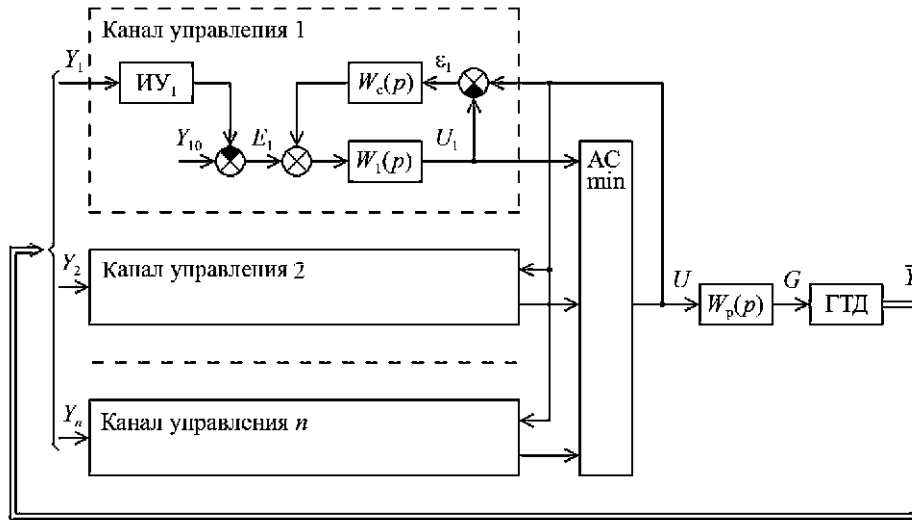


Рис. 1

Как было отмечено, регуляторы частоты вращения ротора и температуры газа имеют разные динамические характеристики, в результате чего условие переключения селектора минимального сигнала

$$U_1 = U_2 \quad (1)$$

отличается от необходимого условия переключения САУ – равенства рассогласований между текущими значениями выходных координат и их задающими воздействиями

$$E_1 = E_2. \quad (2)$$

Следовательно, необходимо согласование этих условий. В данном случае оно обеспечивается за счет введения контура адаптации – сигнальной самонастройки по разности сигналов  $\varepsilon$  на выходе регуляторов с воздействием на задающее воздействие разомкнутого канала системы. Это позволяет построить САУ ГТД, адаптивную к изменению ее структуры при переключении каналов селектором [3].

В каждом канале управления определяется разность сигналов на выходе регуляторов

$$\varepsilon_i = U_{\min} - U_i. \quad (3)$$

Сигнал  $\varepsilon_i$  через блок согласования  $W_c(p)$  поступает на вход соответствующего регулятора канала с помощью суммирующего элемента.

Контур сигнальной самонастройки работает во всех  $n$  каналах. Если  $i$ -й канал разомкнут, то  $\varepsilon_i < 0$ , и этот сигнал уменьшает задающее воздействие данного разомкнутого канала и тем самым корректирует момент переключения каналов. Если  $i$ -й канал замкнут, т. е. является ведущим, то  $\varepsilon_i = 0$ , и этот сигнал не меняет задающее воздействие данного замкнутого канала.

Пусть замкнутым является канал регулирования частоты вращения ротора, т. е. первый канал. При этом за счет астатизма канала  $E_1 \rightarrow 0$ . Тогда выход контура сигнальной самонастройки включен с помощью суммирующего элемента на вход регулятора температуры газа – второго разомкнутого канала.

Сигнал на выходе регулятора частоты вращения ротора

$$U_1 = W_1(p)E_1. \quad (4)$$

Сигнал на выходе регулятора температуры газа

$$U_2 = \frac{W_2(p)}{1+W_2(p)W_c(p)} E_2 + \frac{W_c(p)W_2(p)}{1+W_2(p)W_c(p)} U_1. \quad (5)$$

Тогда разность сигналов на выходе регуляторов

$$\Delta U = U_1 - U_2 = \frac{W_1(p)}{1+W_2(p)W_c(p)} E_1 - \frac{W_2(p)}{1+W_2(p)W_c(p)} E_2. \quad (6)$$

При  $W_c(p) = K$  и достаточно большой величине  $K$  получаем

$$\Delta U = \lim_{K \rightarrow \infty} \left[ \frac{W_1(p)}{1+W_2(p)K} E_1 - \frac{W_2(p)}{1+W_2(p)K} E_2 \right] = \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{K} \left[ \frac{W_1(p)}{W_2(p)} E_1 - E_2 \right] = 0. \quad (7)$$

Так как  $E_1 \rightarrow 0$ , то согласно выражению (7)  $E_2$  также стремится к нулю:  $E_2 \rightarrow 0$ .

Следовательно, при  $\Delta E = E_1 - E_2 \rightarrow 0$  получаем  $\Delta U = U_1 - U_2 \rightarrow 0$ .

Таким образом, за счет работы контура сигнальной самонастройки сигнал на выходе разомкнутого канала  $U_2$  приближается к сигналу замкнутого канала  $U_1$ , и происходит своевременное переключение селектора минимального сигнала. Это позволяет ликвидировать заброс и обеспечить необходимое качество переходного процесса при замыкании и включении в работу регулятора температуры газа.

Результаты моделирования переходных процессов в САУ двухвального ГТД (см. рис. 1) при управлении расходом топлива соответствуют рис. 2, 3;  $W_c(p) = K = 10$ .

Моделирование рассмотренной САУ ГТД проведено с помощью пакета Simulink системы MATLAB. Переходные процессы в двухмерной САУ ГТД приведены на рис. 2. Здесь  $Y_1$  – частота вращения ротора;  $Y_2$  – температура газа;  $L$  – логический сигнал, определяющий момент переключения каналов. Результаты моделирования получены при переключении системы с канала частоты вращения ротора на канал температуры газа  $Y_{10} = 0,3t$ ;  $Y_{20} = 0,8$  (рис. 2, а) и с канала температуры газа на канал частоты вращения ротора  $Y_{20} = 0,3t$ ;  $Y_{10} = 0,8$  (рис. 2, б).

Результаты моделирования переходных процессов трехмерной САУ двухвального ГТД по частотам вращения роторов  $Y_1$ ,  $Y_2$  и температуре газа  $Y_3$  приведены на рис. 3. Здесь задающие воздействия каналов:  $Y_{10} = 0,3t$ ;  $Y_{20} = 0,8$ ;  $Y_{30} = 0,8$ .

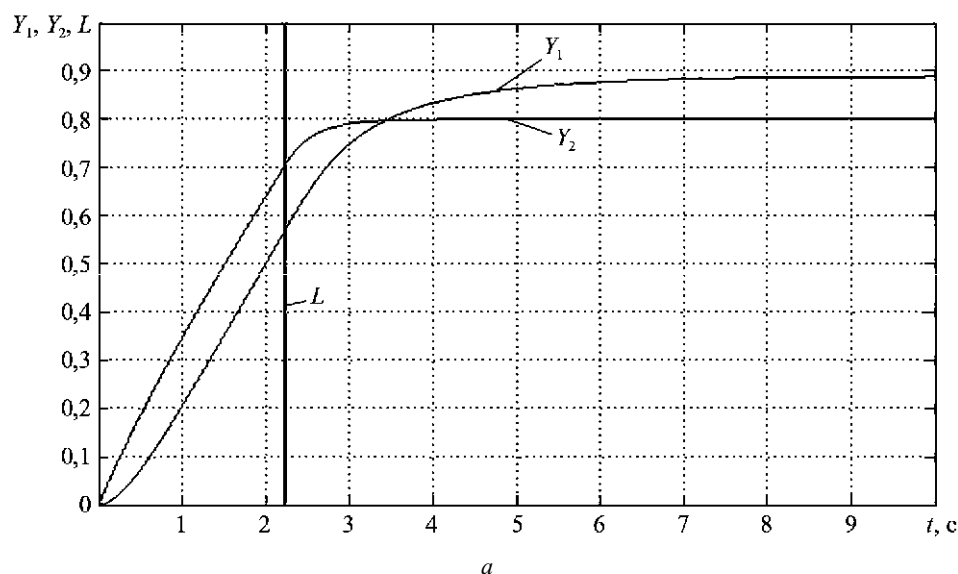


Рис. 2 (Начало)

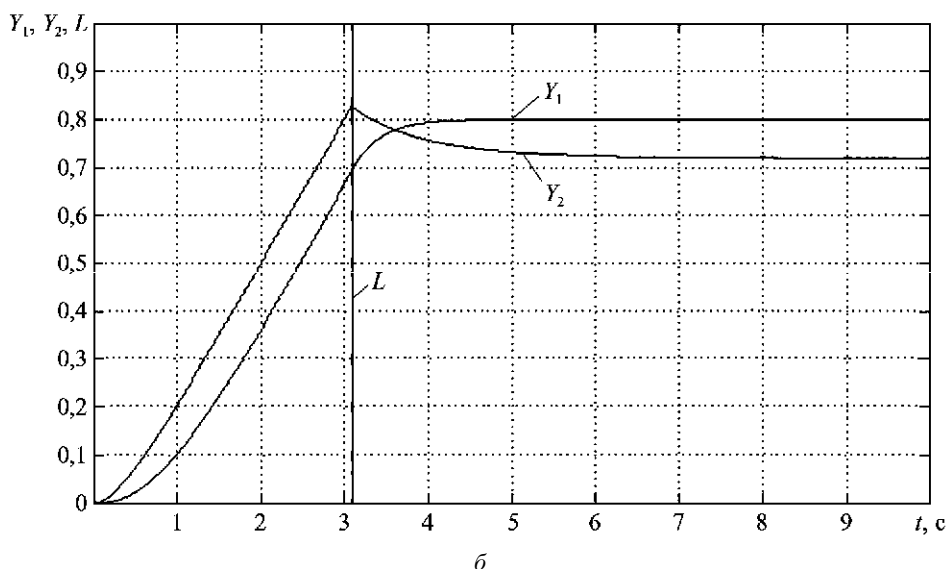


Рис. 2 (Окончание)

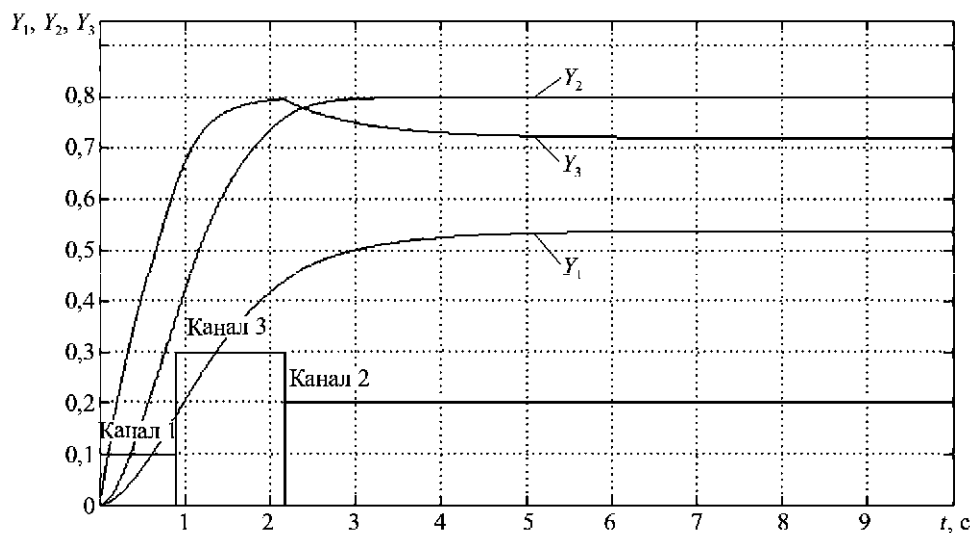


Рис. 3

Вертикальными линиями, которые приближаются и сливаются в одну, на рис. 2 обозначено приближение условия  $U_1 = U_2$  к условию  $E_1 = E_2$ . Ступенчатые сигналы на рис. 3 определяют время работы отдельных каналов. Все переменные приведены в относительных единицах.

Необходимо отметить хорошее качество переходных процессов при переключении каналов – плавность процессов и достаточное быстродействие. При выравнивании динамических характеристик каналов в САУ с селектором каналов перерегулирование при переключении каналов не возникает.

На данную САУ получен патент на изобретение [4].

В большинстве случаев влияние возмущающих воздействий на многомерный объект с одним управляющим воздействием может быть сведено к локальному возмущению, действующему на его входе  $F$ . В связи с этим для компенсации таких возмущений необходимо измерить сигналы на входе и выходе этого локального возмущения, определить ошибку и далее свести ее к нулю с помощью компенсатора возмущений (рис. 4) [5].

На рис. 4  $\bar{H}(p)$  – передаточная матрица по выходным переменным ГТД относительно расхода топлива  $G$ .

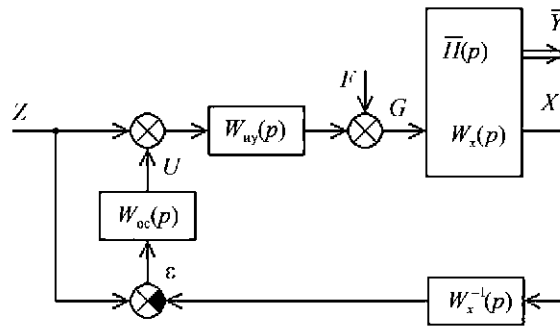


Рис. 4

Уравнения компенсатора сигнальных возмущений:

$$\begin{cases} G = (Z + U)W_{ny}(p) + F; \\ X = W_x(p)G; \\ \varepsilon = Z - W_x^{-1}(p)X = Z - G; \\ U = W_{oc}(p)\varepsilon, \end{cases} \quad (8)$$

где  $W_{ny}(p) = 1$  – передаточная функция исполнительного устройства, его характеристики могут быть учтены с помощью метода структурных преобразований;  $W_x(p)$  – передаточная функция ГТД по быстрому информационному сигналу  $X$ ;  $W_{oc}(p)$  – передаточная функция компенсирующей обратной связи.

В результате преобразований получаем

$$G = Z + \frac{1}{1 + W_{oc}(p)} F. \quad (9)$$

Если используется статический контур компенсации, то

$$W_{oc}(p) = K \rightarrow \infty, \quad (10)$$

при этом

$$G = \lim_{K \rightarrow \infty} \left( Z + \frac{1}{1 + K} \right) F = Z. \quad (11)$$

ГТД является многомерным объектом управления, поэтому введение компенсирующей обратной связи может быть реализовано за счет наиболее быстрого и информационного сигнала. Например, для канала управления расходом топлива компенсирующая обратная связь может быть введена по информации о значении степени расширения газа на турбине  $X = \pi_t^* = \delta_{kc} \left( p_k^* / p_t^* \right)$ , где  $p_k^*$  – давление за компрессором;  $p_t^*$  – давление за турбиной;  $\delta_{kc}$  – коэффициент потерь полного давления в камере сгорания.

Относительно сигнала  $X$  может быть достаточно точно реализован обратный оператор передаточной функции ГТД (см. рис. 4). Этот сигнал проходит через динамическое звено с передаточной функцией  $W_x^{-1}(p)$ , на выходе которого получается сигнал после возмущения  $G$ . Далее сигнал  $G$  сравнивается с сигналом на входе возмущения  $Z$ , и формируется сигнал ошибки  $\varepsilon$  контура сигнальной самонастройки, который через звено компенсации  $W_{oc}(p) = K$  с коэффициентом передачи  $K$  компенсирует возмущение  $F$  с помощью суммирующего элемента  $U = F$ .

Результаты моделирования переходных процессов рассмотренной САУ двухвального ГТД по частотам вращения роторов компрессора  $n_k$ , вентилятора  $n_b$  и температуре газа  $T_T^*$  при задающих воздействиях каналов  $n_{k0} = 0,3t$ ,  $n_{b0} = 0,8$ ,  $T_{T0}^* = 0,8$ ,  $K = 100$ ,  $F_{стун} = 0,5 \cdot 1(t)$  при  $t = 2$  с приведены на рис. 5: *a* – при выключенном контуре компенсации возмущений; *б* – при включенном контуре компенсации возмущений.

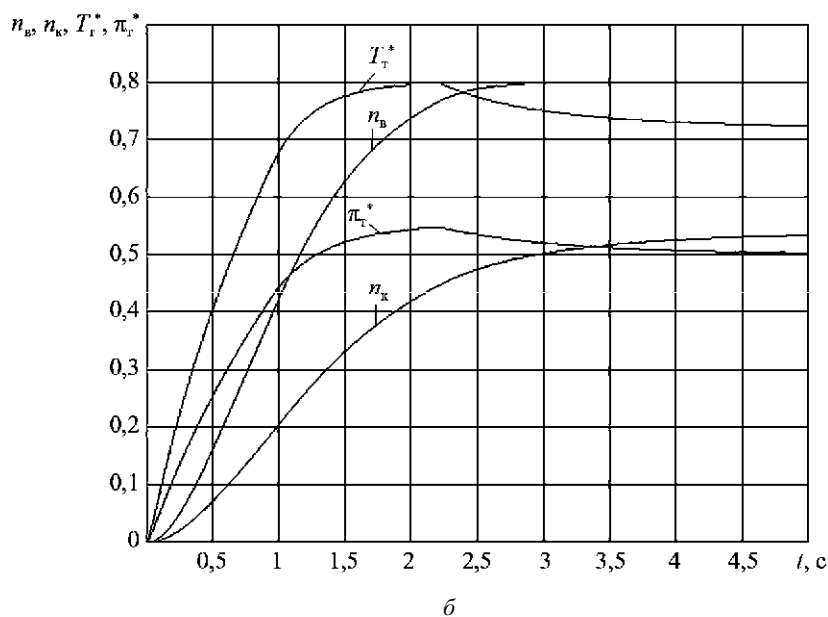
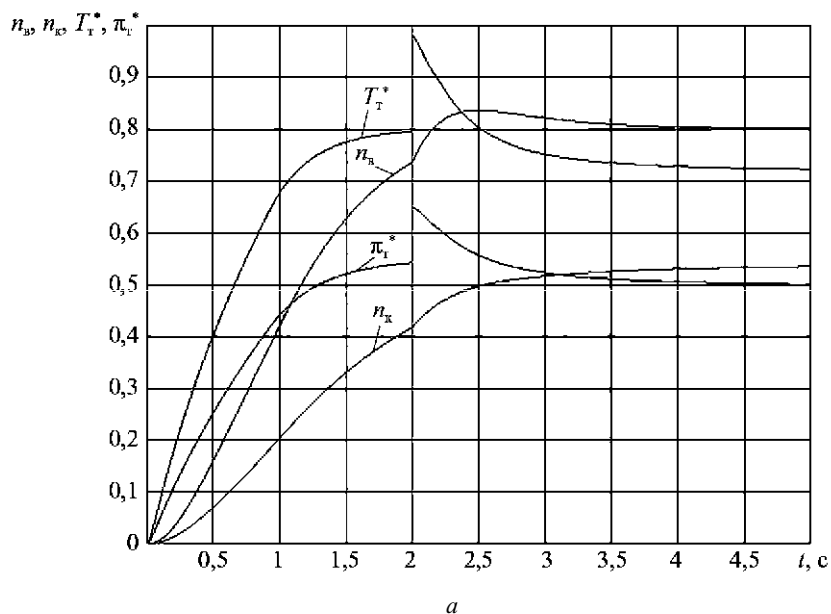


Рис. 5

Аналогичные процессы при  $F_{случ} = \pm 0,2$  приведены на рис. 6: *a* – при выключенном контуре компенсации возмущений; *б* – при включенном контуре компенсации возмущений.

Увеличение коэффициента передачи  $K$  компенсирующей обратной связи  $W_{oc}(p)$  позволяет существенно (примерно в  $K$  раз) уменьшить влияние ступенчатого и случайного возмущений на поведение многомерного объекта управления при сохранении качества управления.

Полученные результаты синтеза САУ ГТД представлены патентом на изобретение [6].

Аналогичные исследования САУ ГТД проводятся в работах [7, 8].

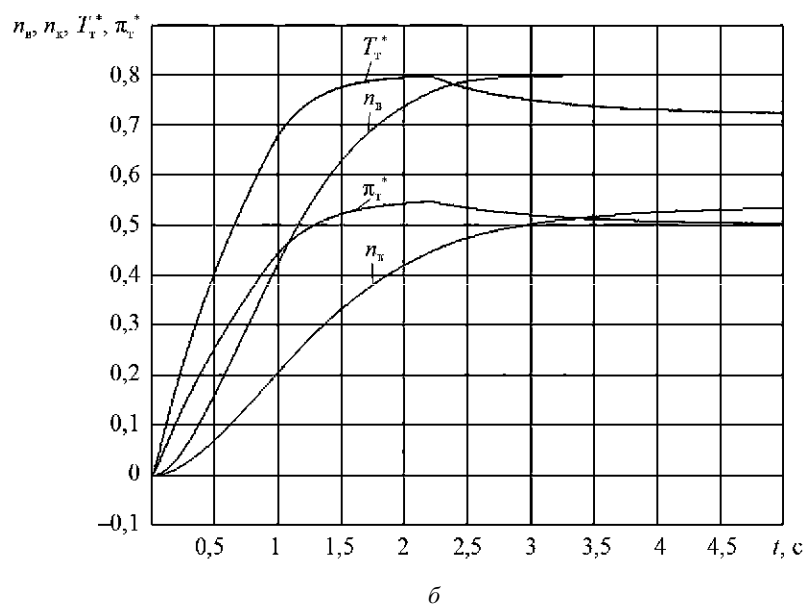
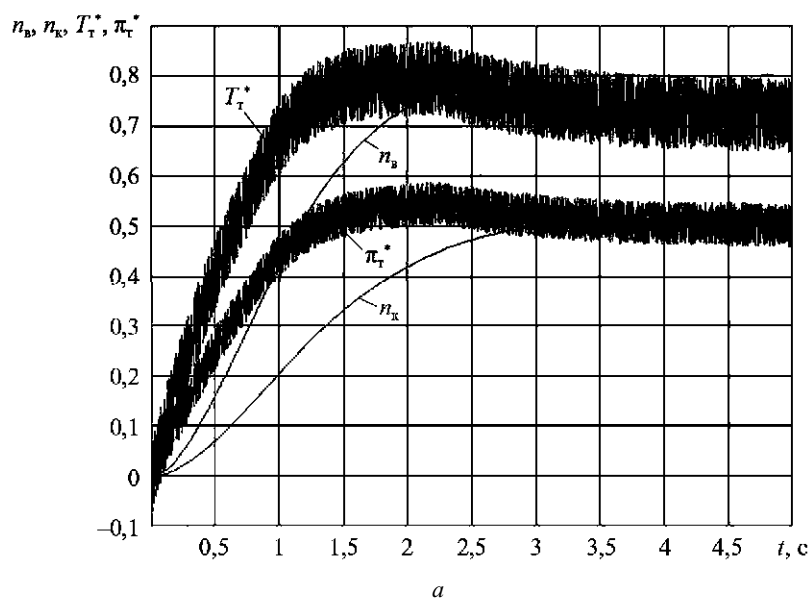


Рис. 6

Таким образом, синтезированная САУ позволяет осуществить адаптивное помехоустойчивое управление различными выходными координатами ГТД с помощью селектора каналов, контуров адаптации и компенсатора возмущений. Устраняются забросы выходных координат двигателя при переключении каналов, обеспечивается заданное качество переходных процессов включаемого канала системы, повышается помехоустойчивость к действию случайных и сигнальных возмущений, что способствует повышению ресурса ГТД.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Системы автоматического управления авиационными ГТД: Энциклопедический справочник / Под ред. О.С. Гуревича. М.: Торус Пресс, 2011. 208 с.
2. Петунин В.И. Логико-динамические системы с селективным выбором каналов управления авиационными объектами. М.: Инновационное машиностроение, 2018. 292 с.
3. Петунин В.И. Методы согласования и адаптации систем автоматического управления газотурбинными двигателями с селекторами каналов // Изв. вузов. Авиационная техника. 2022. № 2. С. 59–66.
4. Способ управления многомерным объектом: пат. 2446299 Рос. Федерация, № 2010147794/06; заявл. 23.11.2010; опубл. 27.03.2012, Бюл. № 9.

5. Петунин В.И. Повышение помехоустойчивости систем автоматического управления газотурбинными двигателями с помощью компенсатора возмущений // Авиакосмическое приборостроение. 2021. № 11. С. 37–45.
6. Способ адаптивного помехоустойчивого управления многомерным объектом: пат. № 2849118 Рос. Федерация, № 2025115464/12; заявл. 5.06.2025; опубл. 22.10.2025, Бюл. № 30.
7. Ефанов В.Н., Иванова Н.С. Экспертная система оценки технического состояния газотурбинных двигателей с использованием базы знаний темпоральных прецедентов // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 1. С. 61–68.
8. Иноземцев А.А. и др. Алгоритмический метод повышения отказоустойчивости системы автоматического управления и контроля турбореактивного двухконтурного двигателя // Изв. вузов. Авиационная техника. 2022. № 2. С. 179–183.

Поступила в редакцию 2.12.25  
После доработки 22.12.25  
Принята к публикации 24.12.25

## Synthesis of an Adaptive Noise-Immune Control System for a Gas Turbine Engine

V.I. PETUNIN

UUST, Ufa

*This paper examines the problem of controlling a gas turbine engine as a multidimensional object with a single control action and a control channel selector. It is shown that an effective means of constructing such logical-dynamic systems is adapting the dynamic characteristics of channel switching modes to changes in the system structure. A method for increasing the system noise immunity to step and random disturbances is considered. A fuel consumption control loop for a gas turbine engine is synthesized. Simulation results are presented. The good quality of the developed adaptive noise-immune system is noted.*

**Gas turbine engine, automatic control system, channel selector, adaptation, noise immunity, quality of transient processes**

## Определение уровня дымности продуктов горения турбулентного пламени

*Представлено описание экспериментального стендового оборудования и приведены результаты исследования уровня дымности продуктов сгорания турбулентного пламени однородной керосиновоздушной смеси при варьировании начальной температуры и скорости потока. Осуществлено определение дымности на выходе из нескольких конструктивных вариантов горелочных устройств. Полученные данные представлены в виде зависимости уровня дымности от коэффициента избытка воздуха. По результатам сравнительного анализа выбран вариант горелочного устройства, обеспечивающий минимальные значения дымности.*

**А.В. БАКЛАНОВ,**

канд. техн. наук,

**Ф.М. ВАЛИЕВ,**

канд. техн. наук,

**К.Г. ИВАНОВ,**

студент

(КНИТУ-КАИ, Казань)

andreybaklanov@bk.ru

**Керосин, турбулентное горение, горелочное устройство, продукты сгорания, сажа, число дымности**

Российская Федерация является членом Международной организации гражданской авиации (ИКАО) и осуществляет регулирование в соответствии с международными требованиями по контролю выбросов вредных веществ.

В качестве нормируемого показателя выбросов газообразных загрязняющих веществ (оксида углерода, углеводородов, оксидов азота) авиационными двигателями используется контрольный параметр, определяемый как отношение суммарной массы каждого загрязняющего вещества, выбрасываемого двигателем в зоне аэропорта в течение стандартного взлетно-посадочного цикла, к величине взлетной тяги двигателя.

В качестве нормируемого показателя выбросов твердого углерода в виде сажи вместе с отработавшими газами авиационных двигателей принято число дымности  $D$ . Допустимое значение  $D$  отработавших газов задается для двигателей с различной взлетной тягой  $R_{взл}$  (рис. 1) по соотношению [1]  $D = 83,6(R_{взл})^{-0,274}$ .

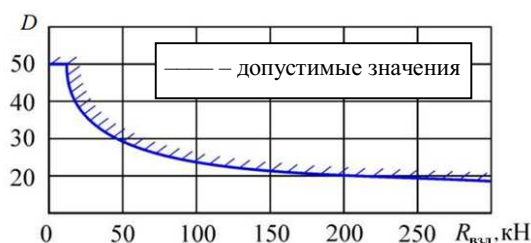


Рис. 1

Исследования, направленные на определение уровня дымности продуктов горения турбулентного пламени, формируемого за различными типами горелочных устройств камеры сгорания, представляют собой актуальную научно-техническую задачу.

В научно-технической литературе, где проводятся исследования дымности продуктов сгорания, основное внимание уделяется влиянию термодинамических параметров (температура, давление воздуха и топлива) на процессы ее формирования [2, 3]. В то же время влияние конструктивных особенностей горелочных устройств на уровень дымности в экспериментальных исследованиях освещено недостаточно; преимущественно данные вопросы рассматриваются на основе численного моделирования [4, 5]. В связи с этим представленное исследование следует считать актуальным.

Для определения уровня дымности в диапазоне 2...70 ед., как правило, используется фильтрационный метод, основанный на выделении дисперсной фазы, осаждаемой на поверхности фильтрованной бумаги с последующим фотометрированием полученного свежего пятна. Данный метод измерения степени дымности по сравнению с другими методами характеризуется высокой стабильностью и объективностью показаний.

Система для определения дымности выхлопных газов (рис. 2) содержит обогреваемую магистраль 2 для транспортирования газа от газоотборника 1 к дымомеру. Магистраль выполнена из нержавеющей стальной трубки диаметром 8 мм и толщиной стенки 1 мм. Нагрев магистрали осуществляется электрическим током с поддержанием температуры стенок не ниже 423 К, что контролируется термопарой 3. Проба газа с помощью двухходового крана 4 направляется к фильтродержателю 5 с фильтрующим элементом (фильтрованная бумага) и во вспомогательный фильтр 9, предназначенный для очистки газа от сажи на линии перепуска и предотвращения оседания ее в ротаметре 14 и газовом счетчике 15. Ротаметр и газовый счетчик используются для контроля и измерения объемного расхода газовой пробы, проходящей через дымомер. Регулирование скорости прокачки пробы осуществляется кранами 6–8, которые расположены в термостате 16.

Температура в термостате поддерживается в пределах 420...423 К. Разрежение в системе дымомера контролируется мановакуумметром 10, подсоединенным к выходному патрубку побудителя расхода 12. В качестве побудителя расхода используется насос коловратного типа БНК-12 АК. Для обеспечения возможности перепуска пробы в обход побудителя расхода при транспортировке газа за счет избыточного давления в точке отбора в системе предусмотрен запорный кран 11. Для выравнивания пульсаций в пробе и улавливания капель смазки, проникающей после побудителя расхода в систему дымомера, в магистрали установлен фильтр 13.

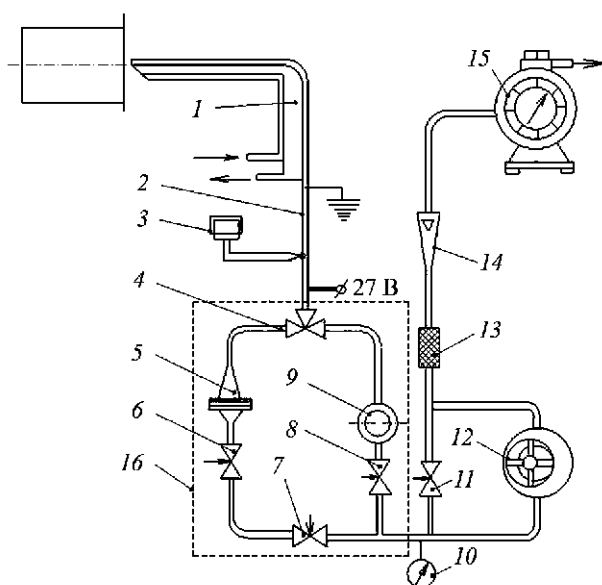


Рис. 2

Перед проведением эксперимента по измерению дымности включались электронагревательные элементы термостата и система обогрева пробоотборной магистрали; после этого вся система выдерживалась в течение не менее 30 мин до достижения температуры, превышающей температуру точки росы. Данная процедура необходима для предотвращения конденсации водяного пара на внутренних поверхностях трубопроводов и связанного с этим осаждения частиц вместе с конденсатом, что может привести к искажению результатов измерения дымности [6].

Вся система продувалась чистым воздухом по линии перепуска для уменьшения воздействия возможного оседания и накопления частиц сажи в газоотборной магистрали.

После прохождения определенного объема газа через бумажный фильтр с помощью фотометра определяют коэффициент отражения от образовавшегося сажевого пятна на фильтре  $R_s$ . Зная исходный коэффициент отражения от чистого бумажного фильтра  $R_w$ , определяют число дымности:

$$D = 100 \frac{R_w - R_s}{R_w}.$$

При определении коэффициента отражения фильтра рекомендуется использовать подкладку, коэффициент отражателя которой не более 3 %. В данном случае использовался черный бархат.

Далее вычисляется масса газа, прошедшая через фильтр:

$$G = 3,484 \frac{PV}{T},$$

где  $P$  – давление газа, кПа;  $V$  – объем газа, м<sup>3</sup>;  $T$  – температура газа, К.

Определяется масса газа, прошедшего через 1 м<sup>2</sup> площади сажевого пятна фильтра, и строится график  $G/F$ . С использованием полученных точек на графике проводится прямая линия методом наименьших квадратов. За величину дымности для данного режима работы принимается значение дымности  $D$ , соответствующее  $D = f(G/F) = 16,2$  кг/м<sup>2</sup> площади сажевого пятна на фильтре.

Установка (рис. 3) содержит линию подвода топлива к камере сгорания и линию подвода топлива к топочному устройству. Данные линии включают баки с жидким топливом, топливные фильтры, топливные насосы и приборы для измерения параметров. В состав установки для испытания камеры сгорания входит источник сжатого воздуха – компрессор, – приводом которого является электродвигатель, а также воздухоподводящая магистраль с регулирующей арматурой и приборами для измерения параметров потока, в которой расположено топочное устройство и теплообменник. В воздухоподводящей магистрали находятся форсунка и смеситель [7].

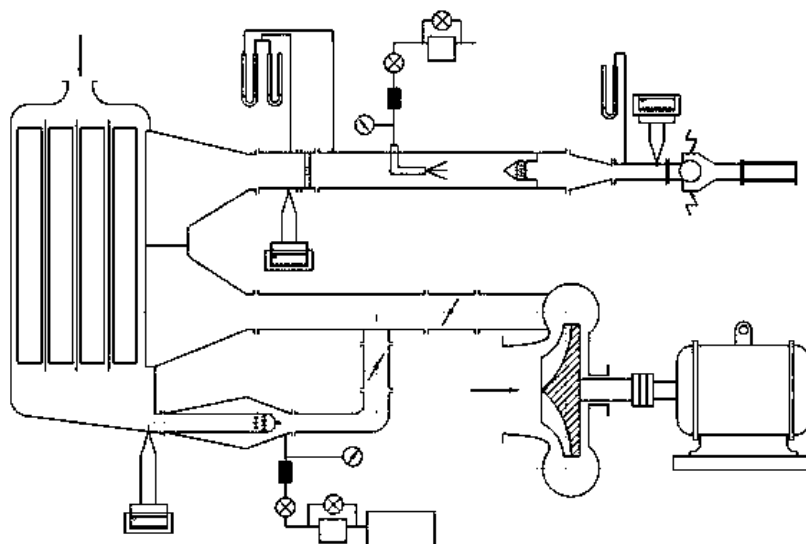


Рис. 3

На выходе из воздухоподводящей магистрали установлена камера сгорания квадратного сечения размером 50×50 мм, в которой стабилизация пламени осуществляется с помощью двух симметрично расположенных ниш (рис. 4). Применение нишевого способа стабилизации обусловлено тем, что он обеспечивает минимальные изменения газодинамической структуры потока и характеристик турбулентности [8].

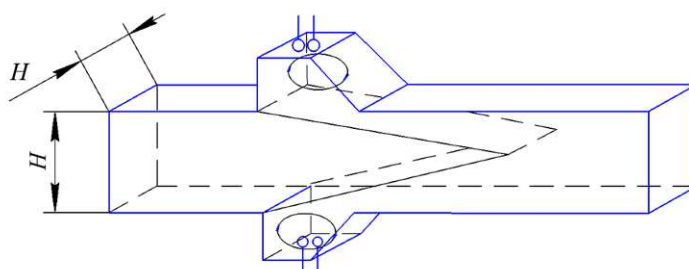


Рис. 4

Воспламенение однородной керосиновоздушной смеси обеспечивалось установленными на стенке камеры двумя электрическими свечами поверхностного разряда, расположенными в противоположных нишах.

Продукты сгорания отбирались водоохлаждаемым Г-образным пробоотборником, изготовленным из жаропрочной стали и установленным на координатном столе. Температура охлаждающей пробоотборник воды на выходе поддерживалась в пределах 80...95 °С. Транспортировка пробы для последующего анализа осуществлялась за счет избыточного давления в точке отбора через обогреваемую магистраль, температура (150±5 °С) которой поддерживалась во избежание конденсации углеводородов на стенках [9].

На рис. 5 приведена зависимость числа дымности продуктов горения турбулентного пламени однородной керосиновоздушной смеси от коэффициента избытка воздуха при различных начальных температурах и скорости потока  $W = 50$  м/с.

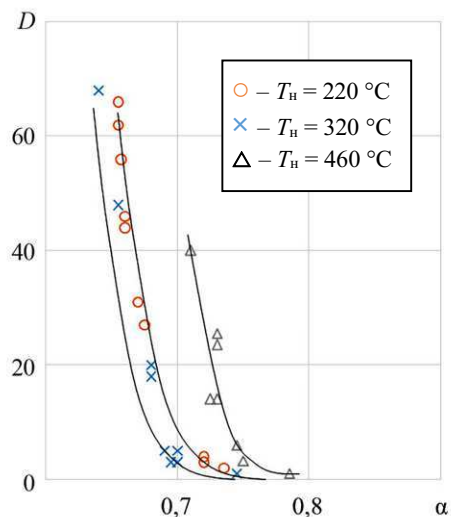


Рис. 5

Согласно результатам испытания (см. рис. 5) увеличение начальной температуры смеси приводит к увеличению числа дымности.

Рис. 6 демонстрирует зависимость числа дымности продуктов горения турбулентного пламени однородной керосиновоздушной смеси от коэффициента избытка воздуха при различных скоростях потока и начальной температуре  $T_n = 320$  °С.

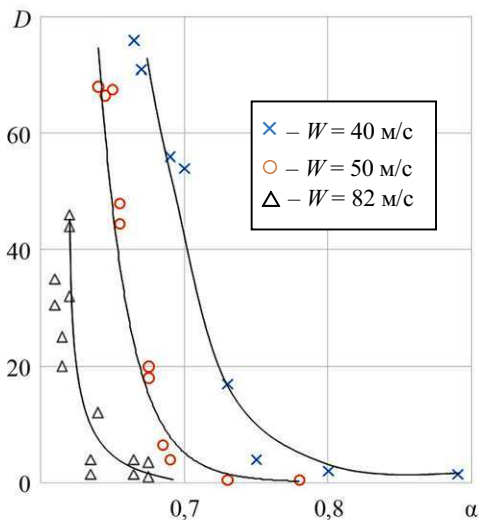


Рис. 6

Из данных, представленных на рис. 6, следует, что увеличение начальной скорости смеси также способствует росту числа дымности.

Общей закономерностью является уменьшение числа дымности в продуктах горения турбулентного пламени с обеднением топливовоздушной смеси.

Рассмотрим горелочные устройства (форсунки), устанавливаемые в камеру сгорания двигателя НК-8.

Горелочное устройство № 1 (рис. 7, а) состоит из корпуса, к которому через лопатки завихрителя крепят диффузорную втулку. Внутри диффузорной втулки находится перфорированный конический стабилизатор; угол лопаточного завихрителя –  $45^\circ$ . Конструкция горелочного устройства № 2 (рис. 7, б) включает конфузорный насадок с выходным диаметром 14 мм и лопаточный завихритель с углом установки лопаток  $45^\circ$ . Для горелочного устройства № 3 (рис. 7, в) характерны угол завихрителя  $30^\circ$  и увеличенный (до 20 мм) диаметр сопла конфузорной втулки по сравнению с горелочным устройством № 2.

В корпусе каждого из представленных горелочных устройств установлены распылитель и фильтр [10].

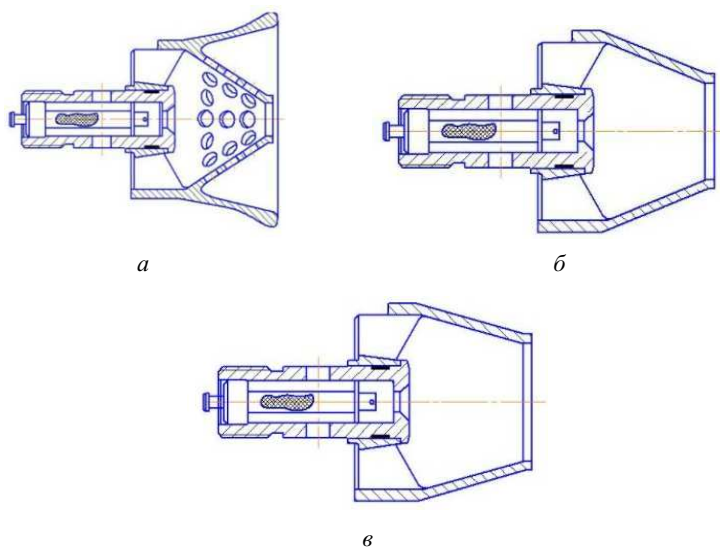


Рис. 7

Экспериментальные данные были получены с помощью установки, схема которой показана на рис. 8.

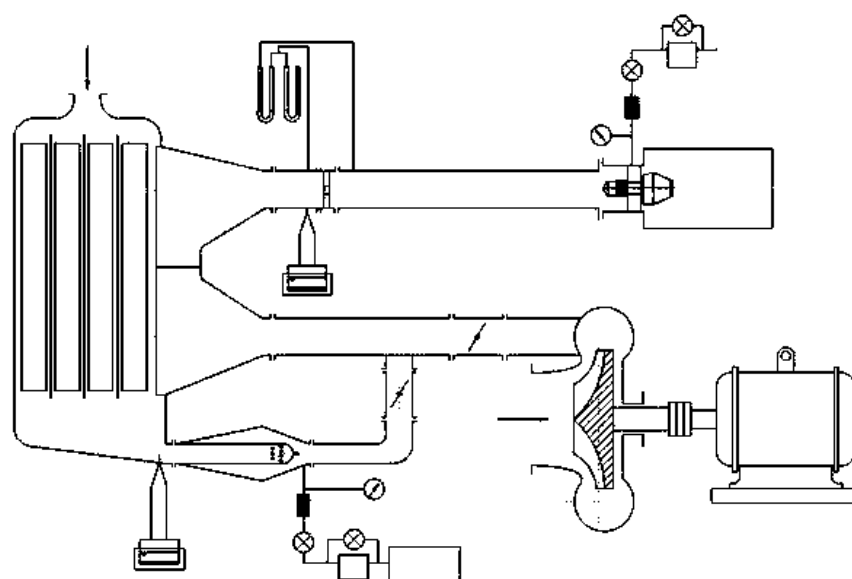


Рис. 8

Пробы газа для анализа отбирались Г-образным охлаждаемым пробоотборником, установленным на выходе на срезе одногорелочного отсека. Во фронтальной части отсека устанавливались исследуемые горелочные устройства [11].

Проведем сопоставление значений числа дымности газов различных вариантов горелочных устройств (рис. 9).

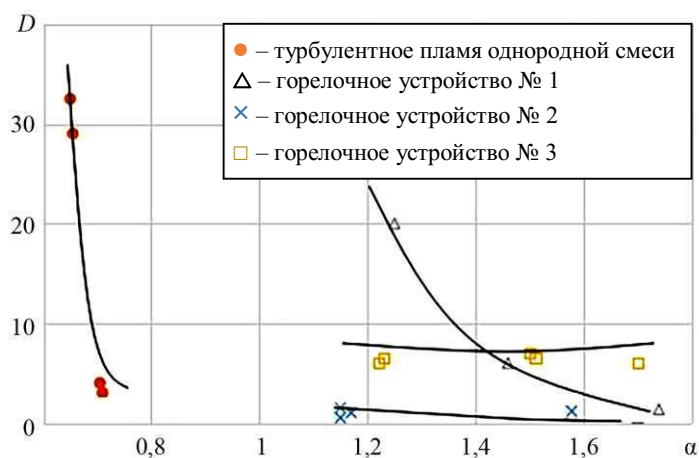


Рис. 9

Установлено, что для исследованных горелочных устройств характер изменения дымности в зависимости от коэффициента избытка воздуха  $\alpha$  аналогичен зависимостям, полученным при изучении дымности однородных гомогенных смесей (см. рис. 9). С увеличением коэффициента избытка воздуха уровень дымности снижается [12].

Таким образом, наиболее близким по уровню дымности к значениям, полученным при сжигании однородных гомогенных смесей, является горелочное устройство № 2, которое также демонстрирует минимальный уровень дымности среди исследованных устройств. Это достигается за счет закрутки потока лопаточным завихрителем с углом установки лопаток  $45^\circ$ , что обеспечивает формирование наиболее перемешанной топливозооушной смеси и условия, максимально приближенные к однородной керосино-воздушной смеси.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шукин В.А. Образование токсичных веществ в авиационных двигателях и методы их снижения. Казань: Изд-во КНИТУ-КАИ, 2017. 252 с.
2. Пчелкин Ю.М. Камеры сгорания газотурбинных двигателей. М.: Машиностроение, 1984. 280 с.
3. Lefebvre A.H., Ballal D.R. Gas Turbine Combustion: Alternative Fuels and Emissions. CRC Press, 2010. 557 p.
4. Цепенков К.Д. и др. Валидация расчетной методики определения индекса сажеобразования по методу вклада структурных групп для смесей нефтяных углеводородов с биокомпонентами // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2025. № 4. С. 149–161.
5. Абрамчук Т.В., Сипатов А.М., Сухорук М.И. Численное моделирование эмиссии дисперсных частиц с использованием феноменологической модели сажеобразования // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. 2023. № 72. С. 125–136.
6. Данильченко В.П. и др. Проектирование авиационных газотурбинных двигателей. Самара: СНЦ РАН, 2008. 620 с.
7. Ланский А.М. и др. Метод расчета малоразмерных камер сгорания // Изв. вузов. Авиационная техника. 2019. № 3. С. 109–114.
8. Лефевр А. Процессы в камерах сгорания ГТД. М.: Мир, 1986. 566 с.
9. Бакланов А.В. Применение многопламенного горения в камере сгорания для повышения эффективности сжигания газа // Вестник Московского авиационного института. 2022. № 2. С. 88–94.
10. Маркушин А.Н., Бакланов А.В. Результаты испытаний закоксованных форсунок камер сгорания семейства НК промывкой смесью керосина с техническим моющим средством // Тр. МАИ [Элек-

тронный журнал]. 2018. № 99. URL: [https://trudymai.ru/upload/iblock/1c1/Markushin\\_Baklanov\\_rus.pdf?ysclid=m8dc5k9h92357520149](https://trudymai.ru/upload/iblock/1c1/Markushin_Baklanov_rus.pdf?ysclid=m8dc5k9h92357520149) 2018. (дата обращения: 24.07.2025).

11. Бакланов А.В., Валиев Ф.М. Исследование содержания токсичных веществ в продуктах сгорания турбулентного пламени // Изв. вузов. Авиационная техника. 2025. № 1. С. 219–226.
12. Коцюбинский С.В., Равикович Ю.А. Особенность форсунок открытого типа камер сгорания газотурбинных двигателей // Изв. вузов. Авиационная техника. 2014. № 2. С. 67–71.

Поступила в редакцию 24.08.25

После доработки 15.01.26

Принята к публикации 20.01.26

## Determination of the Smoke Opacity of Combustion Products in a Turbulent Flame

A.V. BAKLANOV, F.M. VALIEV, AND K.G. IVANOV

Tupolev Kazan National Research Technical University, Kazan

*The paper describes the experimental test bench equipment. The results of a study on the smoke opacity in the combustion products in a turbulent flame of a homogeneous kerosene-air mixture are presented. The data were obtained at various initial temperatures and flow rates. The smoke opacity in the combustion products at the outlet of several burner variants was determined. The data obtained are presented as a function of the smoke opacity versus excess air ratio. The burner device with the lowest smoke opacity was selected based on the comparative analysis results.*

**Kerosene, turbulent combustion, burner, combustion products, soot, smoke number**

## Динамические характеристики воздействия потока на элементы реверсивного устройства на этапе его включения

*На основе численного моделирования аэродинамики течения устройства реверсирования тяги решетчатого типа, расположенного в наружном контуре двухконтурного турбореактивного двигателя, на этапе его включения при перекладке створки определены динамические характеристики воздействия потока на створку и лопатки реверсивного устройства. Осуществлена верификация численной модели на основе результатов экспериментального исследования.*

**В.Л. ВАРСЕГОВ,**  
д-р техн. наук,  
**Л.А. САУХИН,**  
аспирант  
(КНИТУ-КАИ, Казань)  
varsegov@mail.ru

**Двухконтурный турбореактивный двигатель, реверсивное устройство, режим перехода от прямой к обратной тяге, аэродинамическое воздействие на элементы конструкции, численное моделирование, верификация численной модели**

Расчет прочностных характеристик элементов газотурбинного двигателя является неотъемлемой частью проектирования оптимальной по весовым характеристикам конструкции [1]. Одной из ключевых задач оптимизации конструкции устройства реверсирования тяги является разработка надежной и компактной кинематической схемы привода перемещения створок, а также обеспечение равномерного распределения аэродинамической нагрузки на лопатки реверсивного устройства решетчатого типа, что способствует увеличению ресурса решетки.

Решение таких задач базируется на определении величины аэродинамического воздействия потока на элементы устройства реверсирования тяги [2]. Особый научный интерес представляет анализ силового воздействия потока на элементы конструкции на режиме включения реверсивного устройства при перекладке створки в рабочее положение.

Результаты численного моделирования аэродинамики течения устройства реверсирования тяги решетчатого типа, расположенного в наружном контуре двухконтурного турбореактивного двигателя, позволили определить динамические характеристики воздействия потока на элементы реверсивного устройства на этапе его включения. Постановка задачи, расчетная модель, граничные условия и методика проведения численного моделирования приведены в работе [3]. Верификация численной модели выполнена по результатам экспериментального исследования, проведенного на модели реверсивного устройства перспективного двигателя для положения створки в режиме обратной тяги при отсутствии набегающего потока.

Выполнено численное моделирование течения для шести положений створки реверсивного устройства при среднерасходной скорости на входе в расчетную модель 79,35 м/с и скорости набегающего потока 97,22 м/с. Первое положение створки (нулевая секунда включения реверсивного устройства) принято за режим прямой тяги, шестое положение створки (вторая секунда включения) – за режим обратной тяги. Показана картина течения во внешнем контуре двигателя (рис. 1), во внешнем контуре двигателя и набегающем потоке (рис. 2–6, а), картина течения (рис. 2–6, б) и профиль скоростей в межлопаточных каналах (рис. 2–6, в) при различных положениях створки.

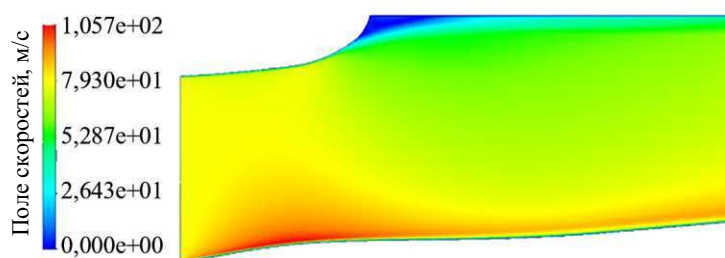


Рис. 1

На рис. 1 показано течение в наружном контуре двигателя на режиме прямой тяги, на рис. 2 – течение во втором положении створки через 0,4 с после включения, на рис. 3 – в третьем положении через 0,8 с, на рис. 4 – в четвертом положении через 1,2 с, на рис. 5 – в пятом положении через 1,6 с. На рис. 6 показано течение в шестом положении через 2 с после включения реверсивного устройства, т. е. на режиме обратной тяги.

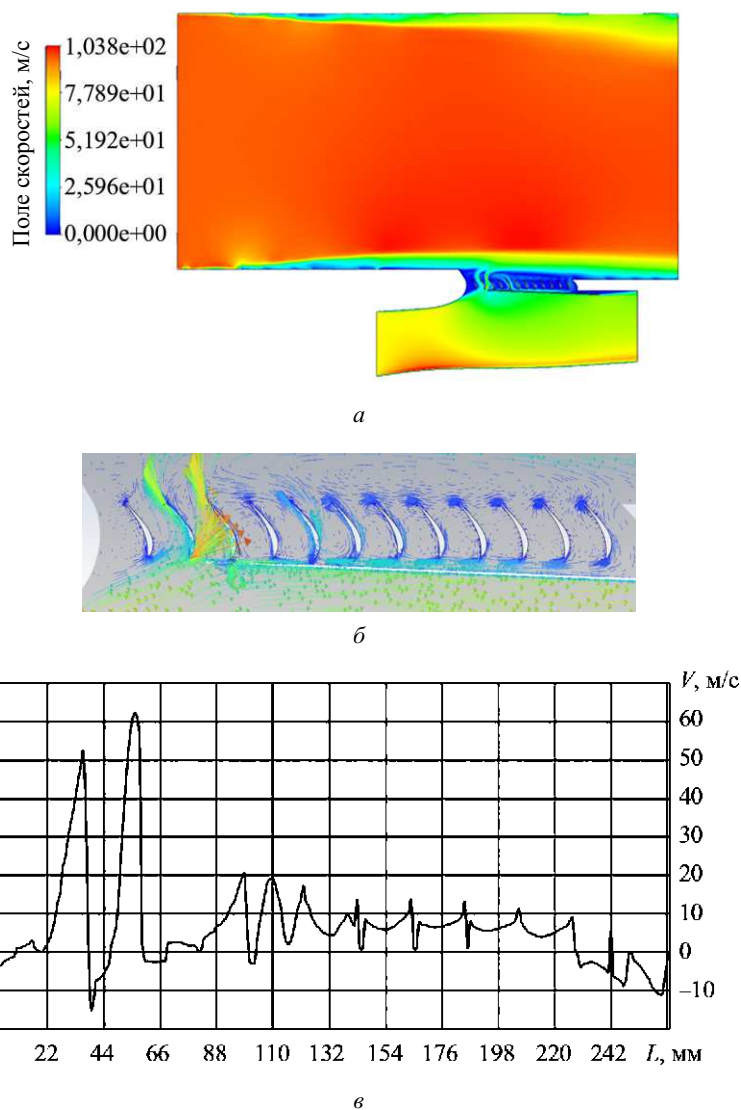


Рис. 2

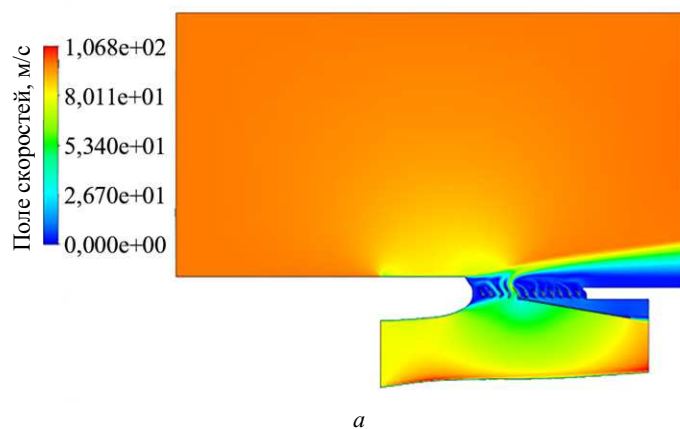
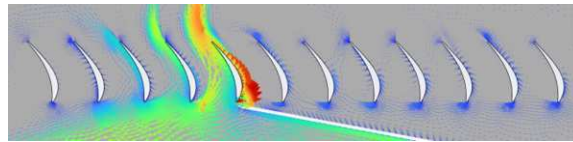
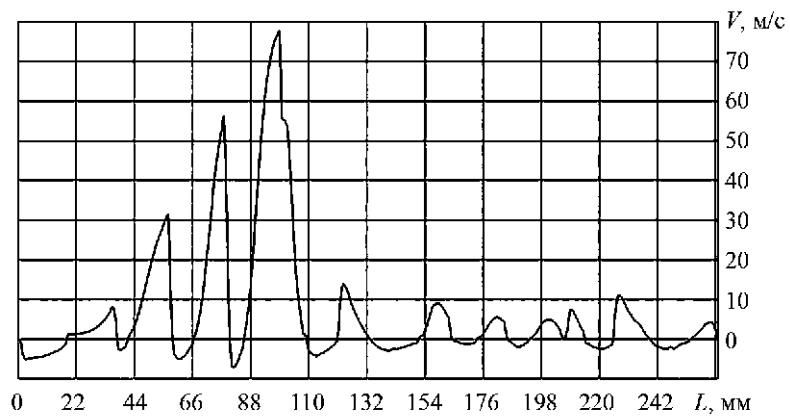


Рис. 3 (Начало)

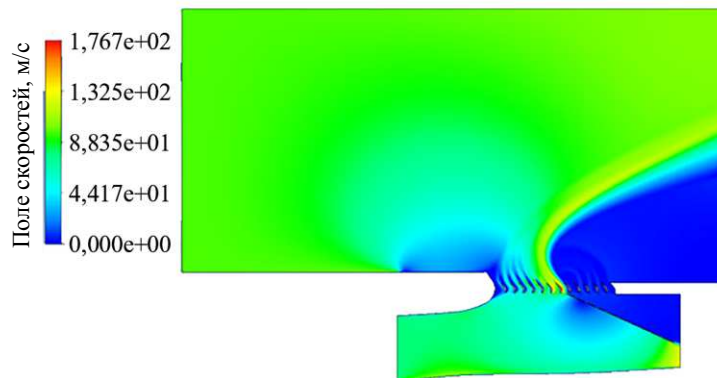


б

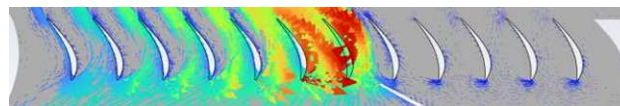


в

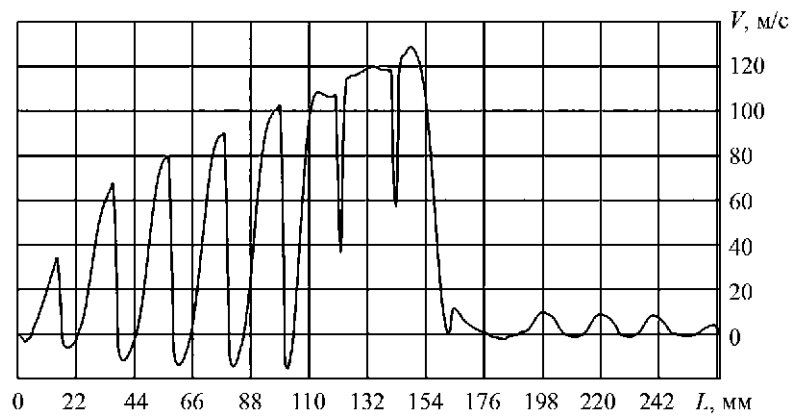
Рис. 3 (Окончание)



а

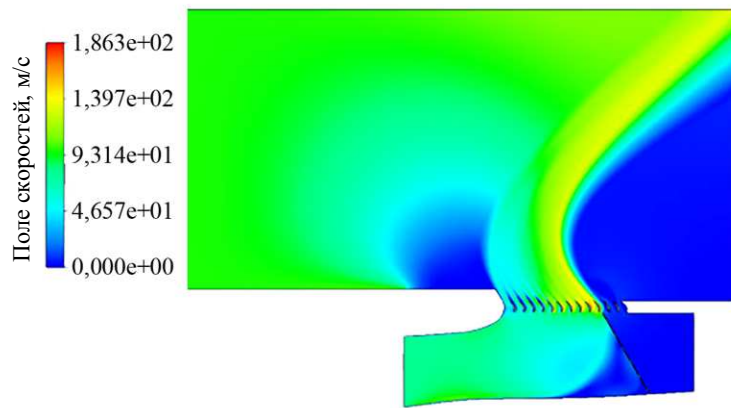


б

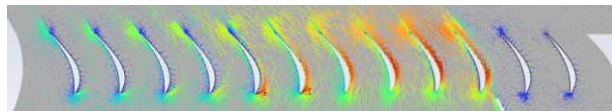


в

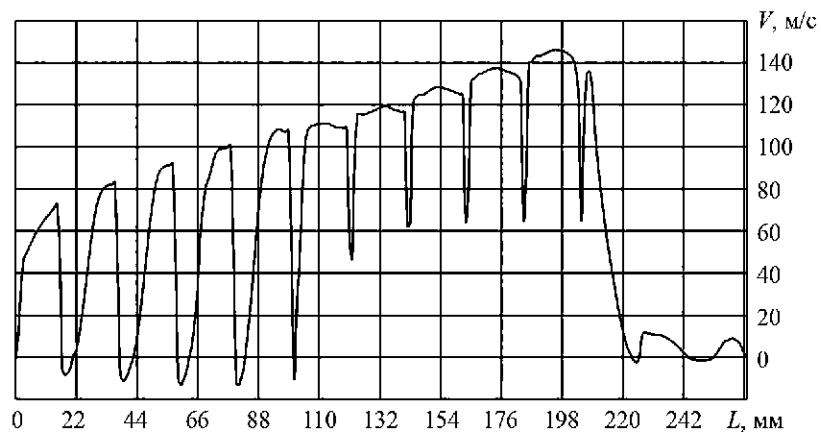
Рис. 4



a

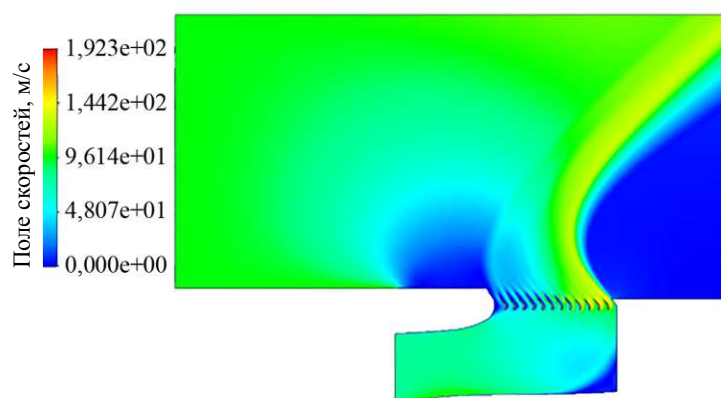


b

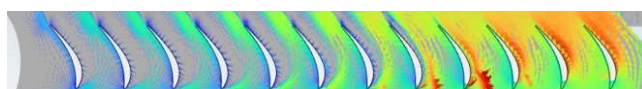


в

Рис. 5

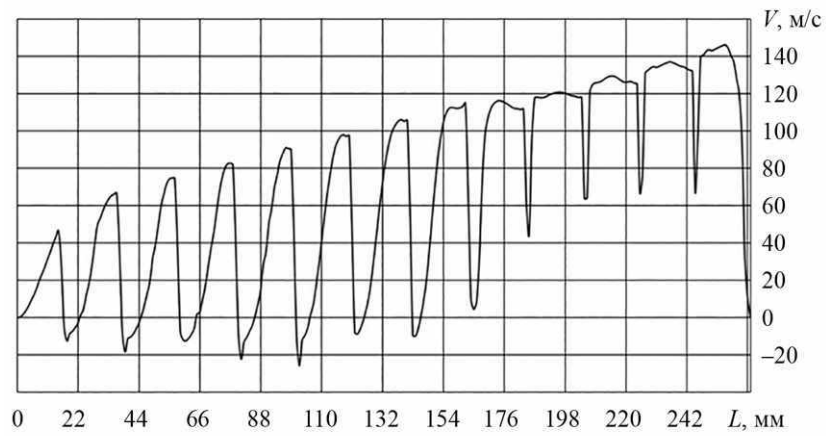


a



b

Рис. 6 (Начало)



в

Рис. 6 (Окончание)

В ходе численного моделирования была установлена величина аэродинамической силы  $R$ , действующей на створку при ее перекладке из положения, соответствующего режиму прямой тяги, в положение, соответствующее режиму обратной тяги (рис. 7).

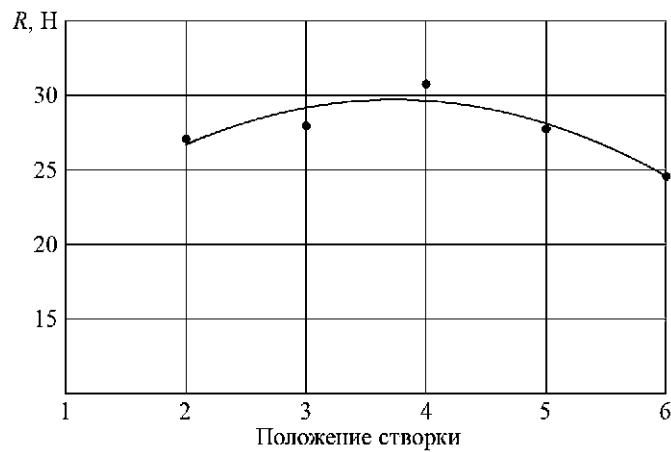


Рис. 7

Максимальное силовое воздействие потоком на створку наблюдается при ее нахождении в четвертом положении. Распределение статического давления  $p$  по длине створки  $l$  при ее перекладке показано на рис. 8.

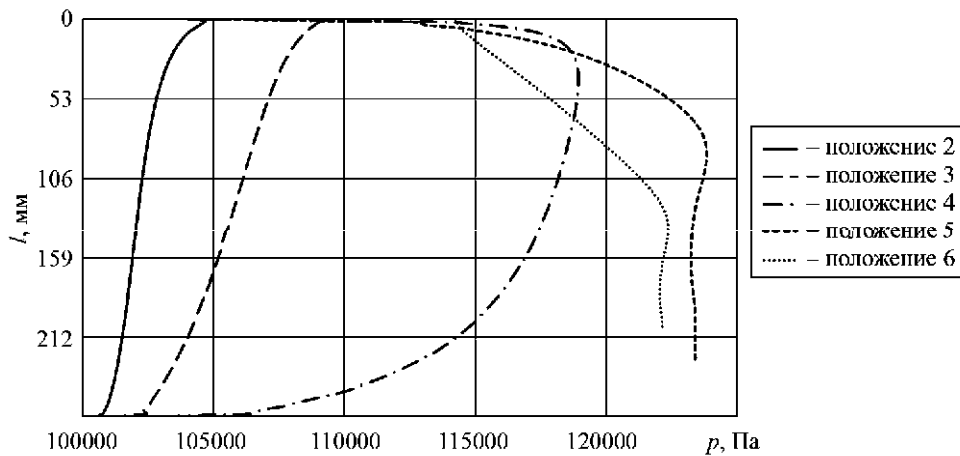


Рис. 8

В пятом положении статическое давление на створку превышает соответствующий показатель в четвертом положении, при этом длина створки сокращается вследствие ее складывания и принятия Г-образной формы. В шестом положении длина взаимодействующей с потоком створки становится минимальной. Это обусловлено тем, что длина створки больше высоты канала наружного контура.

С помощью численного моделирования определена результирующая аэродинамическая сила, действующая на каждую лопатку решетки, через величину силы лобового сопротивления  $X$  и нормальной к спинке лопатки аэродинамической силы  $Y$ :

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2},$$

где  $X$  – сила лобового сопротивления лопатки;  $Y$  – нормальная к спинке лопатки аэродинамическая сила.

На рис. 9 приведена схема образования результирующей аэродинамической силы, действующей на лопатку решетки реверсивного устройства.

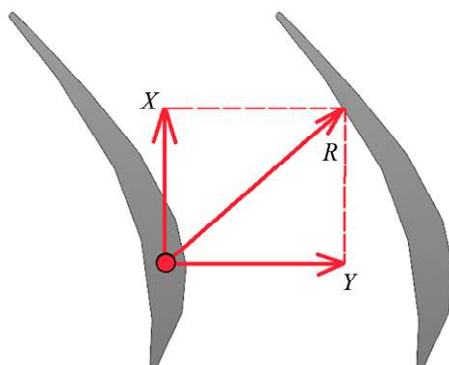


Рис. 9

Результирующая аэродинамическая сила  $R$ , действующая каждую из лопаток решетки, для различных положений створки приведена на рис. 10.

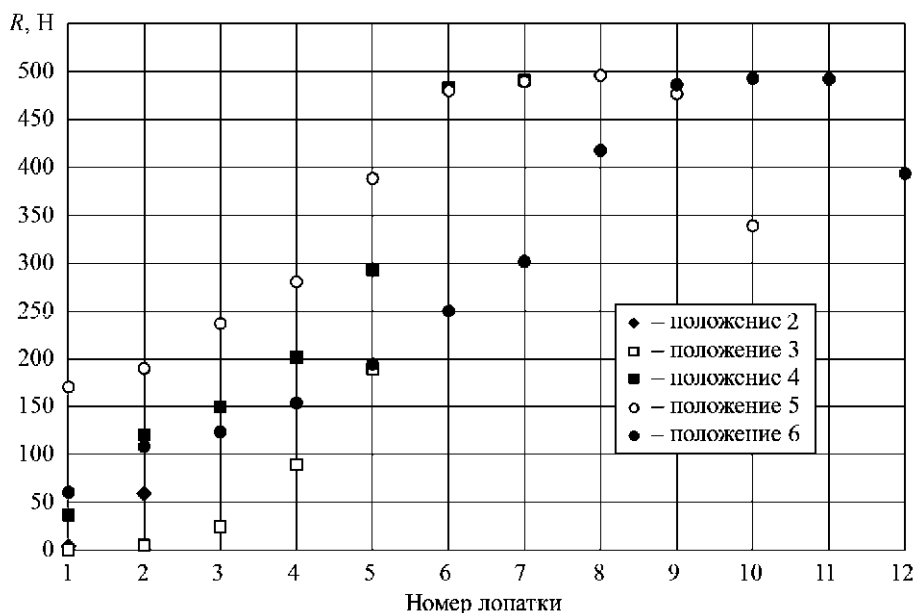


Рис. 10

Как видим (см. рис. 10), в результате действия более высокого скоростного напора последние лопатки решетки, расположенные ближе к створке, испытывают более интенсивную нагрузку при включении реверсивного устройства и на режиме обратной тяги.

Полученные результаты определения силы, действующей на створку, могут быть использованы при проектировании кинематики привода реверсивного устройства, а результаты усилий на лопатки – при прочностных расчетах лопаток.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Иноземцев А.А., Нихамкин М.А., Сандрацкий В.Л.* Газотурбинные двигатели. Основы конструирования авиационных двигателей и энергетических установок: в 5 т. М.: Машиностроение, 2008. Т. 2. Основы конструирования авиационных двигателей и энергетических установок. Общие сведения. Компрессоры. Камеры сгорания. Форсажные камеры. Турбины. Выходные устройства. 365 с.
2. *Бекурин Д.Б., Умпелева О.А., Копысов Д.В.* Использование численных методов при аэродинамическом проектировании реверсивного устройства решетчатого типа для перспективного ТРДД // Авиадвигатели XXI века: Сб. тез. 3-й Междунар. науч.-техн. конф., г. Москва, 30 нояб. – 3 дек. 2010. М.: ЦИАМ им. П. И. Баранова, 2010. С. 1482–1485.
3. *Варсегов В.Л., Саухин Л.А.* Аэродинамика устройства реверсирования тяги двухконтурного турбореактивного двигателя на этапе его включения // Изв. вузов. Авиационная техника. 2025. № 3. С. 98–104.

Поступила в редакцию 8.11.25  
После доработки 11.11.25  
Принята к публикации 11.11.25

## Dynamic Characteristics of the Flow Impact on the Elements of Thrust Reverser at the Switch-on Stage

V.L. VARSEGOV AND L.A. SAUKHIN

Tupolev Kazan National Research Technical University, Kazan

*Based on numerical modeling of the flow aerodynamics of a cascade-type thrust reverser located in the outer contour of a turbofan engine, at the switch-on stage during the flap repositioning, the dynamic characteristics of the flow impact on the flap and blades of the thrust reverser were determined. The numerical model was verified based on the results of the experimental study.*

**Turbofan bypass engine, thrust reverser, mode of transition from direct to reverse thrust, aerodynamic impact on structural elements, numerical modeling, verification of the numerical model**

## Исследование возможности применения водородного топливного элемента в силовой установке беспилотного летательного аппарата

*Рассматривается возможность использования гибридной энергетической установки на базе водородных топливных элементов для беспилотного летательного аппарата. Определены параметры топливного элемента, необходимые для замены штатной аккумуляторной батареи. В программной среде Simcenter Amesim разработана математическая модель топливного элемента с протонообменной мембраной, объединяющая электрохимическую подсистему, подсистему материального баланса и тепловую подсистему. Сделан вывод о технической реализуемости и перспективности применения топливных элементов на беспилотном летательном аппарате, что создает основу для разработки экологически чистых авиационных систем с нулевым уровнем вредных выбросов.*

**А.Д. МИТЮШКИН,**  
аспирант,  
**А.М. ЕРМАКОВ,**  
канд. техн. наук,  
**Р.Р. САЛАХОВ,**  
канд. техн. наук,  
**М. МРШД**  
(КНИТУ-КАИ, Казань)  
amermakov@kai.ru

**Водородный топливный элемент, беспилотный летательный аппарат, гибридная энергоустановка, экологически чистая авиация**

Эволюция топливных элементов берет начало в научных открытиях XIX века. После создания А. Вольтой первого источника постоянного тока (1790-е гг.) и проведения экспериментов У. Николсоном и А. Карлайлом по электролизу воды (1800 г.) У.Р. Гров в 1838 г. сконструировал первую газовую батарею. В ходе ключевого эксперимента с использованием платиновых электродов в атмосфере водорода и кислорода им была не только зафиксирована генерация электрического тока, но и обнаружено побочное образование воды, что наглядно продемонстрировало обратимость процесса электролиза. Несмотря на выводы В. Оствальда о практической непригодности подобных устройств, именно У.Р. Гров заложил основополагающий принцип работы топливного элемента, заключающийся в прямом преобразовании химической энергии топлива в электрическую [1].

Практическое развитие технологии получило новый импульс в середине 1960-х гг. в рамках космических программ США и СССР, где требовался эффективный источник энергии для лунных миссий, способный также вырабатывать питьевую воду [2, 3]. Очередной этап активизации интереса наступил после нефтяного кризиса 1970-х гг., когда топливные элементы начали рассматриваться в качестве перспективного решения для энергетики и транспорта. Примером такой реализации стали топливные ячейки, разработанные в НПО «Квант» (Латвия) для микроавтобусов «РАФ» [4]. В период 1990-х – начало 2000-х гг. волна прототипов и демонстрационных проектов охватила две основные области: стационарную энергетику (когенерационные установки и системы резервного питания) и транспортный сектор, где автопроизводители активно разрабатывали автомобили на основе протонообменных мембран, привлекательных благодаря компактности и низкотемпературному режиму работы. Тем не менее широкомасштабной коммерциализации систематически препятствовали инфраструктурные ограничения. Для транспортного применения ключевой проблемой стало отсутствие развитой водородной инфраструктуры, что требовало либо дорогостоящего перехода на чистый водород, либо внедрения сложных бортовых риформеров для его получения из углеводородного топлива. Несмотря на активность более ста компаний, к 2013 г. интерес к данному направлению вновь пошел на спад [5].

Топливные элементы вызывают значительный научный и практический интерес в авиации благодаря высокой энергетической эффективности и экологической чистоте. Перспективы их применения рассматриваются по трем основным направлениям: замена вспомогательных силовых установок; обеспечение резервного электропитания критически важных бортовых систем; создание силовых установок для электрической тяги, в первую очередь, для беспилотных летательных аппаратов (БЛА) и воздушных судов малой авиации.

Ключевыми преимуществами применения топливных элементов в области авиации являются высокий КПД (60–70 %), энергоемкость водорода (120 МДж/кг), нулевые вредные выбросы.

В сравнении с традиционными системами энергоустановка на базе топливных элементов демонстрирует преимущество по массе при величине энергосодержания свыше 10 кДж, превосходя аккумуляторные батареи эквивалентной энергоемкости в 2–3 раза. Вместе с тем удельная мощность топливного элемента (0,7 кВт/кг) уступает аналогичному показателю газотурбинных двигателей (3 кВт/кг).

Технологические проблемы заключаются в необходимости разработки воздухоохлаждаемых топливных элементов с эффективным тепловым режимом, обеспечении водного баланса мембраны при больших расходах воздуха, создании легких и безопасных систем хранения водорода. Перспективы связаны с интеграцией топливных элементов в гибридные силовые установки и развитием инфраструктуры для криогенного водорода [6].

Примером использования топливных элементов в малой авиации в России является мультироторный летательный аппарат, разработанный в ФИЦ ПХФ и МХ РАН (Черноголовка) и МФТИ (Долгопрудный). В 2023 г. был представлен БЛА, способный осуществлять непрерывный полет длительностью до 2,5 ч при скорости полета до 50 км/ч [7].

В качестве объекта для экспериментального исследования возможности применения гибридной энергетической установки на основе водородных топливных элементов выбран БЛА «DJI FlyCart 30». Выбор данной платформы обусловлен рядом факторов. Во-первых, она отличается адекватной масштабируемостью: массогабаритные характеристики DJI FlyCart 30 позволяют разместить экспериментальную силовую установку и систему хранения водорода без потери летной годности аппарата. Во-вторых, данный БЛА ориентирован на продолжительные полеты, что непосредственно соответствует ключевым преимуществам силовой установки на топливных элементах [8]. В-третьих, конструктивно-компоновочное решение БЛА допускает проведение модификации, предусматривающей замену штатной аккумуляторной батареи на экспериментальный гибридный привод, интегрирующий топливный элемент и буферную литий-полимерную аккумуляторную батарею.

Методика исследования включает комплексные исследования параметров модифицированного БЛА «DJI FlyCart 30» с четырьмя установленными электродвигателями мощностью 8 кВт [9]. В ходе исследований оцениваются общая энергоэффективность электрической силовой установки и тепловой режим работы топливного элемента.

Приведем основные характеристики БЛА «DJI FlyCart 30» [8].

Летательный аппарат: вес (без батареи) – 42,5 кг; вес (с двумя батареями DB2000) – 65 кг; максимальный взлетный вес (уровень моря) – 95 кг; максимальная диагональ (расстояние между осями) – 2200 мм; габариты (в разложенном виде) – 2800×3085×947 мм (Д×Ш×В); две батареи; рекомендуемая температура эксплуатации – –20...45° С.

Летные характеристики: максимальная полезная нагрузка (две батареи) – 30 кг; максимальная полезная нагрузка (одна батарея) – 40 кг; максимальная горизонтальная скорость – 20 м/с; максимальная высота полета (без нагрузки) – 6000 м; сопротивление ветру – 12 м/с.

Силовая установка: четыре двигателя; мощность на один ротор – 4000 Вт; KV двигателя – 48 об/мин/В; диаметр винтов – 1,37 м.

Система батарей: емкость – 38000 мАч; номинальное напряжение – 52,22 В; запас энергии – 1984,4 Вт·ч; вес примерно 11,32 кг.

Для перевода БЛА «DJI FlyCart 30» на гибридную силовую установку на основе водородного топливного элемента требуется замена штатной аккумуляторной батареи на систему с топливным элементом. Такая система включает топливный элемент, буферную батарею, водородный баллон высокого давления и пр.

Штатные двигатели развивают суммарную мощность 32 кВт с учетом КПД электродвигателя (примерно 95 %) и потерь в силовой электронике.

Сухая масса штатных батарей – 11,3 кг. Для сохранения весового баланса БЛА масса системы с топливным элементом не должна превышать эту величину.

Для определения рабочих характеристик и интеграции в энергетическую систему БЛА была разработана математическая модель протонообменной мембраны топливного элемента. В качестве базового

прототипа для параметризации модели был выбран топливный элемент, рассмотренный в работе [10], где детально исследована эффективность охлаждения водородным потоком – ключевая технология для авиационного применения.

Все эксперименты в работе [10] проводились на коротком стеке протонообменной мембраны топливного элемента производства ZBT GmbH (Германия). Стек имеет водяное охлаждение, состоит из шести ячеек и обеспечивает электрическую мощность до 100 Вт при 3,6 В. Для обеспечения функционирования вспомогательных систем стека топливных элементов применяется испытательная система топливных элементов SMART2 производства компании WonATech (Южная Корея).

Основные геометрические, электрохимические и теплофизические параметры модели были заимствованы из исследования [10]: плотность биполярной пластины – 1990 кг/м<sup>3</sup>; удельная теплоемкость биполярной пластины – 710 Дж/(кг·К); теплопроводность биполярной пластины – 120 Вт/(м·К); электропроводность биполярной пластины – 92 600 см/м; толщина биполярной пластины – 9,5 мм; контактное сопротивление в зоне змеевика биполярной пластины –  $3,52 \cdot 10^{-7}$  Ом·м<sup>2</sup>; плотность диффузионного слоя – 321,5 кг/м<sup>3</sup>; пористость диффузионного слоя – 0,82; электропроводность диффузионного слоя – 280 см/м; вязкостное сопротивление (анод) диффузионного слоя –  $1 \cdot 10^{12}$  1/м<sup>2</sup>; вязкостное сопротивление (катод) диффузионного слоя –  $3,86 \cdot 10^{12}$  1/м<sup>2</sup>; краевой угол смачивания диффузионного слоя – 110°; толщина диффузионного слоя – 420 мкм; удельная поверхность катализаторного слоя –  $1,25 \cdot 10^7$  м<sup>2</sup>/м<sup>3</sup>; толщина (анод) катализаторного слоя – 6 мкм; толщина (катод) катализаторного слоя – 12 мкм; пористость катализаторного слоя – 0,2; плотность мембраны катализаторного слоя – 1980 кг/м<sup>3</sup>; теплопроводность мембраны катализаторного слоя – 0,16 Вт/(м·К); эквивалентная масса мембраны катализаторного слоя – 1100 г/моль; толщина мембраны катализаторного слоя – 175 мкм; концентрационный показатель (анод) – 0,5; концентрационный показатель (катод) – 1; референтная плотность тока обмена (анод) –  $448 \cdot 10^5$  мкА/см<sup>2</sup><sub>рт</sub>; референтная плотность тока обмена (катод) – 448 мкА/см<sup>2</sup><sub>рт</sub>.

Данный набор параметров был верифицирован сопоставлением с экспериментальными данными, что обеспечивает адекватность его использования для моделирования.

Моделирование выполнено в программной среде Simcenter Amesim, которая предоставляет специализированные библиотеки для моделирования систем на топливных элементах (рис. 1).

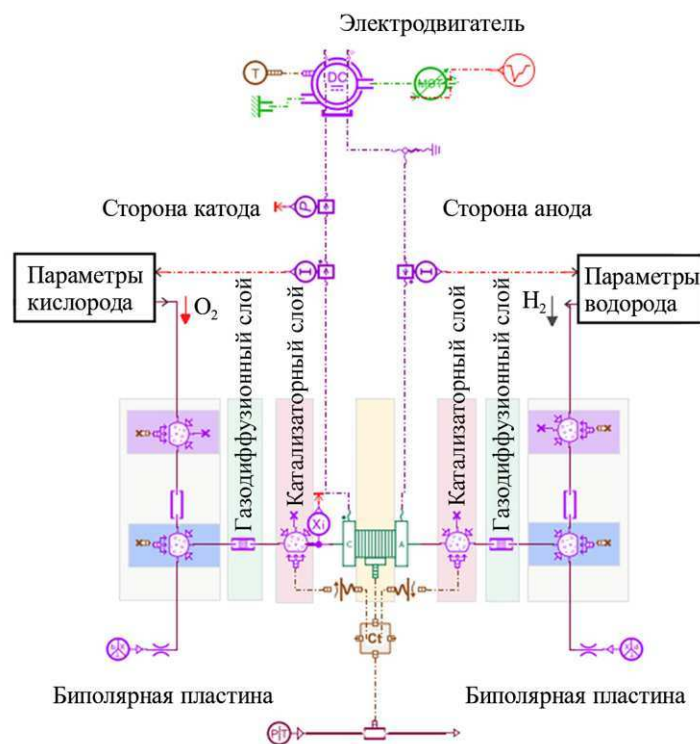


Рис. 1

Модель включает электрохимическую модель, модель баланса веществ и тепловую модель.

Приведем упрощенную схему одиночной ячейки, иллюстрирующую различные части модели топливного элемента в демонстрационной модели. Также представлена соответствующая схема в Simcenter Amesim.

Одиночная ячейка состоит из следующих частей.

1. Два электрода, соответствующих катализаторным слоям, где происходят две полуреакции.

2. Мембрана между двумя электродами, через которую могут диффундировать вода и вещества.

3. Два слоя газодиффузионного слоя – пористые среды, используемые для подачи реагентов к электродам (один на катодной стороне, другой – на анодной).

4. Две биполярные пластины, содержащие каналы для подачи реагентов к газодиффузионному слою.

Одна пластина находится на катодной стороне, вторая на анодной. Каналы на катодной и анодной сторонах моделируются с помощью двух объемов. Один соответствует условиям на входе, а второй, расположенный под ним, – условиям на выходе из батареи. Между ними добавлена подмодель трубы для учета перепада давления в биполярных пластинах между входом и выходом батареи.

Для создания батареи топливных элементов собираются несколько отдельных ячеек с описанной архитектурой.

С точки зрения электрической схемы ячейки соединены последовательно. Количество последовательно соединенных ячеек задается в подмодели для расчета напряжения батареи.

С точки зрения потока газовой смеси ячейки соединены параллельно. Компоненты газовой смеси напрямую не учитывают количество ячеек, поэтому параметры компонентов газовой смеси адаптированы для учета количества ячеек.

Баланс веществ и энергии осуществляется в камерах газовой смеси. Потребляемые и производимые реактивные виды, рассчитанные моделью батареи, удаляются из потока газовой смеси и добавляются в него через эти камеры, связанные с моделью батареи топливных элементов.

Для моделирования перепадов давления используются резистивные элементы. Затем для моделирования диффузии газовых видов, их переноса и теплопроводности в пористой среде используется резистивный компонент.

Части, соответствующие электродам на приведенной схеме, отображают условия для газовых видов на электродах. Твердая часть электродов не включается в модель.

Биполярные пластины также моделируются с учетом их влияния на поток газовой смеси (перепады давления).

Твердая часть газодиффузионного слоя моделируется через проницаемость газодиффузионного слоя, ее эквивалентная теплопроводность может быть рассчитана на основе теплопроводности материала и его пористости.

На катодной и анодной сторонах стека применяются суперкомпоненты, предназначенные для задания стехиометрических соотношений по кислороду и водороду. В зависимости от величины тока батареи данные компоненты вычисляют требуемые массовые расходы воздуха на входе и водорода на входе, обеспечивая тем самым поддержание выбранного уровня стехиометрии. На катодной и анодной сторонах расположено по три камеры, в которых циркулирует газовая смесь. Данные камеры обеспечивают баланс реакционных компонентов на входе в батарею, на выходе из нее, а также непосредственно на электроде.

Модель учитывает нагрев элемента за счет джоулевых и электрохимических потерь, а также эффективность охлаждения набегающим потоком воздуха, что имитирует реальные условия полета БЛА «DJI FlyCart 30». Принцип водородного охлаждения, детально изученный в работе [10], был реализован в модели для оценки теплового режима.

В модели в качестве нагрузки на топливный элемент используется электродвигатель (см. рис. 1).

Первоначальный этап верификации был выполнен для модели топливного элемента с одной ячейкой. В среде Simcenter Amesim была построена расчетная поляризационная характеристика и проведено ее сравнение с данными [10]. Результаты показаны на рис. 2.

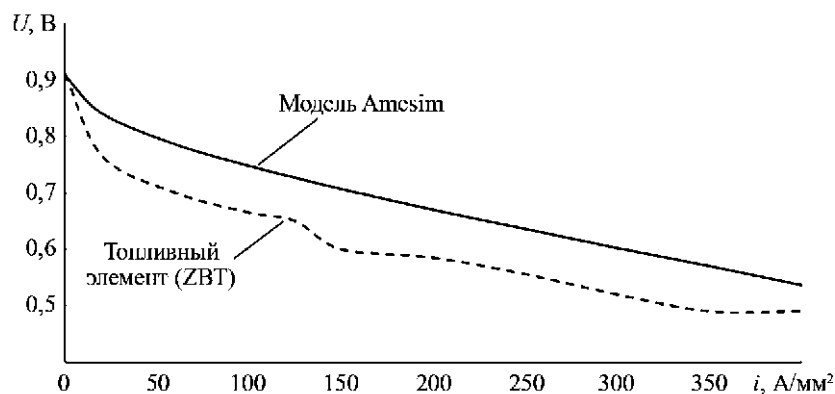


Рис. 2

На рис. 2 представлены поляризационные кривые, полученные в результате одномерного моделирования топливного элемента в программе Simcenter Amesim, а также экспериментально зафиксированные при функционировании топливного элемента (ZBT) [10]. Расхождение между указанными зависимостями находится в пределах 8...14 %, что обусловлено наличием побочных («паразитных») реакций, процессами старения элемента и отклонением реальных условий эксплуатации от идеализированных [10]. Полученная сходимость результатов в пределах 14 % подтверждает адекватность одномерной модели и ее соответствие характеристикам топливного элемента (ZBT).

После успешной верификации модели одной ячейки топливного элемента была выполнена задача масштабирования до полноценного стека, способного обеспечить энергией выбранные электродвигатели [11].

В гибридной установке нагрузкой на топливный элемент является электродвигатель. Как было указано ранее, для электродвигателя мощность силовой установки на топливном элементе составляет 32 кВт. Исходя из мощности, выдаваемой одной верифицированной ячейкой, было проведено определение необходимого количества элементов в стеке [12]. Расчеты показали, что для достижения требуемой мощностной характеристики необходимо объединить в последовательный стек 4135 ячеек.

В результате моделирования были получены характеристики топливного элемента, необходимые для проектирования гибридной силовой установки.

На рис. 3 представлена расчетная поляризационная кривая разработанной модели топливного элемента с учетом параметров набегающего воздуха.

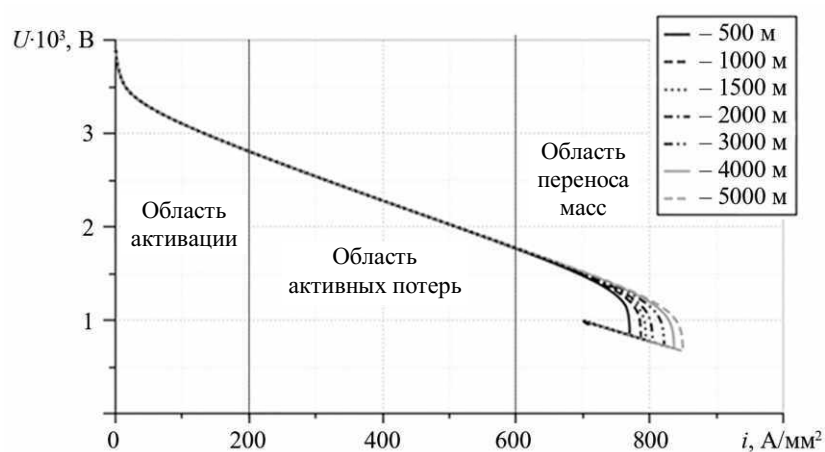


Рис. 3

В области массопереноса [13] резкое снижение напряжения обусловлено концентрационной поляризацией. Скорость подвода реагентов (водорода и кислорода) к активным центрам электродов и/или скорость отвода продуктов реакции (воды) оказываются недостаточными. Это ведет к «голоданию»

ячейки и обвальному падению напряжения. Различия в поведении поляризационной кривой в данной области при разных параметрах охлаждения объясняются накоплением производимой воды, условиями отвода тепла и эффектом «удушья» элемента.

На высоте 500 м температура охлаждающей среды сохраняется относительно высокой. Система охлаждения обеспечивает эффективный отвод тепла, предотвращая перегрев топливного элемента. Образующийся водяной пар беспрепятственно удаляется потоком реакционных газов. При этом мембрана сохраняет достаточный уровень гидратации, что является необходимым условием для поддержания ее протонной проводимости.

На высоте 5000 м температура окружающей среды снижается до крайне низких значений. Несмотря на кажущееся преимущество для теплоотвода, система охлаждения функционирует избыточно эффективно. Интенсивный отвод тепла приводит к уменьшению температуры топливного элемента ниже оптимального диапазона, что негативно сказывается на кинетике электрохимических реакций и ионной проводимости мембраны. Это проявляется в более раннем и резком падении напряжения на поляризационной кривой. Кроме того, при низких температурах на холодных поверхностях внутри элемента (в частности, на стенках газоподводящих каналов) происходит конденсация водяного пара. Образующаяся жидкая вода накапливается и блокирует поровое пространство газодиффузионного слоя и катализаторного слоя, препятствуя транспорту кислорода из воздушного потока к активным центрам катализатора.

В области высоких плотностей тока, когда потребность в кислороде достигает максимальных значений, его транспорт к катализаторному слою существенно ограничивается наличием жидкой воды в пористой структуре. Данное явление в научной литературе получило название «затопление». Возникающее вследствие этого кислородное «голодание» обуславливает резкое, лавинообразное падение напряжения, что соответствует конечному участку поляризационной кривой («обрыву» графика). Характер нарушения указанного баланса при различных температурах охлаждающей среды неодинаков, что в конечном счете определяет максимальную мощность, которую можно отвести от топливного элемента без наступления режима «удушья» (затопления).

На рис. 4 показана динамика температуры мембраны топливного элемента при ступенчатом изменении нагрузки. Модель демонстрирует, что при использовании комбинированного охлаждения набегающим воздухом и избыточным водородным потоком температура элемента стабилизируется в допустимом диапазоне 60...80 °С, что исключает риск перегрева и деградации мембраны.

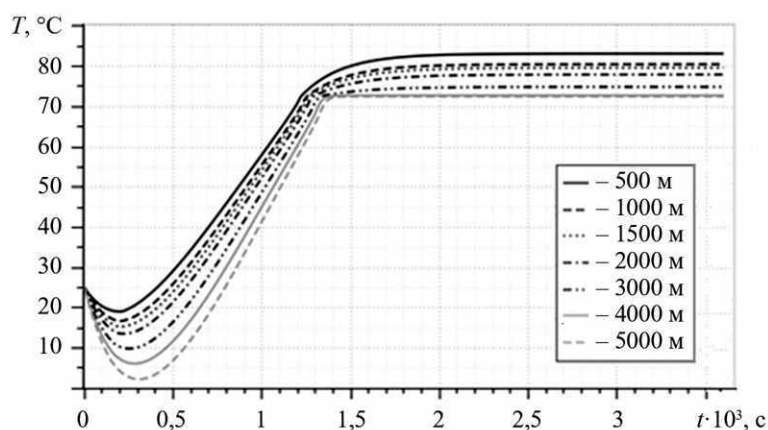


Рис. 4

Как отмечено в статьях [14, 15], точный учет атмосферных условий является критически важным для верификации расчетных моделей и планирования летных испытаний. Одним из ключевых внешних параметров, напрямую влияющих на аэродинамические характеристики, нагрузку на элементы управления и работу силовой установки, является температура воздуха, закономерно изменяющаяся с высотой. Для проведения указанных исследований необходима эталонная или характерная модель атмосферы.

В соответствии с моделью стандартной атмосферы, принимаемой за основу при выполнении подобных расчетов, зависимость температуры от высоты в диапазоне, характерном для летательных аппаратов вертикального взлета и посадки, может быть представлена в виде таблицы.

Высота, м	Давление, кПа	Температура, К
500	9,55	284,9
1000	8,99	281
1500	8,45	278,4
2000	7,95	275,15
3000	7,012	268,66
4000	6,166	262,166
5000	5,368	255,35

Снижение температуры ниже начального значения обусловлено переохлаждением стека под воздействием набегающего потока воздуха. Последующее повышение температуры вызывается нагревом топливного элемента в процессе его работы

Рис. 5 демонстрирует мощность электродвигателя, подключенного к топливному элементу. График наглядно иллюстрирует, как гибридная система поддерживает стабильное энергоснабжение.

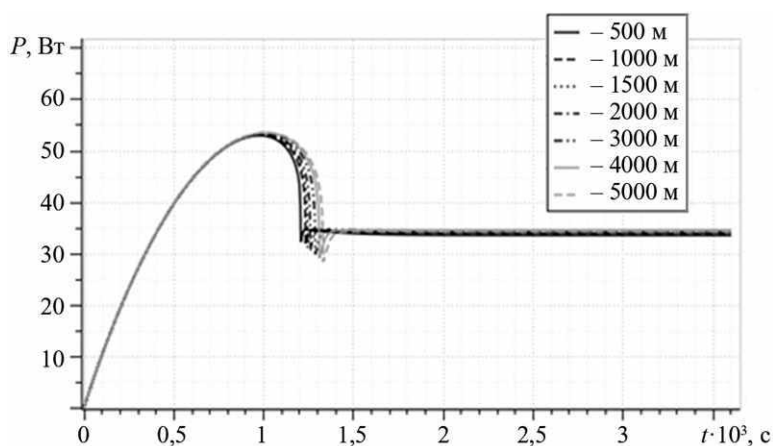


Рис. 5

Повышенное значение мощности, наблюдаемое в начальный период работы стека, может быть обусловлено двумя основными факторами. Во-первых, на этом этапе электрохимические реакции не достигают стационарного состояния; нестабильность скорости реакций, концентрации реагентов и распределения воды в стеке приводит к временному скачку напряжения и, как следствие, мощности. Во-вторых, исходные температура стека и степень гидратации мембраны могут находиться ниже оптимального уровня. В процессе прогрева стека и достижения необходимой влажности проводимость мембраны возрастает, что вызывает временное увеличение выходной мощности. При последующем выходе на установившийся режим и стабилизации всех параметров мощность снижается до номинального значения.

Таким образом, разработанная математическая модель топливного элемента с протонообменной мембраной подтвердила работоспособность системы в заданных условиях. Тепловой режим в диапазоне 60...80 °С поддерживается в допустимых пределах при охлаждении набегающим воздушным потоком. Заявленная мощность 32 кВт достигается при использовании стека из 4135 последовательно соединенных ячеек.

В результате проведенных исследований можно сделать следующий вывод. Применение топливных элементов на БЛА «DJI FlyCart 30» представляет собой технически реализуемое и перспективное направление. Результаты моделирования свидетельствуют о возможности создания эффективной гибридной энергетической установки, превосходящей традиционные системы по ключевым параметрам.

Работа выполнена за счет средств программы стратегического академического лидерства Казанского национального исследовательский технического университета им. А.Н. Туполева-КАИ («Приоритет-2030»).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Grove W.R. On a New Voltaic Combination // Philosophical Magazine. 1838. Vol. 13. № 243. P. 430–431.
2. Hacker B.C., Grimwood J.M. On the Shoulders of Titans: a History of Project Gemini. Washington: NASA, 1977. 650 p.
3. Паевский А. Перспективы водородных топливных элементов [Электронный ресурс]. URL: <https://new.ras.ru/activities/news/perspektivy-vodorodnykh-toplivnykh-elementov/> (дата обращения: 17.10.2025).
4. Петухова А. Краткая история водородных двигателей и топливных элементов: от XIX века до наших дней [Электронный ресурс]. URL: <https://onlinepatent.ru/journal/vodorodnie-dvigateli-sovremennie/> (дата обращения: 17.10.2025).
5. Vasudeva G., Zaheer A., Hernandez E. The Embeddedness of Networks: Institutions, Structural Holes, and Innovativeness in the Fuel Cell Industry // Organization Science. 2013. Vol. 24. Iss. 3. P. 645–964.
6. Wallace H.D. Fuel Cells: A Challenging History // Substantia. 2019. Vol 3. № 2. Suppl. 1. P. 83–97.
7. Российский дрон на водородном топливе прошел летные испытания [Электронный ресурс]. URL: <https://indicator.ru/engineering-science/rossiiskii-dron-na-vodorodnom-toplive-proshel-letnye-ispytaniya-30-05-2023.htm> (дата обращения: 17.10.2025).
8. Зиненков Ю.В. и др. Разработка летающей лаборатории на базе легкого беспилотного летательного аппарата // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. 2022. № 2. С. 41–52.
9. Денисенко С.Н. и др. Беспилотные летательные аппараты. СПб.: СПбГТИ (ТУ), 2023. 115 с.
10. Поршневой двигатель MD550 [Электронный ресурс]. URL: <https://ru.militarydrones.org.cn/md-550-engine-price-p00583p1.html> (дата обращения: 17.10.2025).
11. Reb 30 Electric Motor [Electronical Resource]. URL: <https://mgm-compro.com/electric-motor/reb-30-40-kw/> (дата обращения: 29.09.2025).
12. Kösters T.L. et al. Experimental Study and Simulations of Hydrogen Cooling Effectiveness for Aviation PEM Fuel Cells // Scientific Reports. 2023. № 13. Article № 23016.
13. Baroutaji A. et al. Comprehensive Investigation on Hydrogen and Fuel Cell Technology in the Aviation and Aerospace Sectors // Renewable and Sustainable Energy Reviews. 2019. Vol. 106. P. 31–40.
14. Гайнутдинова Т.Ю., Трусфус М.В., Гайнутдинов В.Г. О расчетно-экспериментальных исследованиях при выборе проектных параметров элементов управления планера самолета вертикального взлета и посадки // Изв. вузов. Авиационная техника. 2020. № 1. С. 3–8.
15. Гасанов М.Ф. и др. Моделирование движения летательного аппарата при вертикальной посадке в условиях бокового ветра // Изв. вузов. Авиационная техника. 2020. № 4. С. 192–196.

Поступила в редакцию 17.11.25

После доработки 9.12.25

Принята к публикации 11.12.25

## Investigation of the Possibility of Using a Hydrogen Fuel Cell in the Power Plant of an Unmanned Aerial Vehicle

A.D. MITYUSHKIN, A.M. ERMAKOV, R.R. SALAKHOV, AND M. MRSHD

Tupolev Kazan National Research Technical University, Kazan

*The paper considers the possibility of using a hybrid energy system based on hydrogen fuel cells for an unmanned aerial vehicle. The fuel cell parameters necessary to replace the standard battery were determined. A mathematical model of a proton exchange membrane fuel cell was developed in the Simcenter Amesim software environment, combining an electrochemical subsystem, a material balance subsystem, and a thermal subsystem. It is concluded that the use of fuel cells on an unmanned aerial vehicle is technically feasible and promising, which creates the basis for the development of environmentally friendly aviation systems with zero harmful emissions.*

**Hydrogen fuel cell, unmanned aerial vehicle, hybrid power plant, environmentally friendly aviation**

## Влияние угла крутки в двухъярусном завихрителе на смесеобразование и неравномерность полей температуры за камерой сгорания

*Методом численного моделирования исследовано влияние изменения угла установки лопаток второй ступени двухъярусного завихрителя (в диапазоне 30...60°) при постоянном угле установки лопаток первой ступени (30°) на характеристики камеры сгорания. Разработана расчетная модель сектора камеры сгорания авиационного двигателя. Проведено моделирование течения и процесса горения в камере сгорания с использованием программного обеспечения ANSYS Fluent. В исследованиях менялся угол установки и направление лопаток второй ступени (однонаправленное и противоположенное относительно первой ступени). Показано, что при угле установки лопаток второй ступени 45° и их противоположенной установке относительно первой ступени неравномерность поля температуры на выходе из камеры сгорания достигает минимального значения.*

**П. ЧЖАНГ,**  
аспирант,  
**Б.Г. МИНГАЗОВ,**  
д-р техн. наук  
(КНИТУ-КАИ, Казань)  
chzhangp@yandex.ru

**Двухъярусный завихритель, угол крутки, численное моделирование, смесеобразование, неравномерность поля температуры, камера сгорания**

Камера сгорания современного авиационного двигателя является ключевым элементом, обеспечивающим эффективность сгорания топлива и низкий уровень вредных выбросов. Постоянный рост требований к характеристикам авиационных двигателей стимулирует развитие камер сгорания в направлении повышения температуры перед турбиной, снижения общих потерь давления, повышения равномерности поля температуры на выходе и обеспечения устойчивости процесса горения. Конструктивные параметры завихрителя как основного аэродинамического элемента головки камеры сгорания определяют формирование зоны обратных токов, процессы распыления топлива и смесеобразования, устойчивость фронта пламени, а также характер эмиссии загрязняющих веществ. Таким образом, указанные параметры оказывают решающее влияние на характеристики камеры сгорания [1–3].

Проведено множество исследований характеристик течения и горения в камере сгорания с многоярусными завихрителями. В работе [4, 5] метод крупных вихрей был использован для моделирования холодного течения в камере сгорания с двухъярусным радиальным завихрителем. Полученные результаты подтверждают адекватность данного подхода при моделировании сложных течений в реальных камерах сгорания и формируют численную базу для оптимизации параметров завихрителя. В исследованиях характеристик течения за завихрителем в работе [6] с помощью PIV-технологии были проведены точные измерения холодного потока двухъярусного завихрителя, выявившие наличие пяти типичных областей с высоким числом Рейнольдса, что позволило получить значимые экспериментальные данные для понимания структуры вихревого течения. В работах [7, 8] систематически исследовано влияние числа вихря  $S$  внутренней и внешней ступеней трехступенчатого завихрителя на поле течения. Было установлено, что соотношение  $S$  различных ступеней существенно влияет на форму и размер зоны обратных токов.

Согласно результатам экспериментов и численного моделирования многоярусных радиальных завихрителей [9–11] с использованием авиационного керосина (Jet-A) изменение угла установки лопаток существенно влияет на однородность смесеобразования топлива и воздуха, характеристики обедненного срыва пламени, неравномерность поля температуры на выходе и уровень выбросов оксидов азота, при этом существует оптимальный диапазон сочетания параметров. Однако влияние угла установки лопаток именно двухъярусного осевого завихрителя в условиях, имитирующих реальный рабочий процесс, изучено недостаточно.

Целью данного исследования является определение влияния угла с противоположенной установкой лопаток второй ступени в двухъярусном осевом завихрителе на смесеобразование топлива и воздуха, структуру зоны обратных токов в камере сгорания, неравномерность поля температуры на выходе, а также выявление механизмов этого влияния.

В данном исследовании разработана расчетная модель сектора камеры сгорания авиационного двигателя (рис. 1).

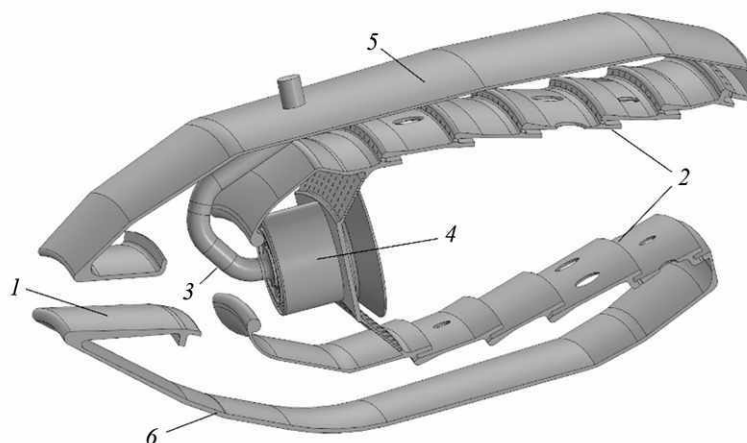


Рис. 1

Модель включает диффузор 1, жаровую трубу 2, упрощенную топливную форсунку 3, двухъярусный осевой завихритель 4 (рис. 2), внешний 5 и внутренний 6 корпусы. В стенках жаровой трубы выполнены основные отверстия для подачи воздуха, несколько рядов щелевых отверстий пленочного охлаждения и два ряда смесительных отверстий.

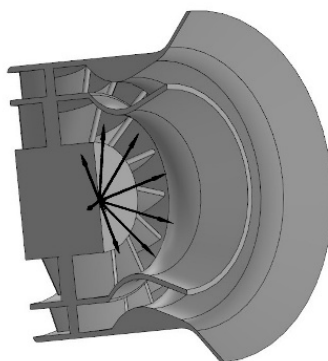


Рис. 2

Моделирование течения и процесса горения в камере сгорания выполнялось с использованием программного обеспечения ANSYS Fluent. Для моделирования турбулентности выбрана модель Realizable  $k-\epsilon$ , обработка пристеночной области осуществлена с помощью масштабируемых пристеночных функций. В качестве топлива используется авиационный керосин. Процесс горения моделируется с помощью модели предварительно перемешанного горения в сочетании с методом функций плотности вероятности. Распыл топлива моделируется с использованием дискретной фазовой модели и форсунки конического типа (см. рис. 2) [10, 12, 13].

Для связи давления и скорости в системе решаемых уравнений применяется алгоритм Coupled. В рамках численного моделирования дискретизация уравнений переноса импульса, турбулентной кинетической энергии, скорости диссипации турбулентности, компонентов потока, а также уравнения энергии осуществляется с помощью конечно-разностной схемы второго порядка точности, основанной на противопоточном принципе. Критерием сходимости результатов численного моделирования является уменьшение всех невязок до значений, не превышающих установленный порог  $1,0 \cdot 10^{-3}$ .

Приняты следующие граничные условия: рабочее давление – 3280000 Па; расход воздуха – 2,692 кг/с; расход топлива – 0,0591 кг/с; температура воздуха – 860 К; температура топлива – 375 К; условие выхода – выход давления.

Для точного воспроизведения характеристик течения в ключевых зонах камеры сгорания была выполнена дискретизация расчетной модели с использованием неструктурированной сетки из шестигранных элементов в программном пакете Fluent Meshing. В областях с высокими градиентами параметров (лопатки завихрителя, отверстия пленочного охлаждения жаровой трубы) было применено локализованное сгущение сетки (рис. 3).

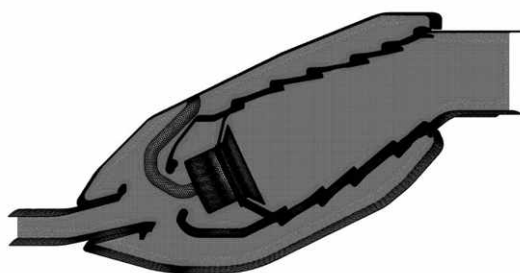


Рис. 3

Для оценки влияния количества элементов сетки на результаты расчетов проведена проверка независимости от сетки. Созданы четыре модели с различным количеством элементов: 4,04, 5,63, 6,71, 7,50 млн. Численное моделирование выполнялось при одинаковых граничных условиях.

На рис. 4 представлено сравнение распределений осевой скорости  $C_x$  вдоль центральной оси камеры сгорания для моделей с различным количеством элементов.

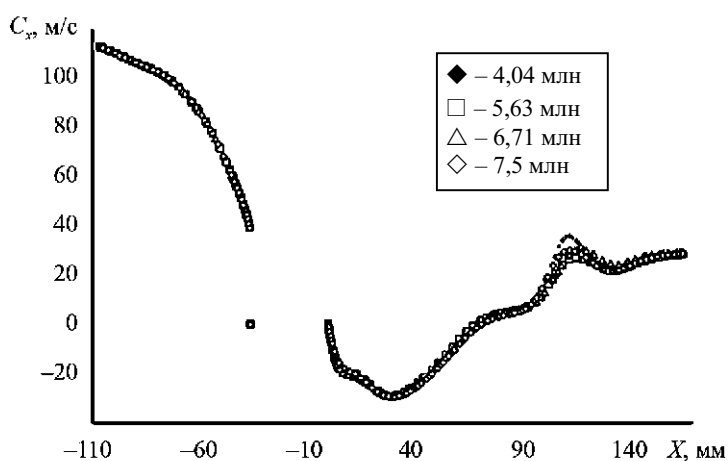


Рис. 4

Как видим (см. рис. 4), при увеличении количества расчетных элементов до 5,63 млн дальнейшее сгущение сетки не приводит к значимым изменениям распределения осевой скорости вдоль центральной оси: вариация данного параметра составляет менее 1 %. Следовательно, для обеспечения баланса между точностью расчетов и вычислительной эффективностью для всех последующих численных исследований выбрана модель с 5,63 млн элементов сетки.

Для исследования влияния угла установки лопаток второй ступени  $\varphi_2$  завихрителя на характеристики камеры сгорания при постоянном угле установки лопаток первой ступени  $\varphi_1 = 30^\circ$  менялся угол установки и направление лопаток второй ступени (однаправленное и противоположное относительно первой ступени), в результате чего было получено четырнадцать расчетных моделей: вариант 1 –  $\varphi_2 = 30^\circ$ ; вариант 2 –  $\varphi_2 = 35^\circ$ ; вариант 3 –  $\varphi_2 = 40^\circ$ ; вариант 4 –  $\varphi_2 = 45^\circ$ ; вариант 5 –  $\varphi_2 = 50^\circ$ ; вариант 6 –  $\varphi_2 = 55^\circ$ ; вариант 7 –  $\varphi_2 = 60^\circ$ ; вариант 8 –  $\varphi_2 = -30^\circ$ ; вариант 9 –  $\varphi_2 = -35^\circ$ ; вариант 10 –  $\varphi_2 = -40^\circ$ ; вариант 11 –  $\varphi_2 = -45^\circ$ ; вариант 12 –  $\varphi_2 = -50^\circ$ ; вариант 13 –  $\varphi_2 = -55^\circ$ ; вариант 14 –  $\varphi_2 = -60^\circ$ .

На рис. 5 представлено распределение массовой доли топлива в среднем сечении камеры сгорания с однонаправленными завихрителями при  $\varphi_2 = 45^\circ$ .

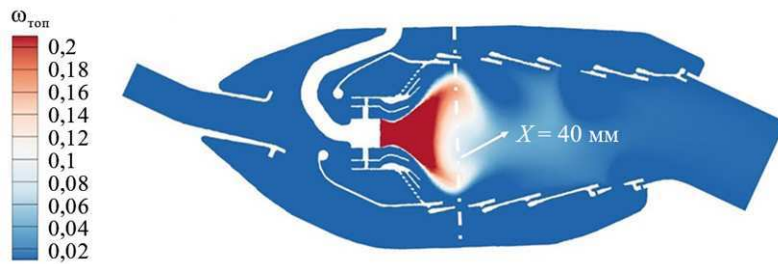


Рис. 5

Согласно рис. 5 капли топлива подвергаются сдвиговому воздействию и смешению с потоком воздуха, поступающим через завихритель, после чего смесь поступает в основную зону горения. При этом наблюдается осесимметричное распределение топлива относительно центральной оси камеры сгорания.

На рис. 6 представлено распределение массовой доли топлива в осевом сечении с однонаправленными (рис. 6, а–в) и противонаправленными (рис. 6, г–е) лопатками на расстоянии  $X = 40$  мм за завихрителем при различных углах установки лопаток:  $\varphi_2 = 30^\circ$  (рис. 6, а, г);  $\varphi_2 = 45^\circ$  (рис. 6, б, д);  $\varphi_2 = 60^\circ$  (рис. 6, в, е).

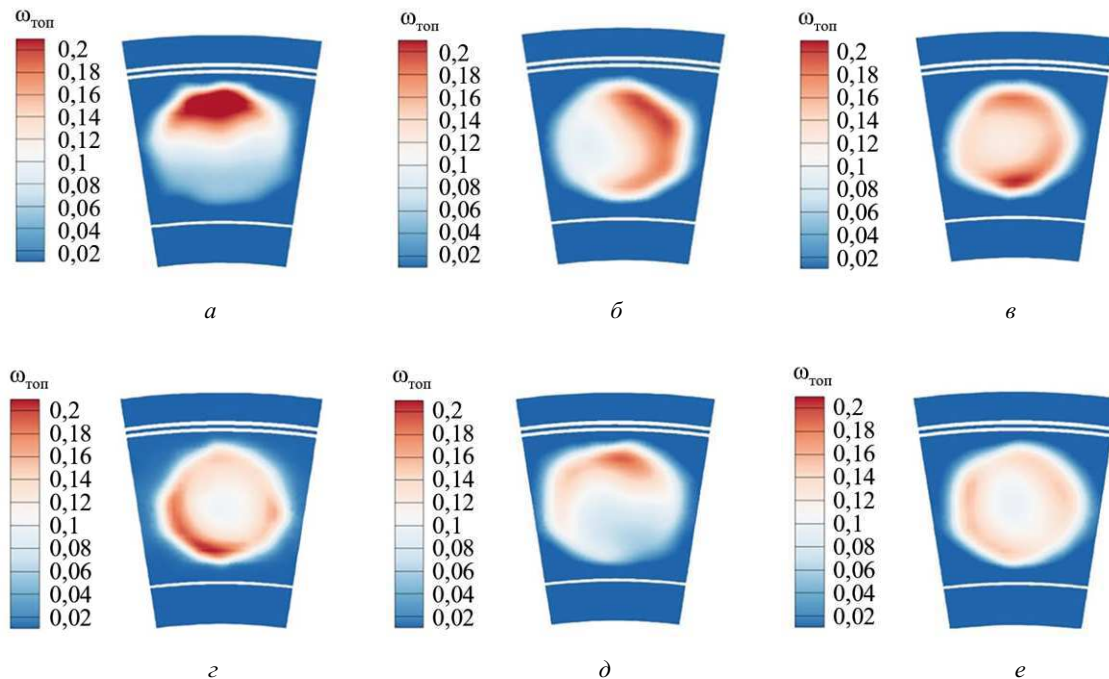


Рис. 6

Согласно рис. 6 с увеличением угла  $\varphi_2$  улучшается смешение топлива с воздухом. Применение завихрителя с противонаправленными лопатками обеспечивает более эффективное топливовоздушное смешение по сравнению с однонаправленными лопатками (см. рис. 6, г–д).

С увеличением угла установки лопаток второй ступени возрастает тангенциальный момент импульса потока на выходе из завихрителя, что усиливает процесс турбулентного смешения топлива с воздухом. В случае противонаправленных лопаток тангенциальная составляющая скорости потока после второй ступени имеет противоположное направление по отношению к потоку после первой ступени, что усиливает турбулентный сдвиг и способствует более эффективному смешиванию топлива с воздухом [2].

Приведем распределение осевой скорости и линии тока в среднем сечении камеры сгорания с завихрителями, имеющими однонаправленные (рис. 7, а, б) и противонаправленные (рис. 7, в, г) лопатки, при  $\varphi_2 = 30^\circ$  (рис. 7, а, в);  $\varphi_2 = 60^\circ$  (рис. 7, б, г).

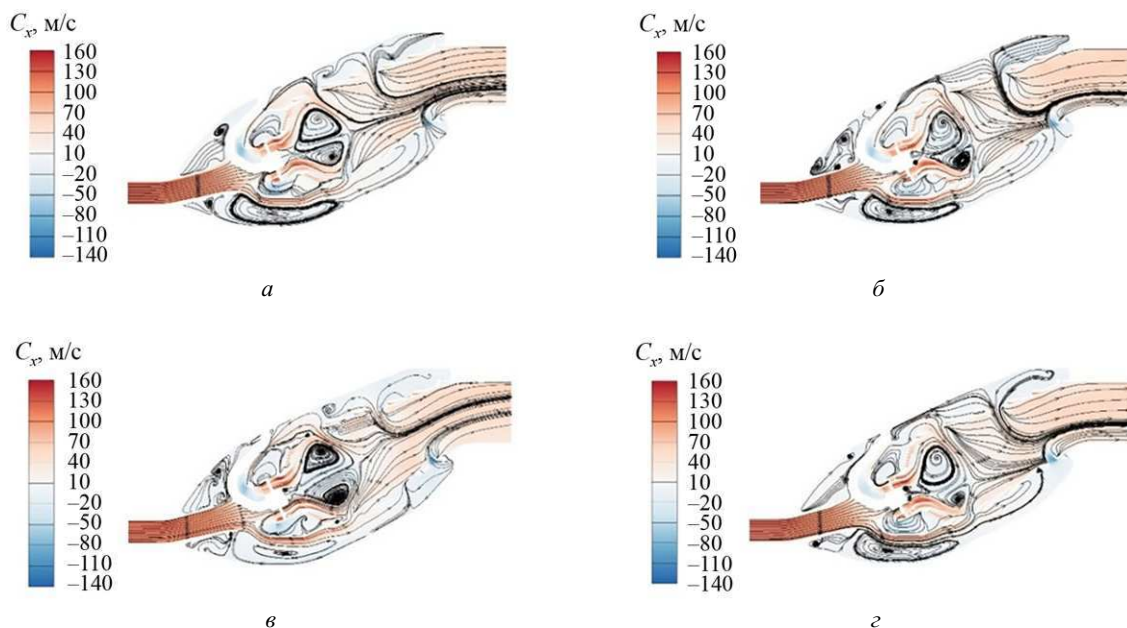


Рис. 7

Согласно распределению осевой скорости и линии тока в среднем сечении камеры сгорания (см. рис. 7) в данной секторной модели камеры сгорания в основной зоне горения формируется устойчивая зона обратных токов. С увеличением угла установки лопаток  $\varphi_2$  осевой размер зоны обратных токов постепенно уменьшается. Это явление обусловлено увеличением осевого и тангенциального импульса потока на выходе из завихрителя, что приводит к возрастанию угла раскрытия потока и радиальному смещению ядер верхнего и нижнего вихрей [1, 9]. Следует отметить, что при одинаковых значениях  $\varphi_2$  размеры зоны обратных токов, формируемой за завихрителем, остаются практически идентичными для завихрителей как с однонаправленными, так и с противоположно направленными лопатками.

Приведем распределения температуры в среднем сечении камеры сгорания с завихрителями, имеющими однонаправленные (рис. 8, а, б) и противоположно направленные (рис. 8, в, г) лопатки, при  $\varphi_2 = 30^\circ$  (рис. 8, а, в);  $\varphi_2 = 60^\circ$  (рис. 8, б, г).

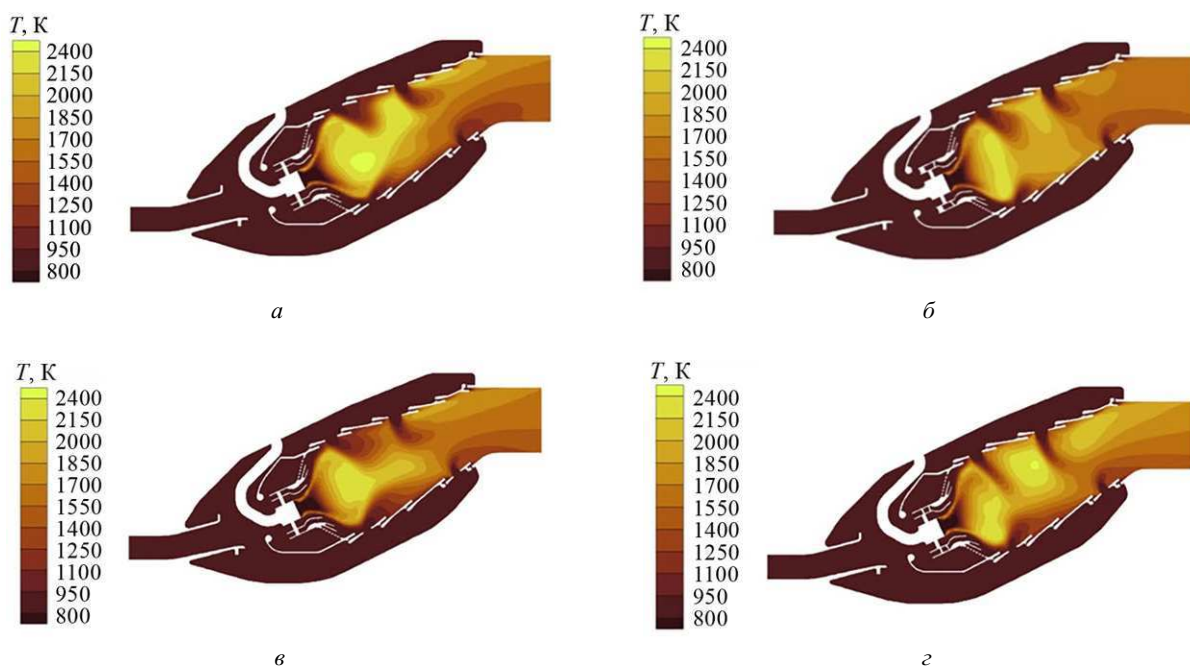


Рис. 8

Как следует из рис. 8, зоны высоких температур формируются в зоне обратных токов и вторичной зоне горения, при этом максимальная температура превышает 2150 К. При увеличении угла установки лопаток  $\varphi_2$  наблюдается постепенное расширение фронта пламени, сопровождающееся увеличением радиального размера высокотемпературной области. Распределение температуры в среднем сечении становится более равномерным, а зона горения смещается к фронтальному устройству.

Для более детального исследования влияния угла установки лопаток  $\varphi_2$  на поле температуры рассмотрим распределения температуры на выходе из камеры сгорания с завихрителями, имеющими однонаправленные (рис. 9, а, в, д) и и противоположные (рис. 9, б, г, е) лопатки, при  $\varphi_2 = 30^\circ$  (рис. 9, а, б);  $\varphi_2 = 45^\circ$  (рис. 9, в, г);  $\varphi_2 = 60^\circ$  (рис. 9, д, е).

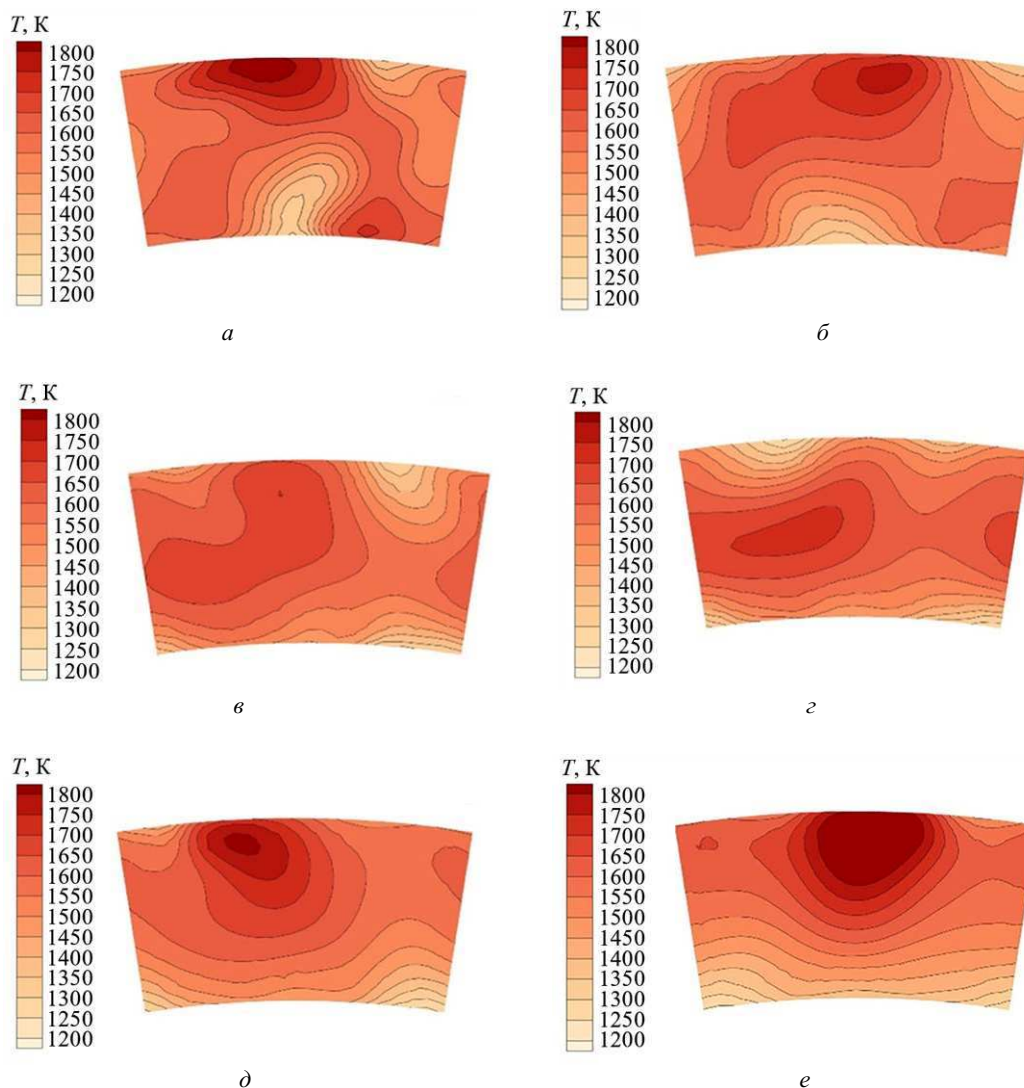


Рис. 9

Согласно рис. 9 максимальная температура на выходе составляет около 1800–1750 К. С ростом угла установки лопаток с 30 до 60° площадь зон высоких температур сначала уменьшается, а затем увеличивается. Это явление обусловлено следующими взаимосвязанными процессами. При увеличении угла установки лопаток улучшается однородность топливовоздушной смеси в основной зоне горения, что изначально способствует снижению неравномерности температуры на выходе. Однако при дальнейшем росте угла осевой размер зоны обратных токов сокращается, что приводит к изменению структуры факела и формированию локальных зон повышенной температуры в области вторичного дожига. Данные локальные температурные пики (см. рис. 8, г, д), в свою очередь, увеличивают неравномерность поля температуры на выходе из камеры сгорания.

В соответствии с данными [14–17] параметр неравномерности поля температуры  $\Theta$  на выходе представляет собой широко применяемую и значимую величину, используемую для оценки характеристик камер сгорания. Для авиационных камер сгорания значение данного показателя, как правило, не должно превышать 0,25 [2]:

$$\Theta = \frac{(T_{\max} - T_{\text{cp}})}{(T_{\text{cp}} - T_0)},$$

где  $T_{\max}$ ,  $T_{\text{cp}}$  – максимальная и средняя температура воздуха в профиле полей температуры на выходе из камеры сгорания;  $T_0$  – температура воздуха на входе камеры сгорания.

На рис. 10 показана зависимость параметра неравномерности поля температуры на выходе из камеры сгорания  $\Theta$  от угла установки лопаток  $\varphi_2$ .

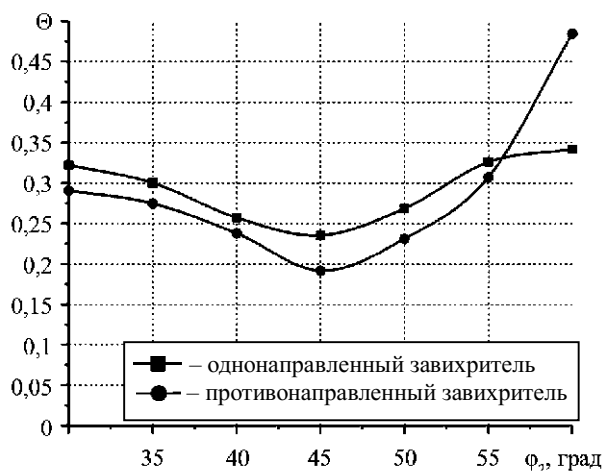


Рис. 10

Анализ зависимости неравномерности поля течения от угла установки лопаток  $\varphi_2$  (см. рис. 10) выявляет наличие минимума при  $\varphi_2 = 45^\circ$ . Применение противонаправленных лопаток позволяет достигнуть более низкого значения неравномерности температуры, что объясняется способностью противоточных лопаток формировать более однородную топливовоздушную смесь и, как следствие, достигать равномерного распределения температуры.

Таким образом, на основе численного моделирования изучено влияние угла установки лопаток второй ступени двухъярусного осевого завихрителя на характеристики камеры сгорания и получены следующие выводы.

С увеличением угла установки лопаток второй ступени с  $30$  до  $60^\circ$  осевой размер зоны обратных токов за завихрителем уменьшается и улучшается однородность смешения топлива с воздухом за завихрителем.

С увеличением угла установки лопаток второй ступени высокотемпературные зоны с неравномерностью поля температуры имеют минимальное значение в диапазоне  $\varphi_2 = 30 \div 55^\circ$ . В то же время использование противонаправленных лопаток обеспечивает более низкое значение неравномерности температурного поля по сравнению с однонаправленными лопатками.

Для исследованных в работе завихрителей при постоянном угле установки лопаток первой ступени  $\varphi_1 = 30^\circ$  существует оптимальный угол установки лопаток с противонаправленной установкой второй ступени  $\varphi_2 = 45^\circ$ , при котором в камере сгорания обеспечивается лучшее смешение топлива с воздухом и минимальное значение неравномерности поля температуры на выходе.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мингазов Б.Г. Процессы горения и экология камер сгорания газотурбинных двигателей. Конструкция, теория, испытание и расчет. Казань: Изд-во КНИТУ-КАИ, 2023. 296 с.
2. Lefebvre A.H., Ballal D.L. Gas Turbine Combustion: Alternative Fuels and Emissions. N.Y: CRC Press, 2010. 560 p.

3. Wenwei Xiang et al. Analysis of the Influence of Cyclone Structure Characteristics on Combustion Chamber Performance // Journal of Physics: Conference Series. 2020. Vol. 1600. Article № 012014.
4. Yu Zhou, Yuan Huang, Zhongqiang Mu. Large Eddy Simulation of the Influence of Synthetic Inlet Turbulence on a Practical Aeroengine Combustor with Counter-Rotating Swirler // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering. 2019. Vol. 233. Iss. 13. P. 978–990.
5. Zhou Yanchao et al. LES of Combustion Flow Field in a Practical Aeroengine Combustor with Two-Stage Counter-Rotating Swirler // Journal of Propulsion Technology. 2018. Vol. 39. № 7. P. 1576–1589.
6. Shen Chen et al. Experimental Investigation on Two-Dimensional Turbulence Characteristics of Cold Flow Field in a Dual-Stage Swirl Combustor // Aeroengine. 2024. Vol. 50. Iss. 3. P. 47–52.
7. Jiang Bo et al. Effects of Inner Swirl Number on Flow Characteristics of Triple-Swirlers // Journal of Propulsion Technology. 2016. Vol. 37. № 11. P. 2150–2156.
8. Zhao Zi-qian et al. Effects of Outer Swirl Number on Flow Characteristics of Triple-Swirlers // Journal of Aerospace Power. 2017. Vol. № 2. P. 306–313.
9. Guo Hongliang et al. Effect of Blade Installation Angle of Radial Hydrocyclone on the Performance of Multi Swirl Staged Combustion Chamber // Journal of Combustion Science and Technology. 2023. Vol. 29. № 5. P. 589–596.
10. Yao H. et al. Effect of Swirl Number of Second Stage Radial Swirler on Combustor Ignition and Lean Blow-Out Performances // Aeroengine. 2021. Vol. 47. № 1. P. 19–24.
11. Wei Dai, Yu Zhen Lin, Chi Zhang. Effect of Swirl Number of Second Stage Radial Swirler on Combustor Ignition and Lean Blow-Out Performances // Journal of Aerospace Power. 2015. Vol. 30. № 5. P. 1092–1098.
12. Mongia H.C. Recent Progress in Comprehensive Modeling of Gas Turbine Combustion // Proc. of the 46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Jan. 7–10, 2008, Reno, USA. AIAA Paper № 2008-1445.
13. Александров Ю.Б., Нгуен Т.Д., Мингазов Б.Г. Проектирование и доводка камер сгорания газотурбинных двигателей на основе расчетов различного уровня сложности // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2021. № 3. С. 7–23.
14. Абрашкин В.Ю. Формирование полей температуры газа на выходе из камер сгорания малоразмерных ГТД: Автореф. ...дис. канд. техн. наук. Самара, 2006. 24 с.
15. Нгуен Т.Д. и др. Экспериментальное и численное определение коэффициента смешения за различными лопаточными завихрителями камеры сгорания газотурбинного двигателя // Изв. вузов. Авиационная техника. 2020. № 4. С. 101–107.
16. Чжанг П., Мингазов Б.Г. Численные исследования влияния угла установки лопаток двухступенчатого осевого завихрителя на поле течения в камере сгорания // Изв. вузов. Авиационная техника. 2024. № 3. С. 89–96.
17. Сулайман А.И. и др. Исследование смешения потоков за фронтальным устройством камеры сгорания газотурбинных двигателей // Изв. вузов. Авиационная техника. 2019. № 2. С. 102–107.

Поступила в редакцию 21.12.25

После доработки 5.01.26

Принята к публикации 5.01.26

## Influence of Swirl Vane Angle in a Two-Stage Swirler on Fuel-Air Mixing and Temperature Field Non-Uniformity Downstream from a Combustion Chamber

P. ZHANG AND B.G. MINGAZOV

Tupolev Kazan National Research Technical University, Kazan

*This study employs numerical simulation to investigate the influence of varying the vane installation angle of the second stage (in the range from 30 to 60 deg) in a two-stage swirler, while keeping the vane installation angle of the first stage constant at 30 deg, on the performance of a combustion chamber. A computational model of a sector of an aircraft engine combustion chamber was developed. Flow and combustion processes within the combustion chamber were simulated using the ANSYS Fluent software. The research involved varying the installation angle and direction (co-swirling and counter-swirling relative to the first stage) of the second-stage vanes. It is demonstrated that with a second-stage vane installation angle of 45 deg in a counter-swirling configuration relative to the first stage, the temperature field non-uniformity at the combustion chamber outlet reaches its minimum value.*

**Two-stage swirler, swirl angle, numerical simulation, fuel-air mixing, temperature field non-uniformity, combustion chamber**

**В.Л. ВАРСЕГОВ,**  
канд. техн. наук  
(АО «ЭНИКС», Казань),

**Ц. ЛИ,**  
канд. техн. наук  
(Университет Цзынхуа,  
Пекин, Китай),

**В.М. ЮСЕФ,**  
канд. техн. наук  
(Чжэцзянский университет,  
Ханчжоу, Китай),

**В.А. ШУКИН,**  
канд. техн. наук  
(КНИТУ-КАИ, Казань)  
varvl@mail.ru

## Флуктуационная теория ТЕПЛОГО САМОВОСПЛАМЕНЕНИЯ

*На основе теории флуктуационного реагирования в газах В.А. Шукина представлен статистический подход к решению задачи теплового самовоспламенения топливовоздушной смеси.*

**Температура самовоспламенения, флуктуационное реагирование, неравновесные флуктуации**

Несмотря на интенсивное развитие математических методов моделирования физических процессов, исходные положения теории горения, сформировавшиеся еще в начале XX века, остаются практически неизменными. При этом использование новых подходов к моделированию горения способствовало бы формированию качественно новых представлений о механизме протекания процессов, более глубокому пониманию результатов, полученных при исследовании горения опытным путем.

Одним из принципиальных вопросов теории горения является решение задачи теплового воспламенения топливовоздушной смеси. Для расчета температуры самовоспламенения и анализа влияния на нее различных факторов наиболее часто используется соотношение, полученное на основе теории теплового самовоспламенения Н.Н. Семенова [1]. Данное соотношение обеспечивает хорошие качественные, но недостаточно точные количественные результаты, что связано с рядом не вполне обоснованных допущений, сделанных при выводе основного соотношения.

В работе [1] при выводе уравнения для определения температуры самовоспламенения рассматривается некоторый объем газа  $V$ , характеризующийся температурой  $T$ , давлением  $p$  и концентрацией компонентов смеси  $C$ , заключенный в сосуде, температура стенок которого  $T_s$ .

При этом принимаются следующие допущения.

1. Температура во всех точках внутри сосуда одинакова, что соответствует постоянству концентраций реагирующих веществ.
2. Реакции в рассматриваемом объеме топливовоздушной смеси во всех точках протекают одинаково.
3. Температура стенок сосуда поддерживается постоянной.
4. До момента воспламенения в сосуде не происходит изменение химического состава реагирующих веществ, т. е. их концентрация постоянна и равна начальной  $C_0$ .

Если тепловой эффект реакции равен  $Q$ , то скорость выделения теплоты в сосуде объемом  $V$  равна

$$q_1 = Q V w, \quad (1)$$

где  $w$  – скорость химической реакции,

$$w = k_0 C^v \exp(-E/RT), \quad (2)$$

где  $k_0$  – константа скорости химической реакции по столкновениям;  $v$  – порядок реакции;  $E$  – энергия активации;  $R$  – универсальная газовая постоянная.

Тогда

$$q_1 = Q V k_0 C^v \exp(-E/RT). \quad (3)$$

Теплота, выделяющаяся в ходе реакции, частично расходуется на нагревание газа, а частично отводится через стенки сосуда. Количество отводимой теплоты можно представить как

$$q_2 = \alpha S (T - T_s), \quad (4)$$

где  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи от газа к стенке;  $S$  – площадь внутренней поверхности стенок сосуда.

Из сопоставления выражений, описывающих скорость подвода теплоты и теплоотвода через стенки [1], следует, что условием перехода системы к воспламенению является равенство скоростей тепловыделения и теплоотвода, а также их температурных производных в точке воспламенения (рис. 1):

$$(q_1)_{T_c} = (q_2)_{T_c}; \quad (5)$$

$$\left(\frac{dq_1}{d\tau}\right)_{T_c} = \left(\frac{dq_2}{d\tau}\right)_{T_c}, \quad (6)$$

где  $\tau$  – время.

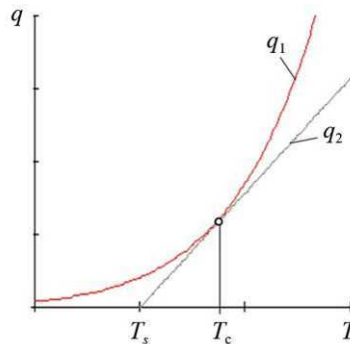


Рис. 1

Условия (5), (6) однозначно определяют величину  $T_c$  – температуру самовоспламенения топливовоздушной смеси, – характеризующую условие воспламенения.

Подставив уравнения (3), (4) в уравнения (5), (6), получим:

$$Q V k_0 C^v \exp(-E/RT_c) = \alpha S (T_c - T_s); \quad (7)$$

$$Q V k_0 C^v \frac{E}{RT_c^2} \exp(-E/RT_c) = \alpha S. \quad (8)$$

Разделив уравнение (7) на уравнение (8), получим:

$$\frac{RT_c^2}{E} = T_c - T_s. \quad (9)$$

Так как разность  $T_c - T_s$  в точке воспламенения мала по сравнению с величиной  $T_s$ , а  $E$  представляет собой весьма большую величину, то можно записать:

$$\frac{RT_c^2}{E} = T_c - T_s \approx \frac{RT_s^2}{E}.$$

В связи с этим на практике за температуру самовоспламенения принимают обычно не  $T_c$ , а наименьшую температуру стенки, при которой в данных условиях происходит самовоспламенение вещества, –  $T_s$ .

Если в левой части уравнения (7) положить  $T_c = T_s$ , то получим с учетом уравнения (9):

$$Q V k_0 C^v \exp(-E/RT_s) = \alpha S \frac{RT_s^2}{E}. \quad (10)$$

После логарифмирования будем иметь:

$$\ln \frac{C^v}{T_s^2} = \frac{E}{RT_s} + \ln \frac{\alpha SR}{QV k_0 E}, \quad (11)$$

или

$$T_s = \frac{E}{R \ln \left( \frac{Q V k_0 C^v E}{\alpha S R T_s^2} \right)}. \quad (12)$$

Рассмотрим допущения, принятые при выводе соотношения (12) для определения температуры самовоспламенения.

Первое допущение, предполагающее постоянство температуры смеси во всех внутренних точках сосуда, не учитывает наличия пристеночного слоя конечной толщины, вызванного разностью температур между газом и стенкой, в котором происходит изменение температуры от  $T_s$  до  $T$ .

Во втором допущении об идентичности протекания реакций во всех точках сосуда не учитывается наличие флуктуаций параметров, обуславливающих различие энергий молекул, находящихся внутри рассматриваемого объема. Поскольку в реакцию вступают лишь молекулы, энергия которых больше или, по крайней мере, равна энергии активации, химические реакции в различных точках объема будут протекать неодинаково. Флуктуациями параметров газа, находящегося в состоянии термического равновесия, можно пренебречь. Однако протекание в нем химических реакций, сопровождающихся тепловыделением, приводит к нарушению этого равновесия. В связи с этим анализ процессов горения в рамках детерминистского подхода равновесной термодинамики сопровождается существенными погрешностями.

Третье и четвертое допущения о постоянстве температуры стенок и химического состава смеси до начала реагирования не приводят к серьезным ошибкам и могут считаться допустимыми, хотя и не полностью соответствуют реальным условиям.

Таким образом, наиболее необоснованными являются первое и второе допущения, исключить которые позволяет решение задачи о самовоспламенении на основе методов статистической термодинамики с использованием основанного на теории флуктуационного реагирования в газах подхода, предложенного В.А. Шукиным [2].

Пусть некоторый объем газа  $V$ , заключенный в сосуд, температура стенок которого равна  $T_s$ , имеет среднюю температуру  $T$ . Поскольку энергия частиц газа распределена по объему  $V$  неравномерно, то значение энергии хотя бы одного достаточно малого объема  $\Delta V$  может достигать энергии активации  $E_a$ . Тогда в этом малом объеме будет протекать химическая реакция, сопровождающаяся выделением теплоты. В зависимости от условий теплоотвода температура газа в объеме  $\Delta V$  может снижаться или повышаться. Скорость отвода теплоты пропорциональна  $\Delta V^{2/3}$ , а скорость выделения пропорциональна  $\Delta V$ . Следовательно, чем больше величина объема  $\Delta V$ , в котором энергия не меньше энергии активации, тем выше вероятность распространения химических реакций.

Условие самовоспламенения Н.Н. Семенова применительно к объему  $\Delta V$  будет иметь вид

$$(q_{1V})_{T_V} = (q_{2V})_{T_V}; \quad (13)$$

$$\left( \frac{dq_{1V}}{d\tau} \right)_{T_V} = \left( \frac{dq_{2V}}{d\tau} \right)_{T_V}, \quad (14)$$

где  $q_{1V}$  – скорость выделения теплоты в объеме  $\Delta V$ ;  $q_{2V}$  – скорость отвода теплоты от объема  $\Delta V$ .

Скорость выделения теплоты в объеме  $\Delta V$ :

$$q_{1V} = Q \Delta V w. \quad (15)$$

Для бимолекулярной химической реакции

$$w = k_0 C_0 C_T \exp(-E_a/RT), \quad (16)$$

где  $C_0$  – средняя молярная концентрация окислителя в объеме;  $C_T$  – средняя молярная концентрация горючего в объеме.

Пусть в объеме  $V$  находится идеальный одноатомный газ. Для идеального одноатомного газа связь между энергией и температурой устанавливается соотношением

$$E = \frac{3}{2} RT. \quad (17)$$

С учетом уравнения (16) уравнение (15) можно переписать в виде

$$q_{1V} = Q \Delta V k_0 C_0 C_T \exp(-3/2). \quad (18)$$

Для определения величины объема  $\Delta V$  можно воспользоваться уравнением [3]:

$$\frac{1}{n} = \exp(-\psi - \beta E_i). \quad (19)$$

Здесь:  $n$  – число частей, на которые разделен объем  $V$ ,  $n = N/N_V$ ,  $N$  – число молекул в объеме  $V$ ,  $N_V$  – число молекул в объеме  $\Delta V$ ;  $\psi$  – функция Массье;  $\beta$  – темпер распределения;

$$\beta = \frac{1}{kT}; \quad (20)$$

$k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – температура;  $i$  – квантовое число, описывающее квантовое состояние объема  $\Delta V$ , дающее возможность вычислить его энергию  $E_i$ :

$$E_i = \varepsilon_i N_V; \quad (21)$$

$\varepsilon_i$  – энергия, приходящаяся на одну частицу в объеме  $\Delta V$ .

Если в объеме  $\Delta V$  содержится  $N_V$  независимых тождественных частиц, то при достаточно большом значении  $N_V$ :

$$\psi = N_V \ln \left[ \frac{\Delta V}{h^3 N_V} \left( \frac{2\pi m}{\beta} \right)^{\frac{3}{2}} \right] + N_V, \quad (22)$$

где  $h$  – постоянная Планка;  $m$  – масса одной частицы.

Подставляя значения  $n$ ,  $\psi$ ,  $E_i$ ,  $\beta$  в уравнение (19), получим уравнение

$$\frac{N_V}{N} = \exp \left( -N_V \ln \left[ \frac{\Delta V}{h^3 N_V} \left( \frac{2\pi m}{\beta} \right)^{\frac{3}{2}} \right] - N_V - \frac{\varepsilon_i}{kT} N_V \right). \quad (23)$$

Логарифмируя уравнение (23), можно получить:

$$N_V = \ln \left( \frac{N}{N_V} \right) - N_V \ln \left[ \frac{\Delta V}{h^3 N_V} \left( \frac{2\pi m}{\beta} \right)^{\frac{3}{2}} \right] - \frac{\varepsilon_i}{kT} N_V. \quad (24)$$

Пользуясь уравнением (24), после несложных преобразований можно определить величину объема  $\Delta V$ :

$$\Delta V = \left( \frac{h^2 \beta}{2\pi m} \right)^{\frac{3}{2}} \left( N N_V^{N_V-1} \right)^{\frac{1}{N_V}} e^{-1 - \frac{\varepsilon_i}{kT}}. \quad (25)$$

Обозначив константы уравнения (25) через  $A = \left( \frac{h^2 \beta}{2\pi m} \right)^{3/2}$ , получим:

$$\Delta V = A \left( N N_V^{N_V-1} \right)^{\frac{1}{N_V}} e^{-1 - \frac{\epsilon_i}{kT}}. \quad (26)$$

Учитывая, что  $E_i = E_a$ , уравнение для определения скорости выделения теплоты в объеме  $\Delta V$  можно записать в виде

$$q_{1V} = A Q \left( N N_V^{N_V-1} \right)^{\frac{1}{N_V}} e^{-\frac{5}{2} - \frac{E_a}{kT N_V}} k_0 C_0 C_r. \quad (27)$$

Теплота, выделяющаяся в объеме  $\Delta V$ , отводится в окружающий газ. При этом на интенсивность теплоотвода влияет также скорость передачи теплоты от газа к стенкам сосуда. Поскольку процессы теплоотвода в газовую среду и к стенкам сосуда являются независимыми, их можно анализировать раздельно, используя метод суперпозиции.

Тогда

$$q_{2V} = q_{2g} + q_{2w}, \quad (28)$$

где  $q_{2g}$  – скорость отвода теплоты в окружающий газ;  $q_{2w}$  – скорость отвода теплоты в стенку сосуда.

Скорость отвода теплоты определяется законом Фурье:

$$q = \lambda S \frac{dT}{dr}, \quad (29)$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности.

Скорость отвода теплоты от объема  $\Delta V$  в окружающий газ:

$$q_{2g} = \lambda S_V \frac{dT}{dr}, \quad (30)$$

где  $S_V$  – площадь поверхности, охватывающей объем  $\Delta V$ . Если считать, что объем  $\Delta V$  имеет форму, близкую к сферической, то  $S_V = \sqrt[3]{36\pi\Delta V^2}$ .

Величина градиента температуры  $\frac{dT}{dr}$  определяется распределением температуры от мгновенного точечного источника теплоты:

$$T(r, \tau) = \frac{Q}{c\rho(4\pi a\tau)^{3/2}} e^{-\frac{r^2}{4a\tau}}, \quad (31)$$

где  $a$  – коэффициент температуропроводности,  $a = \frac{\lambda}{c\rho}$ ;  $c\rho$  – объемная теплоемкость;  $\rho$  – плотность;  $r$  – текущий радиус;  $Q$  – напряженность мгновенного точечного источника.

Интенсивность мгновенного точечного источника определяется количеством теплоты, обеспечивающим повышение температуры в объеме  $\Delta V$  от  $T$  до  $T_V$ .

Дифференцируя  $T(r, \tau)$  по текущему радиусу  $r$  для момента времени, определяемого из условия  $\sqrt{a\tau} = r_V$ , где  $r_V$  – радиус объема  $\Delta V$ , получим:

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{Qr}{16\sqrt{\pi^3} c\rho r_V^5} e^{-\frac{r^2}{4r_V^2}}. \quad (32)$$

Можно принять, что

$$Q = N_V \left( E_a - \frac{3}{2} kT \right), \quad (33)$$

где  $E_a$  – средняя энергия частиц в объеме  $\Delta V$ ;  $\frac{3}{2} kT$  – средняя энергия частиц в объеме  $V$ .

Тогда уравнение (32) примет следующий вид:

$$\frac{dT}{dr} = -N_V \left( E_a - \frac{3}{2} kT \right) \frac{r}{16\sqrt{\pi^3} c_p r_V^5} e^{-\frac{r^2}{4r_V^2}}. \quad (34)$$

Уравнение для определения скорости теплоотвода от объема  $\Delta V$  в окружающий газ запишется следующим образом:

$$q_{2g} = -\lambda S_V N_V \left( E_a - \frac{3}{2} kT \right) \frac{r}{16\sqrt{\pi^3} c_p r_V^5} e^{-\frac{r^2}{4r_V^2}}. \quad (35)$$

Скорость отвода теплоты в стенку сосуда:

$$q_{2w} = \lambda S \frac{dT}{dr}, \quad (36)$$

где  $S = \sqrt[3]{36\pi V^2}$ .

Для рассматриваемого случая величина мгновенного точечного источника определится по выражению

$$Q = \alpha S (T - T_s) \tau. \quad (37)$$

Тогда

$$T(r, \tau) = \frac{\alpha S (T - T_s) \tau}{c_p (4\pi a \tau)^{3/2}} e^{-\frac{r^2}{4a\tau}}. \quad (38)$$

Дифференцируя уравнение (38) по текущему радиусу  $r$  для момента времени  $\tau = \frac{r_V^2}{a}$ :

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{\alpha S (T - T_s) \tau}{16\sqrt{\pi^3} c_p r_V^5} e^{-\frac{r^2}{4r_V^2}}, \quad (39)$$

можно получить:

$$q_{2w} = -\frac{\alpha S^2 (T - T_s) r}{16\sqrt{\pi^3} r_V^3} e^{-\frac{r^2}{4r_V^2}}. \quad (40)$$

Условия самовоспламенения [1] для объема  $\Delta V$  (13), (14) можно упростить, если учесть, что точка касания кривых скоростей тепловыделения и теплоотвода достаточно близка к точке, соответствующей максимуму кривой теплоотвода. Условие самовоспламенения можно записать следующим образом:

$$q_{1v} \approx q_{2g}^{\max}. \quad (41)$$

Как видно из рис. 2, ошибка при переходе от условий (13), (14) к условию (41) будет незначительной.

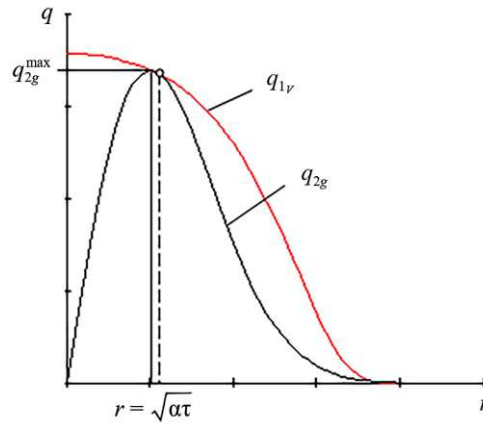


Рис. 2

Поскольку принято допущение об изотермических условиях протекания реакции, то скорость химической реакции и, следовательно, скорость подвода теплоты будут максимальны, если концентрации окислителя и горючего в объеме  $\Delta V$  равны начальным концентрациям окислителя и горючего во всем объеме  $V$ :

$$\frac{d^2T}{dr^2} = \frac{N_V}{16\sqrt{\pi^3} c_p r_V^5} \left( E_a - \frac{3}{2} kT \right) \left( \frac{r^2}{2r_V^2} - 1 \right) e^{-\frac{r^2}{4r_V^2}}. \quad (42)$$

Равенство второй производной нулю, соответствующее максимуму скорости теплоотвода, выполняется при следующем значении:

$$r = \sqrt{2} r_V. \quad (43)$$

Тогда

$$q_{2g}^{\max} = -B S_V N_V \left( E_a - \frac{3}{2} kT \right) \frac{1}{\tau r_V^2}, \quad (44)$$

где  $B = \frac{\sqrt{2}}{16\sqrt{e}\pi^3}$  – константа.

С учетом уравнений (13), (28) можно записать:

$$q_{1v} = q_{2g}^{\max} + q_{2w},$$

или

$$A Q \left( N N_V^{N_V-1} \right)^{\frac{1}{N_V}} e^{-\frac{5}{2} \frac{E_a}{kT N_V}} k_0 C_0 C_T = B S_V N_V \left( E_a - \frac{3}{2} kT \right) \frac{1}{\tau r_V^2} + \frac{\alpha S^2 (T - T_s) r}{16\sqrt{\pi^3} r_V^3} e^{-\frac{r^2}{4r_V^2}}. \quad (45)$$

Уравнение (45) позволяет определить температуру самовоспламенения смеси, однако его применение в практических расчетах затруднено, поскольку содержит выражения, связанные со значениями числа частиц в объемах  $V$  и  $\Delta V$ .

Используя уравнение состояния идеального газа

$$N = \frac{pV}{kT}, \quad N_V = \frac{p_V \Delta V}{kT_V},$$

получим:

$$\left( NN_V^{N_V-1} \right)^{\frac{1}{N_V}} = \left[ \frac{pV}{kT} \left( \frac{kT_V}{p_V \Delta V} \right)^{1 - \frac{p_V \Delta V}{kT_V}} \right]^{\frac{kT_V}{p_V \Delta V}}. \quad (46)$$

Уравнение (45) примет вид

$$AQ \left[ \frac{pV}{kT} \left( \frac{kT_V}{p_V \Delta V} \right)^{1 - \frac{p_V \Delta V}{kT_V}} \right]^{\frac{kT_V}{p_V \Delta V}} e^{-\frac{5}{2} \frac{E_a T_V}{T p_V \Delta V}} k_0 C_0 C_r = BS_V \frac{p_V \Delta V}{kT_V} \left( E_a - \frac{3}{2} kT \right) \frac{1}{\tau r_V^2} + \frac{\alpha S^2 (T - T_s) r}{16 \sqrt{\pi^3} r_V^3} e^{-\frac{r^2}{4r_V^2}}. \quad (47)$$

Уравнение (47) при условии, что необходимый для самовоспламенения объем смеси, имеющий среднюю энергию не менее энергии активации  $E_a$ , определяется радиусом  $r_V$  по выражению (43), представляет собой уравнение, решение которого относительно  $T$  дает величину температуры самовоспламенения  $T_c$ .

Таким образом, в результате проведенного исследования можно сделать следующие выводы.

Если средняя температура в объеме  $V$  ниже значения, определяемого формулой (47), самовоспламенение смеси не происходит. В этом случае скорость тепловыделения, обусловленного химическими реакциями в объеме  $\Delta V$ , оказывается меньше скорости теплоотвода, вследствие чего реакции протекают при сохранении термического равновесия в объеме  $V$  и сопровождаются непрерывным изменением температуры всей смеси.

Если средняя температура в объеме  $V$  больше температуры, определяемой формулой (47), то скорость выделения теплоты за счет химических реакций будет выше скорости отвода теплоты от объема  $\Delta V$ , и термическое равновесие объема  $V$  нарушится. В этом случае происходит накопление выделяющейся в ходе химической реакции теплоты в реагирующем объеме. Когда средняя энергия частиц в объеме достигает энергии ионизации, начинается свечение газа, выступающее визуальным индикатором возникновения горения. Таким образом, применение статистического подхода к задаче самовоспламенения демонстрирует, что свечение при горении может возникать не только за счет химической люминесценции, но и в результате термической ионизации.

Как следует из формулы (47), с увеличением объема сосуда  $V$  и давления  $p$  температура самовоспламенения уменьшается, а при повышении концентрации горючего в смеси проходит через минимум. Такой характер зависимости температуры самовоспламенения от давления, объема и концентрации не противоречит качественно влиянию этих параметров на величину  $T_c$  по соотношению [1] и подтверждается имеющимися литературными данными.

Соотношение [1] учитывает разогрев смеси без нарушения термического равновесия. Формула (47) представляет собой решение задачи самовоспламенения с учетом отклонения системы от равновесного состояния; следовательно, описываемое ею явление в большей степени соответствует процессам, наблюдаемым на практике.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Семенов Н.Н. Самовоспламенение и цепные реакции // Успехи химии. 1967. Т. 36. Вып. 1. С. 3–33.
2. Шукин В.А. Явление флуктуационного реагирования в газах // Рабочие процессы в камерах сгорания воздушно-реактивных двигателей: Межвуз. сб. Казань: Изд-во Казан. авиац. ин-та, 1987. С. 4–13.
3. Tribus M. Thermostatics and Thermodynamics: An Introduction to Energy, Information and States of Matter, with Engineering Applications. N.Y.: Van Nostrand Company, Inc., 1961. 710 p.

Поступила в редакцию 27.11.25

После доработки 3.12.25

Принята к публикации 3.12.25

# Fluctuation Theory of Thermal Autoignition

V.L. VARSEGOV<sup>1</sup>, Z. LI<sup>2</sup>, W.M. YOUSEF<sup>3</sup>, AND V.A. SHCHUKIN<sup>4</sup>

<sup>1</sup> AO ENIX, Kazan

<sup>2</sup> Tsinghua University, Beijing, China

<sup>3</sup> Zhejiang University, Hangzhou, China

<sup>4</sup> Tupolev Kazan National Research Technical University, Kazan

*Based on the V.A. Shchukin theory of fluctuation reaction in gases, a statistical approach to solving the problem of thermal autoignition of an air-fuel mixture is presented.*

**Autoignition temperature, fluctuation reaction, nonequilibrium fluctuations**

## Оценка теплоотдачи на кромке начального участка в канале

*Представлена теоретическая оценка коэффициента теплоотдачи в окрестности точки, соответствующей началу формирования теплового пограничного слоя в канале, с использованием интеграла Лайона. В основу оценки положено допущение об однородном или близком к однородному температурном профиле потока. На входе в канал однородным принимается также и профиль скоростей. Дополнительно рассмотрены особенности формирования теплоотдачи в условиях развитого течения в канале. Полученные результаты сопоставлены со значениями коэффициента теплоотдачи для режима течения, характеризующегося развитыми динамическим и тепловым пограничными слоями.*

**И.А. ДАВЛЕТШИН,**  
д-р техн. наук  
(ФИЦ КазНЦ РАН, Казань)  
Davlet60@mail.ru

**Коэффициент теплоотдачи, начальный участок, интеграл Лайона, тепловой пограничный слой**

Надежная работа авиационных двигателей связана с необходимостью обеспечения тепловой защиты различных узлов, в первую очередь лопаток турбин [1, 2]. В условиях повышения энергонапряженности авиационной техники возрастают и требования к системам тепловой защиты. При этом следует иметь в виду, что распределение тепловых потоков в общем случае является неравномерным, в частности, начальный участок теплоотдачи на стенке характеризуется повышенными значениями коэффициента теплоотдачи [3, 4]. Максимальные его величины достигаются на передней кромке теплообменного участка. В целом начало формирования теплового пограничного слоя рассматривается в различных задачах, включая теплоотдачу в точках растекания импактных струй [5], на входных кромках лопаток турбин [6] и начальных участках каналов [7].

В рамках первых двух задач формирование решений осуществляется с учетом особенностей пространственного обтекания рассматриваемых областей поверхностей, а для определения теплоотдачи на начальном участке каналов используются эмпирические коэффициенты в зависимости от его длины и числа Рейнольдса.

Данные задачи решаются при наличии теплового пограничного слоя, пусть и незначительной толщины. В данной работе предложена методика оценки теплоотдачи на начальной стадии формирования теплового пограничного слоя, когда его толщина может считаться нулевой:  $\delta_T \rightarrow 0$ . Таким образом, может быть получена теоретически возможная предельная локальная величина коэффициента теплоотдачи при организации теплоотдачи.

В работе оценка теплоотдачи на начальной кромке будет проводиться применительно к каналам (трубам), где их входные сечения зачастую характеризуются однородными (или почти однородными) профилями скоростей и температур потока: скорость и температура потока (почти) постоянны по всему сечению.

Непосредственно за входным сечением канала на его стенках начинается формирование и последующее нарастание динамического и теплового пограничных слоев. В настоящей работе предлагается оценка максимально возможной теплоотдачи, исходя из предположения о сохранении однородных (ударных) профилей скорости и температуры на ограниченном участке, примыкающем к входной кромке. При этом полагается, что коэффициент теплоотдачи в начальной точке теплового пограничного слоя может быть оценен по его значению в области, непосредственно следующей за этой точкой, в предположении их приблизительного равенства. В рамках гипотезы о «замороженных» профилях формально обеспечивается выполнение условий, сформулированных для интеграла Лайона: теплоотдача постоянна по длине трубы  $q_w = \text{const}$ , течение и теплообмен стационарны, теплофизические свойства рабочей среды постоянны, течение установилось, изменение плотности теплового потока вдоль оси пренебрежимо мало по сравнению с его изменением по радиусу, внутренние источники энергии отсутствуют и отсутствует трансформация между кинетической энергией потока и тепловой. Таким образом, на этом участке

возможна расчетная оценка коэффициента теплоотдачи на основе указанного интегрального метода. В работе [8] была показана возможность определения его значения для теплоотдачи в канале на основе интеграла Лайона с использованием параметров теплового пограничного слоя:

$$\frac{1}{\text{Nu}} = 2 \int_0^1 \frac{\left( \int_0^R U R dR \right)^2}{\left( 1 + \frac{\lambda_t}{\lambda} \right) R} dR, \quad (1)$$

где  $\text{Nu} = 2\alpha r_0 / \lambda$  – число Нуссельта,  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи,  $\lambda$  – молекулярная теплопроводность рабочей среды;  $R = r/r_0$  – безразмерный радиус,  $r_0$  – радиус канала;  $U = u/U_m$  – безразмерная продольная скорость,  $U_m$  – среднерасходная скорость;  $\lambda_t = c\rho \langle v't' \rangle / (dt/dy)$  – турбулентная теплопроводность потока (угловыми скобками обозначено осреднение по времени),  $c, \rho$  – теплоемкость и плотность рабочей среды,  $y$  – поперечная координата (от стенки),  $v'$  – поперечные турбулентные пульсации скорости;  $t, t'$  – температура потока и ее турбулентные пульсации.

Решение поставленной задачи осуществляется в рамках совокупности следующих допущений, включающей как условия, при которых был выведен интеграл Лайона, так и дополнительные допущения, сформулированные для оценки теплоотдачи на начальном участке теплообмена.

1. Непосредственно за начальной точкой теплового пограничного слоя поток считается квазиравновесным: профили параметров сохраняются на некоторой малой длине, величина продольной составляющей скорости не меняется по длине, поперечная (осредненная) составляющая скорости отсутствует.

2. Профиль температур является условно однородным:

$$(T_f - T_w) / \Delta T_m \rightarrow 1,$$

где  $\Delta T_m$  – среднемассовый температурный напор.

3. Профиль скоростей является условно однородным:

$$U = u/U_m \rightarrow 1.$$

Отрыв потока на входной кромке отсутствует.

4. В турбулентных потоках отсутствуют вязкий и тепловой подслои.

5. Поток характеризуется некоторой исходной величиной поперечных турбулентных пульсаций скорости  $v' \geq 0$ .

6. Коэффициент корреляции между турбулентными пульсациями скорости  $v'$  и температуры  $t'$ :

$$r_{vT} = 1.$$

7. Справедлива модель пути смешения Прандтля для возмущений скорости и температуры потока. По аналогии с толщинами развивающихся пограничных слоев соотношение между ними:

$$l_m / l_{mT} \approx \sqrt{\text{Pr}}.$$

Рассмотрим параметры потока с однородными профилями скоростей и температур в рамках представлений о пограничном слое. Схематично постановка задачи представлена на рис. 1, где профили скоростей и температур относятся к входному сечению канала (трубы) – сечению 0. Плавный вход здесь представлен с целью обеспечения однородных (безотрывных) профилей. Он является адиабатическим.

Задача рассматривается в предположении, что имеются некоторые небольшие поперечные градиенты скоростей и температур (для однородных профилей они должны быть нулевыми) с точки зрения обеспечения процессов переноса импульса и теплоты по сечению. Однако теоретически остается возможность ограниченности глубины проникновения тепловых возмущений: в рамках молекулярной

теплопроводности она может быть меньше радиуса канала [9]. Однако для сред с температурной зависимостью теплопроводности  $\lambda \sim T^n$  решение дифференциального уравнения теплопроводности дает бесконечную скорость (и глубину) распространения тепловых возмущений при  $n \leq 1$  [9]. К таким средам относятся распространенные теплоносители – воздух ( $n \sim 0,8$ ) и вода ( $n \sim 1$ ) – поэтому однородные профили даже на входе в канал при строгом рассмотрении являются некоторой условностью. В целом под условно однородными понимаются профили, являющиеся однородными с точки зрения переноса теплоты и импульса в продольном направлении и приближающиеся к однородным при переносе тех же величин в поперечном направлении по сечению канала.

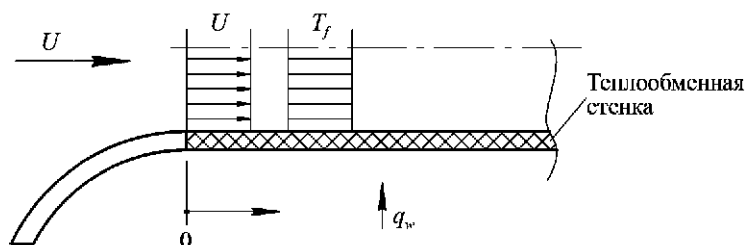


Рис. 1. Профили скоростей и температур во входном сечении канала

Таким образом, при  $U = 1$  интеграл (1) будет иметь вид

$$\frac{1}{Nu} = 0,5 \int_0^1 \frac{R^3}{1 + \frac{\lambda_t}{\lambda}} dR. \quad (2)$$

Для однородных профилей анализ указанного интеграла (в сечении 0) оказывается возможным в рамках однослойного приближения, что соответствует либо течению в отсутствие пограничных слоев, либо наличию в потоке исключительно ламинарного или турбулентного ядра.

Под турбулентностью будет пониматься наличие в потоке исходных турбулентных пульсаций скорости. При этом степень пульсаций скорости на входе будет считаться характеристикой потока с заранее заданным значением.

В первую очередь рассмотрим ламинарный поток на входе в канал. Турбулентные пульсации отсутствуют ( $v' = 0$ ), и, соответственно, отсутствует также турбулентная теплопроводность потока ( $\lambda_t = 0$ ). Тогда интеграл (2) имеет вид

$$\frac{1}{Nu} = 0,5 \int_0^1 R^3 dR = \frac{1}{8}.$$

Отсюда коэффициент теплоотдачи  $Nu = 8$ . Таким образом, при сохранении ламинарного режима течения в канале коэффициент теплоотдачи будет меняться от  $Nu = 8$  на входе до  $Nu = 4,36$  за пределами начального участка. Отметим, что значение коэффициента теплоотдачи  $Nu = 8$  известно в литературе [10] как предельное значение числа Нуссельта при  $Pr \rightarrow 0$  для теплоносителей с малыми величинами числа Прандтля  $Pr \ll 1$ . В контексте формулировок интеграла Лайона условие  $Pr \rightarrow 0$  формально идентично условию  $\lambda_t \rightarrow 0$ . Однако условие  $\lambda_t \rightarrow 0$  может рассматриваться как условие общего характера, а условие  $Pr \rightarrow 0$  – как частный случай.

Под турбулентным потоком на входе будет пониматься поток с однородным профилем скоростей, в котором имеются исходные пульсации скорости  $v' \neq 0$ . Также будет считаться, что наблюдаются и пульсации температуры  $t' \neq 0$ , и отличная от нуля турбулентная теплопроводность потока  $\lambda_t \neq 0$ . При этом исходные пульсации температуры могут быть связаны с различными причинами (температурная стратификация или тепловая неравновесность в рабочей среде перед входом в канал, вибрации, акустический шум).

Рассмотрим знаменатель (обозначим  $Z$ ) в подинтегральном выражении соотношения (2):

$$Z = 1 + \frac{\lambda_t}{\lambda} = 1 + c\rho \frac{\langle v't' \rangle}{\lambda \partial t / \partial y}.$$

Переведем параметры этого выражения в безразмерный вид с помощью характерных геометрических и режимных параметров течения:

$$V' = v'/U_m; T' = t'/(T_f - T_w) = t'/\Delta T; Y = y/r_0.$$

Тогда

$$\langle v't' \rangle = U_m \Delta T \langle V'T' \rangle; dt/dy = \Delta T/r_0 dT/dY.$$

Отсюда

$$Z = 1 + c\rho \frac{U_m r_0 \langle V'T' \rangle}{\lambda \partial T / \partial Y}.$$

При числах Рейнольдса  $Re = 2\rho U_m r_0 / \mu$  и Прандтля  $Pr = \mu c / \lambda$  получим

$$Z = 1 + 0,5 Re Pr \frac{\langle V'T' \rangle}{\partial T / \partial Y}.$$

При жесткой корреляции между  $V'$  и  $T'$  ( $r_{VT} = 1$ ) справедливо соотношение

$$\langle V'T' \rangle = \langle V'^2 \rangle^{0,5} \langle T'^2 \rangle^{0,5},$$

что обуславливает достижение максимального значения турбулентной теплопроводности.

При этом полученный результат может рассматриваться как оценка сверху турбулентной теплопроводности и, соответственно, коэффициента теплоотдачи.

В дальнейшем для уменьшения загромождения выкладок примем условные обозначения

$$\langle V'^2 \rangle^{0,5} = \langle V' \rangle; \langle T'^2 \rangle^{0,5} = \langle T' \rangle.$$

Рассмотрим соотношения для турбулентных пульсаций с соответствующими длинами путей смешения и градиентами. Для турбулентных пограничных слоев:

- пульсации скорости

$$\langle V' \rangle = L_m dU/dY;$$

- пульсации температуры

$$\langle T' \rangle = L_{mT} dT/dY.$$

Отсюда реальный градиент скорости

$$dU/dY = \langle V' \rangle / L_m,$$

где длину пути смешения по всему сечению канала примем

$$L_m = l_m / r_0 = 0,14.$$

Эта величина соответствует длине пути смешения на оси канала [11], т. е. на границе пограничного слоя, где  $dU/dY \rightarrow 0$ .

Согласно допущению № 7 пути смешения для температурных возмущений:

$$L_{mT} = l_{mT} / r_0 \approx L_m / \sqrt{Pr}.$$

Для однородных профилей

$$dU / dY = dT / dY = 0.$$

Соответственно, и для реальных профилей, которые определяют перенос импульса и теплоты в поперечном направлении, предполагается

$$dU / dY = dT / dY.$$

Обобщая изложенное, получим комплекс параметров для турбулентной теплопроводности:

$$\frac{\langle VT' \rangle}{\partial T / \partial Y} = 0,14 \frac{\langle V' \rangle}{\sqrt{\text{Pr}}}.$$

Тогда для однородных турбулентных профилей

$$\frac{1}{\text{Nu}} = 0,5 \int_0^1 \frac{R^3}{1 + 0,07 \text{Re} \sqrt{\text{Pr}} \langle V' \rangle} dR.$$

Таким образом, коэффициент теплоотдачи непосредственно за входным сечением канала

$$\text{Nu} = 8(1 + 0,07 \text{Re} \sqrt{\text{Pr}} \langle V' \rangle). \quad (3)$$

Результаты расчета по соотношению (3) приведены на рис. 2.

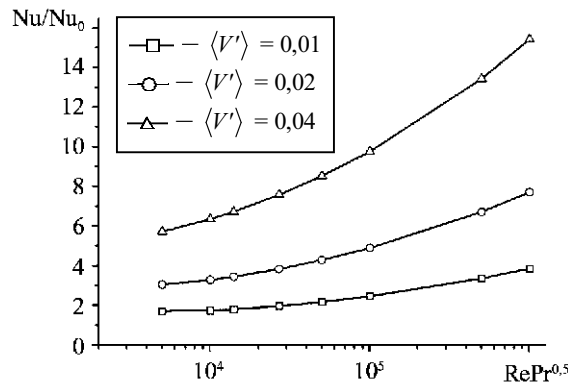


Рис. 2. Коэффициент теплоотдачи на входе в канал

В качестве базовой величины для сопоставления принят коэффициент теплоотдачи за пределами начального участка канала по классическому соотношению для турбулентной теплоотдачи:

$$\text{Nu}_0 = 0,023 \text{Re}^{0,8} \text{Pr}^{0,4}.$$

Аналогичный подход при оценке теплоотдачи возможно применять и при организации локального теплообмена в средней части канала с развитым течением (рис. 3).

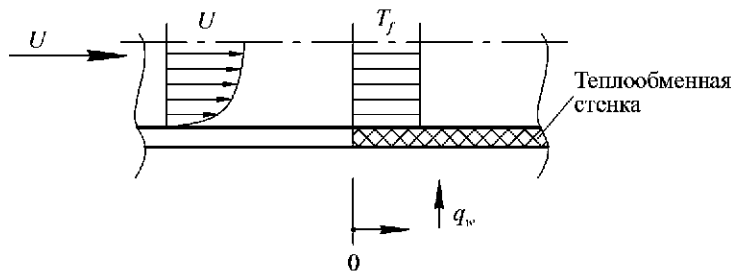


Рис. 3. Начальный участок теплоотдачи в динамически развитом потоке в канале

Как следует из рассмотрения интеграла (1), при формировании теплообмена на фоне развитого ламинарного течения величина коэффициента теплоотдачи в канале оказывается неизменной ( $Nu = 4,36$ ) по всей длине теплообменного участка, включая переднюю кромку – сечение 0.

Применительно к турбулентному течению вместо допущений № 3, 4 будут считаться справедливыми следующие допущения:

- в начальной точке теплового участка профиль скоростей подчиняется закону «1/7» (допущение № 8);
- в потоках отсутствует тепловой подслоя (допущение № 9).

Допущение № 5 в данном случае не применяется.

Для турбулентного профиля скоростей интеграл в числителе (1) может быть аппроксимирован степенным выражением [8]

$$\int_0^R URdR = 0,53R^2.$$

При этом знаменатель интеграла (1) будет иметь вид

$$Z = 1 + 0,61RePr \frac{\langle V'T' \rangle}{\partial T / \partial Y}.$$

В условиях, когда тепловой пограничный слой развивается с некоторой степенью независимости от динамического, коэффициент корреляции между  $V'$  и  $T'$  не может быть максимальным:  $r_{VT} < 1$ . Тем не менее, как было отмечено ранее, допущение № 6 позволяет получить оценку сверху для турбулентной теплоотдачи.

Согласно допущению № 8

$$\langle V' \rangle = L_m dU / dY = L_m / (7Y^{6/7}).$$

Для всего сечения канала длину пути смешения примем [11]:

$$L_m = 0,14 - 0,08R^2 - 0,06R^4.$$

Для профиля температур  $\langle T' \rangle = L_{mT} dT / dY$  или с учетом допущений № 7, 9 для однородного профиля

$$\langle T' \rangle / (dT / dY) = L_{mT} = 0,14 / \sqrt{Pr}.$$

Таким образом, интеграл Лайона

$$\frac{1}{Nu} = 0,56 \int_0^1 \frac{R^3}{1 + 0,012Re\sqrt{Pr} \frac{0,14 - 0,08R^2 - 0,06R^4}{(1-R)^{6/7}}} dR. \quad (4)$$

Результаты численного расчета полученного интеграла (4) по отношению к  $Nu_0$  за пределами начального участка приведены на рис. 4.

Сопоставляя полученные результаты, можно сделать вывод о том, что уровень теплоотдачи в начале теплового пограничного слоя в развитом турбулентном потоке соответствует уровню теплоотдачи непосредственно за входным сечением канала при исходных турбулентных пульсациях скорости 4 % (см. рис. 2). Заметим, что примерно такого уровня степень турбулентности по поперечным пульсациям скорости  $V'$  достигается в развитом турбулентном потоке [11].

Из полученных данных следует, что с ростом числа Рейнольдса коэффициент теплоотдачи на передней кромке теплообменного участка закономерно и существенно возрастает (см. рис. 2, 4).

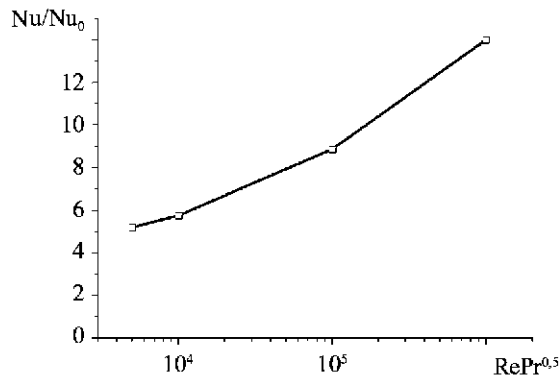


Рис. 4. Коэффициент теплоотдачи в начале теплообменного участка при развитом турбулентном течении

Между тем согласно известным экспериментальным данным поправочный коэффициент для теплоотдачи на начальном участке уменьшается с ростом числа Рейнольдса. Однако эти данные в основном относятся к начальным участкам длиной  $l \geq 0,5d$  ( $l$  – расстояние от входа;  $d$  – диаметр канала). Результаты измерений теплоотдачи на участках, расположенных на незначительном удалении от входной кромки, показали, что при изменении величины воздействующего фактора (частоты наложенных пульсаций потока) наблюдается возрастание коэффициента теплоотдачи непосредственно на входной кромке и его быстрое снижение до более низких значений по мере удаления от входа [12].

Таким образом, особенности распределения теплоотдачи, связанные с изменением числа Рейнольдса, качественно соответствуют поведению коэффициента теплоотдачи, полученному в работе [12].

В дополнение отметим следующее. Способы интенсификации теплоотдачи основаны, по сути, на локальных разрушениях исходного теплового пограничного слоя. При этом тепловая структура потока трансформируется в последовательность тепловых начальных участков с повышенными значениями коэффициента теплоотдачи. В качестве теоретического предела здесь может быть рассмотрена ситуация, когда вся тепловая структура потока будет представлять собой лишь начальные точки тепловых пограничных слоев с максимальными значениями коэффициента теплоотдачи. Таким образом, полученная оценка теплоотдачи на передней кромке теплообменного участка также может рассматриваться как предельный уровень возможной интенсификации теплоотдачи в канале. Также предложенный подход может быть полезен для оценки предельной величины теплоотдачи на входных кромках лопаток турбин газотурбинных двигателей. Такая оценка может быть проведена в предположении, что проточная часть турбины является каналом постоянного сечения хотя бы на небольшом входном участке, а лопатки – тонкими пластинами.

Данная работа финансировалась за счет гранта Российского научного фонда (№ 22-19-00507-П).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шевченко И.В. и др. Расчетно-экспериментальное исследование влияния фактической геометрии ребер на теплообмен в каналах охлаждения лопатки газовой турбины // Изв. вузов. Авиационная техника. 2025. № 3. С. 142–148.
2. Ильинков А.В. и др. Особенности организации тепловой завесы на участке входной кромки турбинной лопатки с пульсирующим вдувом // Изв. вузов. Авиационная техника. 2025. № 3. С. 162–169.
3. Беляев И.А. др. Формирование входного профиля течения для пассивного управления магнито-гидродинамическим потоком жидкого металла в канале // Теплофизика высоких температур. 2023. № 3. С. 452–464.
4. Кафенгауз Н.Л., Федоров М.И. Исследование теплоотдачи на начальном участке трубы при высоких тепловых нагрузках // Атомная энергия. 1969. № 6. С. 552–554.
5. Леманов В.В., Лукашов В.В., Шаров К.А. Гидродинамическая локализация теплообмена в пристенной области импактной струи газа // Письма в Журнал технической физики. 2024. № 5. С. 35–38.
6. Григоровский В.В. и др. Особенности процессов термогазодинамики и теплообмена на поверхности лопаток турбин ГТД // Тепловые процессы в технике. 2025. № 1. С. 12–18.

7. Михеев М.А. Основы теплопередачи. М.: Госэнергоиздат, 1949. 396 с.
8. Давлетшин И.А. Интеграл Лайона: турбулентная теплопроводность и толщина теплового подслоя // Письма в Журнал технической физики. 2025. № 2. С. 30–32.
9. Мартинсон Л.К. О конечной скорости сходимости распространения тепловых возмущений в средах с постоянным коэффициентом теплопроводности // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1976. № 5. С. 1233–1241.
10. Исаев С.И. и др. Теория тепломассообмена. М.: Высшая школа, 1979. 495 с.
11. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969. 742 с.
12. Davletshin I.A. et al. Convective Heat Transfer in the Channel Entrance with a Square Leading Edge under Forced Flow Pulsations // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2019. Vol. 129. Iss. 5. P. 74–85.

Поступила в редакцию 17.11.25

После доработки 28.11.25

Принята к публикации 30.11.25

## Estimation of Heat Transfer at the Edge of the Entrance Length in a Channel

I.A. DAVLETSKIN

IME – Subdivision of FRC KazSC RAS, Kazan

*Heat transfer coefficient was estimated theoretically based on Lyon's integral near the point of the onset of thermal boundary layer in a channel. The profile of flow temperature was assumed uniform or close to uniform. The profile of velocities at the channel inlet was also considered uniform. Additionally, the study focused on the behavior of heat transfer in developed flows in channels. Estimated results were compared with heat transfer coefficient in developed (in terms of dynamic and thermal boundary layers) flows in channels.*

**Heat transfer coefficient, entrance length, Lyon's integral, thermal boundary layer**

## Технологии интенсивного формования в производстве сэндвич-изделий с эпоксидным пенозаполнителем

*Показана возможность использования технологии формования с термическим расширением сердечника для получения сэндвич-изделий с пенопластовым наполнителем. Разработанный состав и технология получения эпоксидного пеноматериала позволяет создавать давление, необходимое для формования композитной обшивки. Для оценки адгезионной прочности на границе обшивки и пенозаполнителя проведены механические испытания на сдиг и отрыв обшивки. Установлено, что в технологии интенсивного формования достигается высокая адгезионная прочность между наполнителем и обшивкой без использования клеевого слоя. Показаны преимущества технологии одностадийного формования для изготовления сэндвич-панелей с наполнителем из эпоксидного пенопласта.*

**К.А. АНДРИАНОВА**,  
канд. техн. наук,  
**А. КУОМАЛИБЕКЭ**,  
аспирант,  
**В.В. БАТРАКОВ**,  
канд. техн. наук,  
**Л.М. АМИРОВА**,  
д-р хим. наук  
(КНИТУ-КАИ, Казань)  
kaandrianova@kai.ru

**Интенсивное формование, эпоксидный пенопласт, терморасширяющиеся микросферы, формование с термическим расширением, сэндвич-изделие, композитная лопасть**

Трехслойные композитные сэндвич-конструкции широко применяются благодаря сочетанию высокой удельной жесткости и прочности с эффективными звуко- и теплоизоляционными свойствами, а также способностью к поглощению энергии [1–3]. Для изготовления внешних поверхностей, воспринимающих основную нагрузку, обычно используются жесткие, прочные и тонкие композитные материалы, а для сердечников – легкие материалы, например пенопласт. Пенопласты на основе эпоксидных смол имеют ряд преимуществ в качестве наполнителей сэндвич-панелей, включая высокую жесткость и прочность, хорошую адгезию к обшивке из пластика на основе эпоксидных смол, часто использующихся при создании сэндвич-изделий с пенозаполнителями.

Среди способов получения эпоксидных пен наиболее технологически эффективным является метод вспенивания с применением терморасширяющихся микросфер. Микросферы, изготовленные из термопластичных полимеров, расширяются при нагревании из-за испарения летучих жидкостей. Оптимизируя температуру вспенивания и отверждения, можно получить эпоксидные пены с однородными закрытыми ячейками и стабильными характеристиками прочности и жесткости.

Существует несколько способов получения сэндвич-изделий с пенопластовым сердечником. Традиционным методом является склеивание предварительно изготовленного пенопластового сердечника с отдельно изготовленной композитной обшивкой. Процесс склеивания является трудоемким и требует строгого контроля качества, так как адгезионная прочность соединения обшивки и наполнителя оказывает влияние на прочность конструкции при различных видах нагружения. Кроме того, реализация рассматриваемого метода характеризуется многостадийностью и наличием ряда последовательных технологических операций, что ограничивает его применение в крупносерийном производстве.

Более перспективной является технология формования сэндвич-изделия в пресс-форме под давлением, создаваемым терморасширяющимся пенопластовым наполнителем [4]. В основе технологии – возможность расширения сердечника при повышенной температуре и создание давления на слои препрега внутри замкнутой формообразующей оснастки. Необходимым условием данного процесса является обеспечение давления внутри пресс-формы, достаточного для формования композитной обшивки [5]. При этом отсутствует необходимость предварительной подготовки внутреннего наполнителя и последующей склейки его с композитными обшивками. В некоторых работах показана возможность получения сэндвич-панелей с эпоксидным сердечником методом формования с термическим расширением [6], однако использование химического вспенивателя ограничивает возможности данного метода, так как из-за скопления выделяющегося газа в замкнутом воздушном пространстве оснастки и его давления возможно подавление процесса вспенивания.

Технология изготовления закрытопористого газонаполненного сердечника, способного при нагревании в свободном состоянии расширяться подобно эластичному мешку или в замкнутом состоянии оказывать давление на стенку, была запатентована [7] и зарегистрирована под торговой маркой «Синтерм» [8].

Данная технология является двухстадийной. На первом этапе производится вспенивание сердечника. На втором этапе на полученный сердечник выкладывается препрег, полуфабрикат выкладывается в закрытую форму, где под действием температуры сердечник расширяется, создает давление, и производится формовка препрега. Аналогичная технология использовалась для изготовления сэндвич-изделия сложной геометрии с пенопластовым сердечником из полиуретана [9].

Давление, которое создается в закрытой форме при вспенивании сердечника, можно использовать для технологии совместного формования, когда процесс вспенивания сердечника, его соединение с обшивкой и отверждение композитной обшивки происходит в один этап. Данная технология [10] использовалась для изготовления композитных труб из сэндвич-композита, армированного углеродным волокном, и терморасширяющейся пены из полиметакриламида [11], а также сэндвич-композитов из углепластика с пенопластовым сердечником из поливинилхлорида [12]. Технология применяется для изготовления сэндвич-изделий с небольшой толщиной пенопласта или многослойных сэндвич-изделий с тонкими прослойками пенопласта, так как при больших толщинах при вспенивании возможно сморщивание верхней обшивки.

В данной работе рассматриваются обе технологии интенсивного формования сэндвич-изделий с эпоксидным сердечником: 1) двухстадийная технология формования с термическим расширением сердечника; 2) одностадийная технология формования с термическим расширением сердечника с одновременным отверждением композитной обшивки. Давление вспенивания создается при вспенивании эпоксидной композиции, содержащей терморасширяющиеся микросферы. Для получения эпоксидных пенопластов низкой плотности (до  $50 \text{ кг/м}^3$ ) с большой концентрацией микросфер (до 45 мас. %) ранее были разработаны и запатентованы составы на основе твердых и жидких эпоксидных смол и терморасширяющихся микросфер [13]. Для изготовления композитной обшивки использовался углеродный препрег марки Т-1000/200.ЭН.50Р (ООО НПО «ВНИЦУР Технопласт», Ульяновск), ТУ 13.20.46-020-20552865-2023. Препрег изготовлен на основе эпоксидного связующего марки ЭН, массовая доля связующего – 50 %, поверхностная плотность наполнителя –  $200 \text{ г/м}^2$ .

Двухстадийная технология интенсивного формования сэндвич-панели с эпоксидным пенопластовым сердечником осуществлялась в несколько этапов. На первом этапе подготавливали эпоксидную композицию с терморасширяющимися микросферами. На матрицу (нижнюю часть оснастки), обработанную антиадгезивом, равномерно выкладывали слой препрега, эпоксидную вспенивающую композицию в виде пасты или заранее подготовленной пленки. Далее производили смыкание оснастки. Оснастку устанавливали в печь и производили вспенивание эпоксидной композиции под действием температуры, рекомендуемой для данной марки микросфер. После завершения процесса вспенивания и охлаждения оснастку открывали и на вспененный сердечник укладывали препрег. Оснастку закрывали и нагревали до температуры отверждения препрега. Пенопластовый сердечник расширялся под действием температуры, и производилось формование слоев препрега. Для регистрации температуры пресс-формы и времени выдержки при температуре и давлении использовали многоканальный термоизмеритель Термодат-29М6 и программное обеспечение, встроенное в пресс гидравлический ПС 110.

В зависимости от производственной необходимости в данной технологии могут быть использованы две оснастки, изготовленные отдельно для вспенивания сердечника и формования сэндвич-панели, либо используется одна оснастка, и при изготовлении сердечника в оснастку помещаются силиконовые вкладыши для обеспечения необходимых размеров пенопластового заполнителя.

Изготовленные облицовочные панели имеют ровную поверхность, во время вспенивания сердечника и формования препрега смятия и деформации не происходит.

Метод формования с термическим расширением требует значительного давления для формования композитной обшивки. Значения давления, создаваемого терморасширяемыми микросферами в процессе

вспенивания, были измерены с использованием датчиков давления, встроенных в оснастку [14]. Измерение давления проводили с помощью диэлектрической системы мониторинга процесса формования композитов DiamonPlus (INASCO). Было проведено измерение давления вспенивания для составов с разной концентрацией микросфер и при разной кратности вспенивания. Показано, что давление вспенивания можно регулировать, управляя кратностью вспенивания и содержанием микросфер в композиции. С помощью двухстадийной технологии интенсивного формования были получены сэндвич-панели различной толщины.

Изготовление сэндвич-панелей методом формования с термическим расширением можно производить в один этап. Одностадийная технология изготовления сэндвич-панелей подразумевает одновременное вспенивание заполнителя и отверждение препрега, что позволяет сократить количество технологических операций и снизить трудозатраты.

Изготовление сэндвич-панели методом формования с термическим расширением пенопластового сердечника происходит поэтапно.

Вначале производят раскрой и выкладку препрега на поверхности матрицы и пуансона, установку рамки, регулирующей толщину получаемой панели, а также выкладку эпоксидной композиции с терморасширяющимися микросферами. Разработанная эпоксидная композиция с терморасширяющимися микросферами представлена в виде суспензии (пасты), что позволяет равномерно распределить ее по поверхности препрега. Сверху укладывается препрег, и устанавливается верхняя часть оснастки. Производится смыкание верхней и нижней частей оснастки и жесткая фиксация с помощью болтовых соединений. Оснастка помещается в печь и производится нагрев до температуры, необходимой для вспенивания микросфер и отверждения связующего препрега. При выборе температуры формования в одностадийной технологии необходимо учитывать, что температурная область вспенивания микросфер должна была близка к области температур отверждения смоляной композиции. Оптимальная температура формования выбирается на основе экспериментальных исследований процесса отверждения связующего препрега и процесса вспенивания микросфер.

В качестве примера температурный режим одностадийной технологии формования сэндвич-панели с эпоксидной вспенивающейся композицией на основе эпоксидного связующего T20-60 (ИТЕКМА) и терморасширяющихся микросфер марки DU120 представлен на рис. 1.

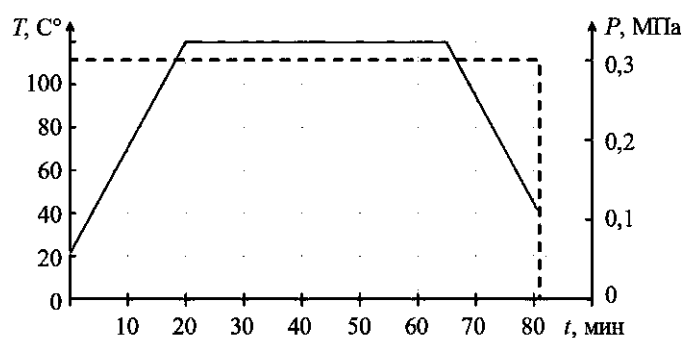


Рис. 1

Внешний вид верхней обшивки из углепластика приведен на рис. 2, а, поперечное сечение композитной панели – на рис. 2, б. Для изготовления обшивки в производстве данной панели использовали один слой углеродного препрега толщиной 0,2 мм.

Как видим (см. рис. 2), при формовании за счет создания внутреннего давления при вспенивании эпоксидной композиции произошло проникновение вспенивающего состава через поры препрега и даже частичный выход его наружу, что свидетельствует о создании значительного давления в процессе вспенивания. Таким образом, в процессе формования обеспечивается высокая адгезионная прочность соединения пенопластового сердечника с облицовкой. Для предотвращения выхода вспенивающего состава на наружные поверхности можно использовать от двух до трех слоев препрега на основе армирующей

ткани с более плотным плетением, что обеспечит не только высокие прочностные характеристики, но и хороший внешний вид панели.

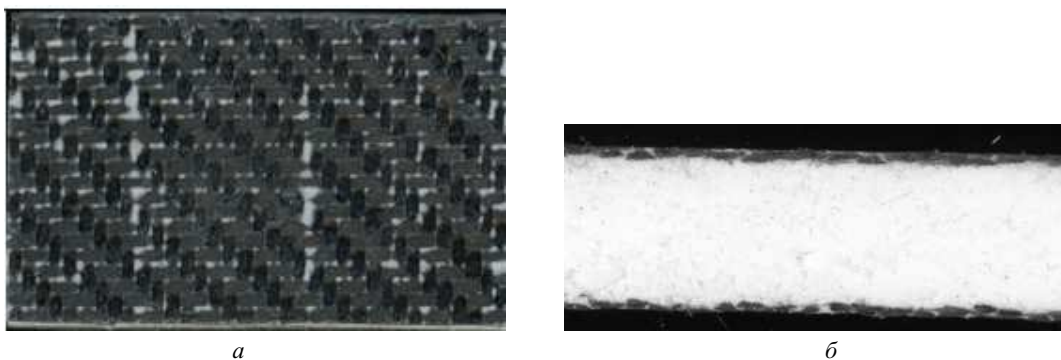


Рис. 2

Для оценки качества получаемых сэндвич-панелей были проведены механические испытания на сдвиг (по ГОСТ Р 56651-2023) и отдир обшивок (по ГОСТ 56792-2015). Образцы для испытаний были получены механической резкой панелей с использованием дисковой пилы. Испытания на расслаивание обшивки методом намотки на барабан показали, что усилие расслаивания для образцов, полученных методом совместного формования с эпоксидным вспененным наполнителем с содержанием микросфер 25...45 %, мало зависит от плотности и процентного содержания микросфер. При этом увеличение процентного содержания связующего и сокращение количества микросфер до 10 % в образцах плотностью 200 кг/м<sup>3</sup> приводит к увеличению прочности соединения наполнителя с обшивками и увеличивает среднюю нагрузку отслаивания на 25 %. Для образцов с плотностью до 100 кг/м<sup>3</sup> разрушение при отслаивании обшивки от наполнителя происходит по материалу наполнителя, что доказывает высокую прочность соединения наполнителя с обшивками.

В таблице приведены значения механических свойств сэндвич-панелей с эпоксидным пенопластовым сердечником, полученные по двухстадийной и одностадийной технологии формования. Для сравнения приведены характеристики сэндвич-панелей марки «Синтерм». Для сравнения механических характеристик был изготовлен ряд образцов сэндвич-панелей с использованием пены «Синтерм».

Тип пенопласта	Технология формования	Объемная плотность, кг/м <sup>3</sup>	Прочность наполнителя на сдвиг, МПа	Среднее значение расслоения обшивок, Н/мм
Эпоксидный	Двухстадийная	200	1,1	0,77
	Одностадийная	200	1,2	0,86
Синтерм	Двухстадийная	200	0,97	0,31

Сравнительный анализ характеристик сэндвич-панелей с эпоксидным пенопластовым сердечником с аналогами (в частности, с пенами марки «Синтерм») позволяет выявить следующие преимущества разработанных составов. За счет использования эпоксидного связующего в составе пены и препрега обшивки, а также из-за отсутствия операции склеивания в процессе одностадийного формования достигается более высокая адгезия наполнителя к обшивке. Совместное формование вспененного наполнителя и обшивок сэндвич-панели позволяет повысить максимальную нагрузку при сдвиге на 40 %.

Таким образом, метод интенсивного формования с термическим расширением пенопластового сердечника применяется преимущественно для изготовления сэндвич-панелей с плоской геометрией. В то же время представляет интерес исследование возможности использования данной технологии для получения сэндвич-конструкций более сложной формы и с переменным поперечным сечением. Эпоксидную вспенивающуюся композицию в виде пасты или пленки можно легко выкладывать на любую поверхность, что дает возможность формования сэндвич-изделий сложной формы. Технология формования с термическим расширением сердечника была использована для изготовления композитной лопасти.

Изготовление композитной оснастки проводилось по двухстадийной технологии формования. На алюминиевую оснастку, предварительно обработанную антиадгезивом, равномерно выкладывали эпоксидную композицию на основе эпоксидного связующего марки Т20-60 и терморасширяющихся микросфер марки DU120. Вспенивание эпоксидной композиции проводили в закрытой форме в печи при температуре 120 °С в течение 40 мин. После охлаждения пенопластовый вкладыш вынимали из оснастки. На вторую оснастку выкладывали углеродный препрег марки Т-1000/200.ЭН.50Р, пенопластовый вкладыш и сверху укладывали второй слой препрега. Верхняя часть оснастки фиксировалась. Оснастку помещали в печь и проводили формование и отверждение углепластиковой обшивки.

Модель оснастки приведена на рис. 3, а, внешний вид композитной лопасти – на рис. 3, б.



Рис. 3

В результате проведенных исследований установлено, что при вспенивании эпоксидной композиции в закрытой форме создается давление более 0,1 МПа, что позволяет формовать сэндвич-изделия в закрытой форме из препрегов с одновременным вспениванием сердечника.

Высокая адгезия сердечника к обшивке обеспечивается за счет образования единой структуры в результате сшивания эпоксидной матрицы пенопласта с эпоксидной матрицей композитной обшивки.

Возможность реализации одновременного процесса формования сэндвич-панели с процессом вспенивания позволяет не только интенсифицировать технологический процесс, но и повышает прочность соединения заполнителя с обшивками за счет образования химических связей и частичного проникновения пены в структуру армирующей ткани.

Согласно полученным результатам экономически эффективный процесс совместного отверждения может рассматриваться как перспективный метод изготовления усиленных конструкций аэрокосмического назначения, в том числе композитных лопастей.

Работа выполнена за счет гранта, предоставленного Академией наук Республики Татарстан образовательным организациям высшего образования, научным и иным организациям на поддержку планов развития кадрового потенциала в части стимулирования их научных и научно-педагогических работников к защите докторских диссертаций и выполнению научно-исследовательских работ» (соглашение № 15/2025-ПД-КАИ от 22.12.2025).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Birman V., Kardomateas G.A. Review of Current Trends in Research and Applications of Sandwich Structures // *Composites Part B: Engineering*. 2018. Vol. 142. P. 221–240.
2. Гайнутдинов В.Г. и др. О расчете проектных значений плотности рациональной трехслойной конструкции со стержневым заполнителем // *Изв. вузов. Авиационная техника*. 2016. № 1. С. 59–63.
3. Закиров И.М. и др. Пути повышения прочностных характеристик складчатых заполнителей из листовых композиционных материалов // *Изв. вузов. Авиационная техника*. 2009. № 3. С. 59–61.
4. Qin Y. et al. Preparation of Thermal Expandable Epoxy Resin and Properties of Foam Sandwich Composites Formed by Thermal Expansion Molding Process // *Polymer Composites*. 2024. Vol. 45. Iss. 9. P. 8345–8359.
5. Chang Sup Lee, Dai Gil Lee, Je Hoon Oh. Co-Cure Bonding Method for Foam Core Composite Sandwich Manufacturing // *Composite Structures*. 2004. Vol. 66. Iss. 1-4. P. 231–238.
6. Yang Liu et al. A New Strategy for Preparing Web-Reinforced Foam Sandwich Composites with Excellent Mechanical Properties // *Polymer Composites*. 2025. Vol. 46. Iss. 9. P. 8218–8234.

7. Порошковый форполимер термокомпрессионного синтактического пенопласта: пат. 2709129 Рос. Федерация, № 2019125733; заявл. 15.08.2019; опубл. 16.12.2019, Бюл. № 35.
8. Платонов М.М. и др. Пеноматериалы «Синтерм» для термокомпрессионного формования изделий из ПКМ // Пластические массы. 2023. № 9-10. С. 26–28.
9. Behnisch F. et al. Development of a Reactive Polyurethane Foam System for the Direct Sandwich Composite Molding (D-SCM) Process // Journal of Composites Science. 2021. Vol. 5. Iss. 4. Article № 104.
10. Hopmann C. et al. One Step Production of High-Performance Sandwich Components // Cellular Polymers. 2018. Vol. 36. Iss. 3. P. 135–150.
11. Yunfei Peng et al. Quasi-Static Crush Response of Lightweight Sandwich Composite Tubes Fabricated via Newly Designed Internal Thermal Expansion Technique // Composite Science and Technology. 2024. Vol. 251. Article № 110574.
12. Woo Cheol Jang, Won Jong Jeong, Hyung Doh Roh. One-Shot Manufacturing of Foam Core Sandwich Composite without Adhesive and Its Acousto-Ultrasonic Non-Destructive Evaluation [Electronical Resource]. URL: <https://journals.sagepub.com/doi/10.1177/10996362251393319> (дата обращения: 23.11.2025).
13. Эпоксидный пенопласт, способ получения эпоксидного пенопласта (варианты) и способ получения сэндвич-изделия из эпоксидного пенопласта (варианты): пат. 2845736 Рос. Федерация, № 2024126335; заявл. 6.09.2024; опубл. 25.08.2025, Бюл. № 24.
14. Куомалибиекэ А. и др. Пенозаполнители на основе эпоксидных полимеров и сэндвич-изделия с сердечником на их основе // Изв. вузов. Авиационная техника. 2025. № 2. С. 166–172.

Поступила в редакцию 23.12.25

После доработки 5.01.26

Принята к публикации 5.01.26

## Intensive Molding Technologies in the Production of Sandwich Structures with Epoxy Foam Core

K.A. ANDRIANOVA, A. KUOMALIBIEKE, V.V. BATRAKOV, AND L.M. AMIROVA

Tupolev Kazan National Research Technical University, Kazan

*This paper demonstrates the possibility of using the core thermal expansion molding technology to produce sandwich products with foam core. The composition and technology developed for producing epoxy foam material allows creating the necessary pressure for molding the composite skin. In order to estimate the interface between the skin and the foam core, mechanical tests were performed on the shear and pull-off strength of the skin. The results show that intensive forming technology achieves high adhesive strength between the core and the skin without using an adhesive layer. The advantages of single-stage molding technology for producing sandwich panels with epoxy foam core are demonstrated.*

**Intensive molding, epoxy foam, thermally expandable microspheres, thermal expansion molding, sandwich structure, composite blade**

## Плазменно-жидкостная сварка тонкостенных алюминиевых изделий для авиационно-космической техники

*Представлены результаты экспериментального исследования плазменно-жидкостной сварки тонкостенных алюминиевых пластин АД0М при атмосферном давлении в конфигурации «металлический катод – электролитический анод» с использованием 10 %-го раствора хлорида натрия. Проведен энергодисперсионный анализ, подтвердивший высокую химическую чистоту металла шва. Исследования микротвердости и микроструктуры выявили размягченную зону шва с более крупным зерном и наличие микропор преимущественно в центральной части зоны плавления, обусловленных особенностями тепломассообмена в электролитической среде. Показано, что получаемые соединения характеризуются высокой химической однородностью и контролируемым градиентом микромеханических свойств, что подтверждает перспективность плазменно-жидкостной сварки для тонкостенных алюминиевых конструкций авиационно-космического назначения.*

**Э.Р. БЕЛЬГИБАЕВ**  
(КНИТУ-КАИ, Казань),  
**М.Н. СЕМЕНОВ,**  
аспирант  
(КГЭУ, Казань),  
**Р.Р. КАЮМОВ,**  
канд. техн. наук,  
**А.Ф. ГАЙСИН,**  
д-р техн. наук  
(КНИТУ-КАИ, Казань)  
almaz87@mail.ru

**Плазменно-жидкостная сварка, тонкостенные алюминиевые сплавы, сплав АД0М, газовый разряд с жидким электродом, микроструктура сварного шва, микротвердость, элементный состав, микропористость, авиационно-космическая техника**

Алюминиевые сплавы тонкостенных конструкций широко применяются в авиационно-космической технике благодаря высокому удельному модулю, коррозионной стойкости и технологичности [1]. Их сварка осложняется наличием прочной оксидной пленки  $Al_2O_3$ , высокой теплопроводностью, склонностью к порообразованию и деформациям, а также чувствительностью к перегреву и фазовым превращениям [2, 3]. Для панелей обшивки, тонких ребристых элементов, теплообменных блоков и баков-резервуаров эти факторы критичны из-за жестких требований к геометрической стабильности, герметичности и повторяемости свойств шва. Традиционные процессы (аргонодуговая, лазерная, электронно-лучевая сварка, фрикционная сварка с перемешиванием) обеспечивают промышленную применимость, но требуют сложной подготовки и оснастки, строго ограниченного тепловложения и зачистую – инертной или вакуумной среды. На тонких заготовках это повышает риск прожогов, коробления и локальной деградации свойств [4–9].

Плазменно-жидкостная сварка относится к разрядным технологиям с участием жидкого электрода, где энергия разряда и струйная гидродинамика обеспечивают локализованное тепловложение при одновременной активации поверхности. В рассматриваемой системе «электролитический катод – металлический анод», функционирующей при атмосферном давлении, на межфазной границе формируется парогазовая оболочка совместно с областью интенсивной ионизации, при этом замыкание электрического тока осуществляется через жидкую струю на деталь. Для указанного источника тепловой энергии характерны следующие особенности: самоочистка зоны сварки от оксидной пленки, обусловленная электрохимическими и термодинамическими эффектами, высокая степень локализации тепловложения с возможностью тонкой импульсной модуляции, а также интеграция функций нагрева, очистки и смачивания без смены инструмента и в отсутствие вакуума. Совокупность перечисленных свойств обуславливает перспективность данного процесса для изготовления тонкостенных изделий из алюминиевых сплавов. Контролируемая гидродинамика струи (расход, давление, состав) определяет конвективный теплоотвод и оказывает влияние на устойчивость формы разряда, что позволяет минимизировать протяженность зоны термического влияния и уровень деформационных искажений [10–14].

Вместе с тем применительно к алюминиевым сплавам сохраняется актуальность нерешенных вопросов, касающихся стандартизации режимов и масштабирования процесса при условии обеспечения гарантированной воспроизводимости результатов. Требуется экспериментально верифицировать области устойчивости разряда на тонкостенных деталях, прояснить роль парогазовой оболочки в дегазации рас-

плава и управлении порообразованием, установить количественные связи «параметры разряда – тепловложение – микроструктура – свойства шва», а также сопоставить ресурсоемкость и технологическую надежность с промышленными альтернативами. Для авиационно-космического машиностроения принципиальны подтвержденные метрики качества: прочность и пластичность при статическом и циклическом нагружении, герметичность и коррозионная стойкость, стабильность геометрии и минимальные деформации, совместимость с последующей отделкой и покрытиями, а также повторяемость на протяженных швах и сложных контурах.

Цель работы – экспериментальная оценка применимости плазменно-жидкостной сварки для тонкостенных алюминиевых пластин марки АД0М при атмосферном давлении и формирование карты режимов, обеспечивающих стабильное формирование шва при минимальной зоне термического влияния. Представлены результаты диагностики форм горения и устойчивости разряда в импульсных режимах, спектрального анализа состава плазмы с определением концентрации и температуры электронов и температуры тяжелой компоненты, сопоставления электрогидродинамических параметров с геометрией и морфологией шва и проплава, а также исследования микроструктуры и механических свойств сварных соединений. Полученные данные создают научно-техническую основу для интеграции плазменно-жидкостной сварки в технологические маршруты авиационно-космического машиностроения и служат базой для последующей стандартизации контроля качества и сертификационных испытаний.

Экспериментальное исследование процессов плазменно-жидкостной сварки образцов алюминиевых изделий проводилось на установке с газоразрядной камерой, функциональная схема которой приведена на рис. 1. Здесь: 1 – источник питания; 2 – свариваемые образцы (металлический катод); 3 – ванна с электролитом; 4 – металлическая пластина для подвода положительного потенциала в электролит.

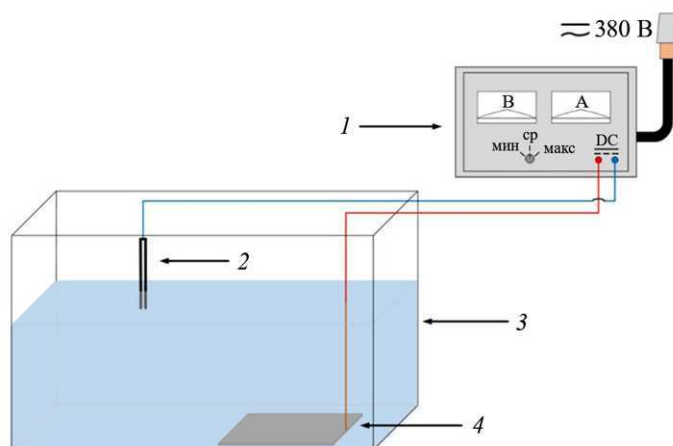


Рис. 1

В качестве источника электропитания использовался регулируемый выпрямитель с выходной мощностью до 10 кВт и максимальным выходным напряжением 500 В. Свариваемые образцы, изготовленные из алюминиевого сплава марки АД0М, выполняли функцию металлического катода, в то время как электролитическая ванна служила анодом. Подведение положительного потенциала к электролиту осуществлялось через пластину из нержавеющей стали AISI 304 с размерами 200×120×1,5 мм. Данная пластина размещалась внутри электрохимической ячейки в положении, обеспечивающем устойчивое замыкание электрической цепи и равномерное распределение тока в зоне соединения.

В качестве катодного материала использовались пластины АД0М – деформируемый алюминий высокой чистоты (содержание примесей не более 0,2 %, массовая доля алюминия порядка 99,7 %). Такая металлобаза обеспечивает воспроизводимые условия для изучения плавления, кристаллизации и формирования шва на тонких заготовках. В качестве электролита применялся 10 %-й водный раствор натрия хлорида на технической воде. Перед сваркой проводилась стандартная подготовка поверхности: механическое шлифование и зачистка, удаление загрязнений и оксидной пленки, обезжиривание органическим

растворителем. Эти операции минимизировали влияние поверхностных дефектов на формирование корня шва и стабильность разряда.

Сварка осуществлялась в конфигурации «металлический катод – электролитический анод». Образцы фиксировались внахлест, после чего на ванну подавалось положительное напряжение, а на пластины – отрицательный потенциал. Текущие значения напряжения и тока контролировались по панели индикаторов и дублировались на управляющем компьютере. Регулировка осуществлялась по току и напряжению с возможностью оперативной корректировки для поддержания устойчивого горения разряда. Продолжительность каждого технологического прохода фиксировалась с помощью секундомера с дискретностью отсчета 1 с, что обеспечивало высокую воспроизводимость заданных режимов.

Для безопасности и электромагнитной совместимости все токоведущие элементы и корпус установки были заземлены. Для стабилизации теплового режима применялся циркуляционный охладитель рефрижераторного типа, поддерживающий температуру электролита в заданных пределах. Раствор циркулировал по замкнутому контуру с фильтром грубой очистки, а удаление паров и продуктов разряда обеспечивалось стационарной вытяжной вентиляцией. Номинальные параметры экспериментов: напряжение  $U = 0,1 \div 0,5$  кВ; давление  $p = 10^5$  Па (атмосферное); удельная электропроводность электролита  $\sigma = 0,10 \div 0,12 \Omega^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ ; температура электролита  $T = 24$  °С.

Для решения поставленных в работе задач применялись различные методы диагностики.

Регистрация динамики разряда и видимых плазменных структур выполнялась высокоскоростной видеосъемкой камерой Casio EX-F1 со скоростями 600 и 1200 кадр/с. Камера устанавливалась на штатив на расстоянии около 300 мм от зоны разряда. Передача и обработка данных осуществлялись на персональном компьютере с использованием программного обеспечения HX Link и Movavi Video Editor 14 Plus, что позволяло синхронизировать визуальные события с электрическими сигналами. Электрические колебания и пульсации тока и напряжения фиксировались цифровыми осциллографами GDS-806S и GOS-6030. Для привязки к оптическим событиям применялся фотодиодный датчик излучения разряда, подключенный к тем же каналам регистрации. Такой подход обеспечивал идентификацию моментов зажигания, переходов между формами горения и корреляцию импульсных особенностей с морфологией шва.

Эмиссионно-спектральный анализ излучения плазмы проводился на оптоволоконном спектрометре PLASUS EC 150201 MC. Излучение собиралось коллиматором с расстояния 100–200 мм в спектральном диапазоне 195...1105 нм. Калибровка аппаратной функции выполнялась по стандартной лампе СИРШ-6-100, эффективная аппаратная ширина составляла  $\Delta\lambda_g \approx 1$  нм. Сопоставление экспериментальных спектров с базой данных линий осуществлялось по каталогу NIST. Колебательные и вращательные температуры тяжелой компоненты оценивались подбором расчетных спектров в программных пакетах LIFBASE и SPECAIR 2.2.0.0, а электронно-температурные и концентрационные параметры – по профилям водородных и атомарных линий с учетом аппаратного уширения.

Для металлографического анализа из области соединения вырезались фрагменты, по которым изготавливались поперечные шлифы (рис. 2). Образцы запрессовывались в токопроводящий полимер на установке Buehler Simplimet 3000. Шлифовка выполнялась абразивами P600, P1200, P2500, полировка – алмазными суспензиями с размером частиц 6, 3, 1 мкм. Финишное травление проводилось реактивом Келлера (2,5 мл азотной кислоты, 1,5 мл соляной кислоты, 1 мл фтороводородной кислоты на 95 мл дистиллированной воды), что позволяло выявлять границы зерен, зоны термического влияния и литейные участки шва.

Микроструктура исследовалась на инвертированном оптическом микроскопе Carl Zeiss Axio Observer Z1m в режиме светлого поля с увеличением  $\times 5, 10, 50$ ; дополнительно выполнялся анализ элементного состава и распределения примесей на сканирующем электронном микроскопе Carl Zeiss Auriga Crossbeam с энергодисперсионным рентгеновским анализатором INCA X-Max (энергетическое разрешение – 127 эВ). Такой комплекс методов обеспечивал сопоставление электрогидродинамических параметров разряда с геометрией проплава и морфологией шва, а также с микрохимическими и фазовыми особенностями зон соединения.

Измерение микротвердости сварного соединения проводилось методом Виккерса (HV) с использованием автоматизированного твердомера Tukon 1102.

На рис. 2 представлены осциллограммы напряжения  $U(t)$  и тока  $I(t)$  при плазменно-жидкостной сварке пластин из сплава АД0М при длительности одного прохода порядка 2 с.

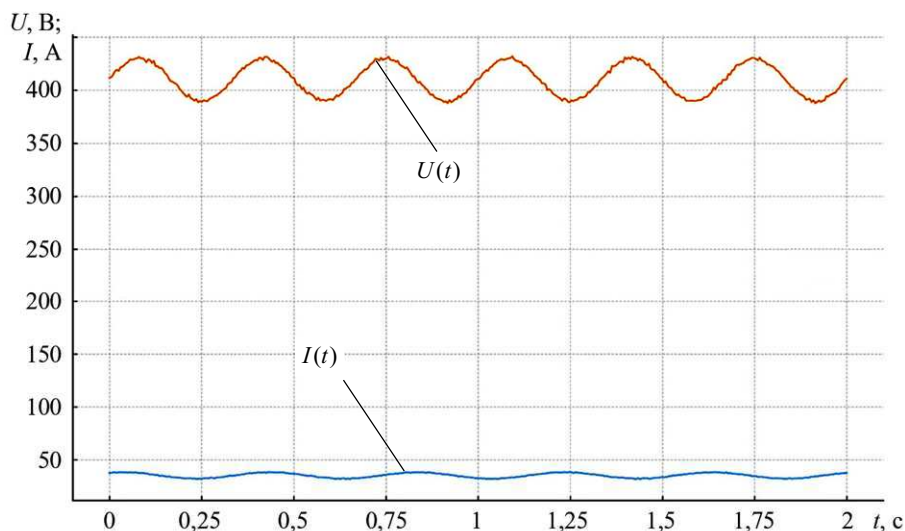


Рис. 2

В рабочем режиме напряжение между металлическим катодом (свариваемые изделия) и электролитическим анодом находится в диапазоне 370...450 В, а сварочный ток – в пределах 30...40 А. На протяжении всего времени осуществления технологического прохода электрический разряд демонстрирует устойчивый характер: флуктуации временных зависимостей напряжения  $U(t)$  и тока  $I(t)$  имеют квазипериодическую природу и не сопровождаются значительными провалами или срывами процесса горения. Наличие медленных и быстрых пульсаций связано с динамикой парогазовой оболочки и колебаниями струи электролита, однако средний уровень параметров остается в пределах заданного технологического окна. Это обеспечивает воспроизводимый энерговод в приповерхностную зону тонкостенного алюминия без перехода в режимы разбрызгивания или погасания разряда.

Соответствующая временная зависимость мгновенной мощности, рассчитанная на основе осциллограмм напряжения и тока, приведена на рис. 3.

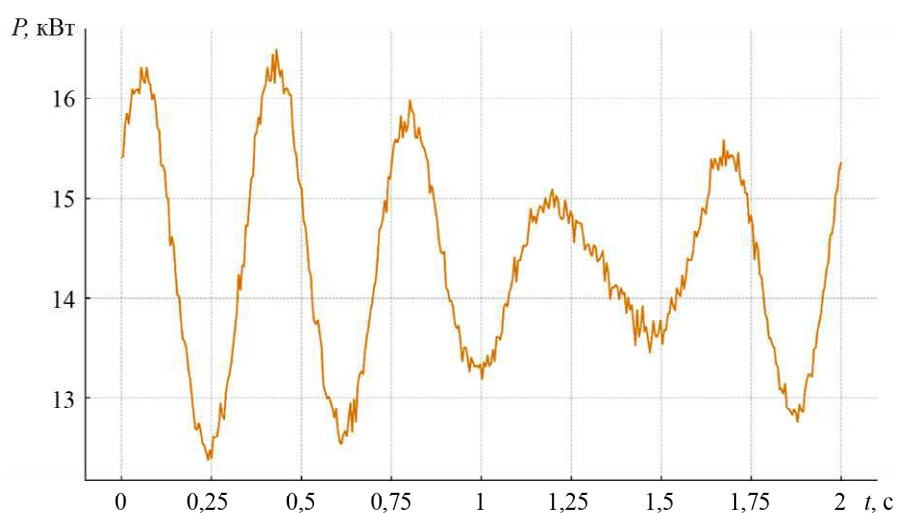


Рис. 3

Мощность в разрядном промежутке составляет в среднем величину порядка 10–15 кВт с пульсациями, обусловленными совместным влиянием флуктуаций напряжения, тока и состояния парогазовой

оболочки. При наличии колебаний  $P(t)$  разряд не переходит в неустойчивые режимы с длительными провалами мощности, что важно для сварки тонкостенных изделий, чувствительных к перегреву и прожогам. Сочетание мгновенного энерговода с интенсивным конвективным отводом тепла со стороны электролита обуславливает локальный характер тепловложения и ограниченную протяженность зоны термического влияния. Данное обстоятельство находится в полном соответствии с наблюдаемой микроструктурой и профилями микротвердости.

На рис. 4 показана вольт-амперная характеристика разрядной системы «металлический катод – электролитический анод».

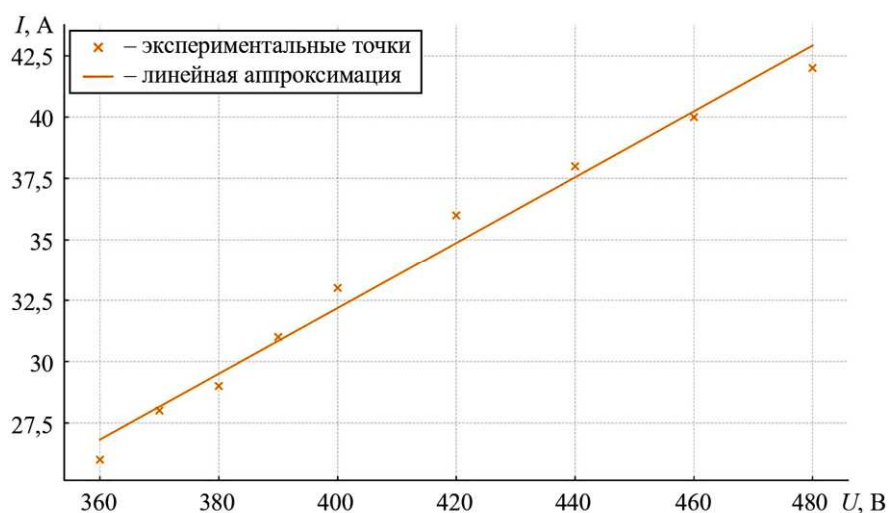


Рис. 4

Исследовался элементный состав сварного шва образца. Для оценки однородности химического состава по сечению сварного соединения было получено десять точечных спектров с шагом 100 мкм. На основании обобщенных аналитических данных установлено, что усредненная массовая доля алюминия составляет примерно 99,85 %, железа – около 0,15 %. Значения стандартного отклонения для алюминия не превышают 0,10 %, для железа – 0,09 %. Интервал варьирования содержания компонентов характеризуется следующими значениями: для алюминия – 99,75–99,95 %, для железа – 0,05–0,24 %.

Анализ показал, что металл шва в сварных соединениях из пластин АД0М характеризуется высоким содержанием алюминия (порядка 99,8–99,9 %) и минимальным количеством железа (около 0,1–0,2 %), что в целом согласуется с химическим составом исходного материала и нормативами для деформируемых алюминиевых сплавов высокой чистоты. Наличие железа в металле шва, по-видимому, обусловлено контактным взаимодействием с конструктивными элементами установки, в первую очередь с нержавеющей пластиной-анодом AISI 304, а также возможным остаточным содержанием примесей в электролите. Колебания содержания железа в интервале 0,05...0,24 % указывают на локальную неоднородность распределения этого элемента и типичны для процессов погружной и разрядной сварки, в которых интенсивная конвекция жидкости и плазмы может способствовать перераспределению примесей. При этом высокая доля алюминия и низкий уровень железа свидетельствуют о том, что в зоне сварного шва практически сохраняется химическая идентичность исходного металла, а взаимодействие с электролитом и элементами разрядной системы не приводит к существенной диффузии посторонних компонентов. Минимальные колебания концентрации алюминия (стандартное отклонение порядка 0,10 %) подтверждают однородность химического состава по поперечному сечению шва, что является благоприятным фактором для формирования стабильных механических и эксплуатационных характеристик соединения. Таким образом, процесс плазменно-жидкостной сварки способствует минимальному внедрению посторонних элементов и формированию швов с высокой химической чистотой. Выявленные локальные вариации содержания железа, обусловленные особенностями электролитической среды и конструкцией узла, не ока-

зывают заметного влияния на металлургическую однородность соединения и могут рассматриваться как второстепенные с точки зрения прочности и коррозионной стойкости.

Микротвердость сварного шва измеряли с помощью подачи на индентор нагрузки 100 г (HV 0,1), время выдержки под нагрузкой составляло 10 с, что обеспечивало хорошую воспроизводимость результатов и достаточную чувствительность к локальным изменениям механических свойств. Для оценки распределения микротвердости по поперечному сечению сварного соединения выполнялся четырнадцатиточечный замер по траектории 1 (рис. 5), проходящей через металл шва, зоны термического влияния и основной металл.

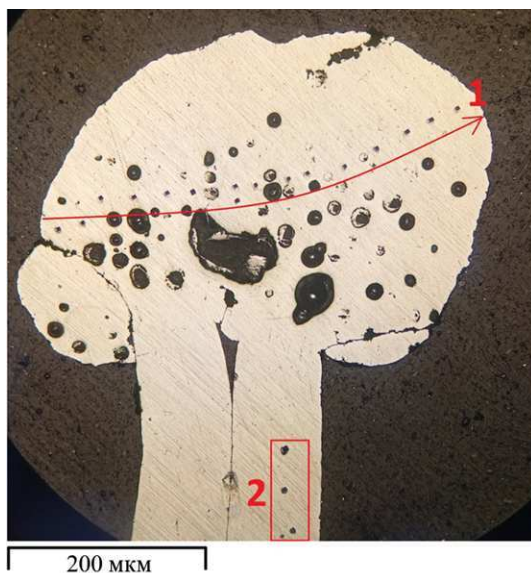


Рис. 5

Такой подход позволил проследить изменение твердости от центральной части шва к исходному материалу и зафиксировать локальные флуктуации, связанные с неоднородностью микроструктуры.

В целях верификации полученных результатов были выполнены дополнительные измерения в исходном материале за пределами зоны сварки (рис. 5, область 2). Это позволило количественно оценить влияние термического цикла плазменно-жидкостной сварки на микротвердость алюминиевых пластин.

Приведем результаты измерений микротвердости по траектории 1 (поверхность сварного шва): отверстие № 1 – HV = 29,1; отверстие № 2 – HV = 28,2; отверстие № 3 – HV = 30,0; отверстие № 4 – HV = 31,5; отверстие № 5 – HV = 31,4; отверстие № 6 – HV = 33,4; отверстие № 7 – HV = 32,5; отверстие № 8 – HV = 32,0; отверстие № 9 – HV = 31,9; отверстие № 10 – HV = 30,9; отверстие № 11 – HV = 30,0; отверстие № 12 – HV = 29,7; отверстие № 13 – HV = 30,0; отверстие № 14 – HV = 28,7.

Приведем результаты измерений микротвердости по траектории 2 (основной металл): отверстие № 1 – HV = 39,9; отверстие № 2 – HV = 37,4; отверстие № 3 – HV = 38,2.

Согласно полученным данным микротвердость в зоне сварного шва заметно ниже, чем в исходном материале. Такое снижение твердости является прямым следствием интенсивного локального нагрева и последующего охлаждения при плазменно-жидкостной сварке, приводящих к частичной рекристаллизации и перестройке микроструктуры. В центральной части шва формируется зона с более крупным зерном и уменьшенной плотностью дислокаций, что и обуславливает понижение твердости по сравнению с исходным алюминием.

По мере удаления от оси шва к зонам термического влияния и далее к основному металлу значения микротвердости постепенно возрастают, что связано с уменьшением степени термического воздействия и частичным сохранением исходной мелкозернистой структуры. Наблюдаемые флуктуации твердости вдоль траектории измерений отражают локальные различия в условиях кристаллизации и распределении остаточных напряжений. Для плазменно-жидкостной сварки, протекающей в электролитической среде

при участии плазменного разряда и интенсивного теплообмена, такие вариации являются ожидаемыми, поскольку скорость охлаждения и распределение теплового потока могут существенно меняться на малых расстояниях.

В качестве дополнительного фактора, влияющего на распределение микротвердости, следует рассматривать локальную диффузию примесных элементов, а также микроскопические вариации структуры, обусловленные контактным взаимодействием металла с электролитом и особенностями формирования дугового разряда. Эти локальные структурно-механические особенности в совокупности определяют эксплуатационную надежность соединения, включая его сопротивление зарождению и развитию трещин при внешнем нагружении.

Проведенные измерения микротвердости позволяют не только количественно оценить влияние плазменно-жидкостной сварки на механические свойства материала, но и выявить пространственные закономерности распределения твердости по сечению соединения. Выявленный градиент от размягченной зоны шва к более твердому основному металлу согласуется с наблюдаемыми микроструктурными изменениями и может быть использован при оптимизации режимов сварки с целью повышения прочности и однородности шва.

Исследование микроструктуры сварного соединения выполнялось на инвертированном оптическом микроскопе Carl Zeiss Axio Observer Z1m. Наблюдения проводились в режиме светлого поля с использованием объективов с увеличением  $\times 5$ ,  $10$ ,  $50$ , что обеспечило возможность как обзорной оценки макроструктуры соединения, так и детального анализа локальных микроструктурных изменений. На первом этапе изучалась поверхность шлифа до травления (см. рис. 5), что позволило выявить пористость, макро-неоднородности и возможные дефекты в зоне шва. Установлено, что в сечении сварного шва присутствуют микропоры различного диаметра, преимущественно в центральной части зоны плавления. Их появление связано с газовыделением при взаимодействии расплавленного алюминия с электролитом и последующим захватом газовых пузырьков в процессе кристаллизации металла.

После травления реактивом Келлера (рис. 6) детально проанализирована микроструктура соединения. Выявлены отчетливые границы зерен и их распределение по различным зонам, выделены участки плавления и термического влияния с оценкой их ширины, а также обнаружены отдельные фазовые включения, характерные для алюминия высокой чистоты. Установлено, что в зоне шва зерна заметно крупнее и менее упорядочены по сравнению с основным металлом, тогда как в зоне термического влияния наблюдается переходная структура с градиентом размеров зерна и степени их разориентации. Распределение фазовых включений носит локальный характер и коррелирует с областями интенсивного теплового воздействия.

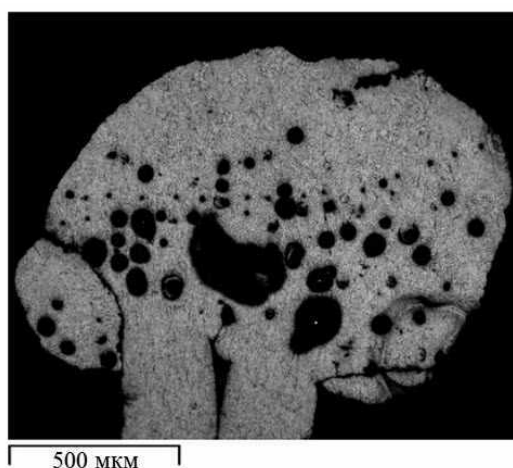


Рис. 6

Микроструктурный анализ подтвердил наличие микропористости различного масштаба в центральной части шва и структурной неоднородностью в пределах зоны плавления и зоны термического

влияния. Эти особенности обусловлены совокупностью интенсивного локального нагрева, высокой скорости охлаждения и неравномерного тепломассообмена в электролитической среде, что приводит к частичной рекристаллизации, изменению плотности дислокаций и формированию участков с различными механическими характеристиками. Выявленные поры и структурные градиенты непосредственно влияют на прочность, пластичность и долговечность сварного соединения, а также на его поведение при циклическом нагружении и коррозионных воздействиях.

Комплексное рассмотрение данных показывает, что плазменно-жидкостная сварка тонкостенных алюминиевых пластин АД0М обеспечивает формирование швов с высокой химической чистотой и приемлемой структурной однородностью, при этом в зоне шва формируется локальное размягчение и микропористость, обусловленные специфическим термомеханическим циклом и газовой составляющей процесса. Учет этих факторов при выборе режимов сварки и конфигурации узла позволяет целенаправленно управлять качеством соединения и адаптировать технологию к требованиям авиационно-космического машиностроения по прочности, герметичности и коррозионной стойкости.

Таким образом, в результате проведенного исследования установлено, что при сварке тонкостенных пластин АД0М в диапазоне  $U = 370 \div 450$  В и  $I = 30 \div 40$  А обеспечивается устойчивое горение разряда и стабильный энерговод без прожогов и с ограниченной зоной термического влияния. Вольт-амперная характеристика разрядной системы в этом интервале близка к линейной и задает технологическое окно режимов, пригодных для получения качественного проплава тонкостенных изделий.

Показано, что металл шва практически сохраняет химический состав исходного материала, а содержание примесного железа остается на уровне десятых долей процента. Микроструктурный и микротвердостный анализ установил наличие размягченной зоны сварного соединения, характеризующейся крупнозернистой структурой и локальной микропористостью в центральной области, при этом наблюдается постепенное увеличение твердости по направлению к основному металлу.

Полученные результаты могут быть использованы для оптимизации режимов плазменно-жидкостной сварки с целью снижения пористости и повышения надежности сварных соединений тонкостенных алюминиевых конструкций авиационно-космической техники.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного Фонда и Академии наук Республики Татарстан по проекту № 25-29-20147.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Брилев В.В.* Особенности сварки алюминия // Вестник магистратуры. 2019. № 1-2 (88). С. 76–77.
2. *Сидоров В.П., Мельзитдинова А.В., Советкин Д.Э.* Требования к точности параметров дуговой сварки стыкового шва на алюминиевом сплаве // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Машиностроение, материаловедение. 2021. № 3. С. 66–74.
3. *Chludzinski M. et al.* Investigation of the Effects of Gas Metal Arc Welding and Friction Stir Welding Hybrid Process on AA6082-T6 and AA5083-H111 Aluminum Alloys // Metals. 2025. Vol. 15. № 9. Article № 1005.
4. *Исаев С.Л., Баранов Д.А., Муратов В.С.* Механические свойства и структура сварного шва сплава ЭП-718, полученного электронно-лучевой сваркой // Вестник Сибирского государственного индустриального университета. 2025. № 1 (51). С. 51–62.
5. *Ma G. et al.* Effect and Mechanism Analysis of Process Parameters and Penetration State on Pore Defects of 1060/2A12 Dissimilar Aluminum Alloy Electron Beam Welding Joints // Materials. 2025. Vol. 18. Article № 3477.
6. *Маликов А.Г. и др.* Лазерная сварка разнородных материалов на основе термически упрочняемых алюминиевых сплавов // Прикладная механика и техническая физика. 2021. № 5 (369). С. 161–171.
7. *Горунов А.И., Нюхляев О.А., Гильмутдинов А.Х.* Лазерная сварка труб из стали 09Г2С // Вестник Югорского государственного университета. 2024. № 1. С. 35–45.
8. *Ханин В.В., Круглов П.В.* Оценка технологических возможностей сварки патрубков в днища изделий ракетно-космической техники фрикционной сваркой // Изв. вузов. Машиностроение. 2012. № 7. С. 67–71.
9. *Людмирский Ю.Г., Котлышев Р.Р.* Сварка трением с перемешиванием алюминиевых сплавов в строительстве // Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура. 2010. № 3. С. 15–22.

10. Каюмов Р.Р. и др. Электрический разряд между металлическим катодом и жидким неметаллическим анодом // Физика плазмы. 2024. № 1. С. 102–109.
11. Гайсин А.Ф. и др. Плазменно-электролитные разряды в газожидкостной среде для получения водорода // Изв. вузов. Проблемы энергетики. 2021. № 2. С. 27–35.
12. Петряков С.Ю. и др. Разряд постоянного тока между металлическим анодом и жидким неметаллическим катодом // Прикладная механика и техническая физика. 2022. № 5 (375). С. 20–32.
13. Желтухин В.С., Гайсин А.Ф., Петряков С.Ю. Механизм пробоя высокочастотного разряда со струйными электролитическими электродами // Письма в Журнал технической физики. 2022. № 17. С. 24–27.
14. Бельгибаев Э.Р. и др. Плазменно-жидкостная сварка пластин из электротехнической стали // Металловедение и термическая обработка металлов. 2024. № 7(829). С. 62–68.

Поступила в редакцию 25.11.25  
После доработки 27.11.25  
Принята к публикации 1.12.25

## Plasma–Liquid Welding of Thin-Walled Aluminum Components for Aerospace Applications

E.R. BEL'GIBAEV<sup>1</sup>, M.N. SEMENOV<sup>2</sup>, R.R. KAYUMOV<sup>1</sup>, AND A.F. GAISIN<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Tupolev Kazan National Research Technical University, Kazan

<sup>2</sup> Kazan State Power Engineering University, Kazan

*The paper presents the results of an experimental study of plasma–liquid welding of thin-walled AD0M aluminum plates at atmospheric pressure in a “metallic cathode – electrolytic anode” configuration using a 10 wt.% NaCl aqueous solution. The energy-dispersive X-ray spectroscopy confirmed the high chemical purity of the weld metal. Microhardness and microstructural examinations revealed a softened weld zone with coarser grains and the presence of micropores predominantly in the central part of the fusion zone, which are caused by the specifics of heat and mass transfer in the electrolytic environment. The resulting joints are characterized by high chemical homogeneity and a controlled gradient of micromechanical properties, which confirms the promise of plasma–liquid welding for thin-walled aluminum structures in aerospace engineering.*

**Plasma–liquid welding, thin-walled aluminum alloys, AD0M alloy, gas discharge with a liquid electrode, weld microstructure, microhardness, elemental composition, microporosity, aerospace engineering**

## **Разработка макета аддитивной камеры жидкостного ракетного двигателя со штыревым соплом и способов нанесения меди на внешнюю сторону. Проведение огневых испытаний**

*Рассматриваются жидкостные ракетные двигатели со штыревым соплом как перспективное направление развития аэрокосмической техники. Представлены результаты исследования макета камеры сгорания, изготовленной с применением аддитивных технологий. Проведен сравнительный анализ двух способов нанесения теплопроводящего медного покрытия на внешнюю поверхность корпуса камеры – дуговой наплавки в среде аргона и гальванического осаждения в кислотном электролите. Экспериментально установлено, что формирование медного покрытия обеспечивает возможность повышения допустимой температуры огневой стенки. Данное техническое решение позволяет оптимизировать соотношение компонентов топлива и реализовать рост удельного импульса двигателя на 15–20 % по сравнению с исходной конструкцией.*

**Ю.Е. КАПЕЛЮШИН,  
А.О. ШУЛЬЦ,  
В.Л. САЛИЧ,  
Е.А. МИХАЙЛОВ**  
(ЮУрГУ, Челябинск)  
mikhailovea@susu.ru

**Макет камеры жидкостного ракетного двигателя, штыревое сопло, аддитивные технологии, медное покрытие, огневые испытания**

Двигательные установки со штыревым соплом рассматриваются как перспективное направление развития аэрокосмической техники, поскольку способны сохранять высокую аэродинамическую эффективность в широком диапазоне высот при изменяющемся атмосферном давлении [1]. Применение жидкостных ракетных двигателей со штыревым соплом открывает дополнительные возможности для ракетно-космической отрасли, в частности при создании одноступенчатых многоразовых ракет-носителей, благодаря способности таких двигателей к самоадаптации на различных высотах полета [2, 3]. Кроме того, двигательные установки со штыревым соплом при использовании нескольких камер сгорания обеспечивают возможность управления вектором тяги за счет дросселирования отдельных камер [3–5]. На современном этапе разработка подобных систем стала возможной благодаря развитию аддитивных технологий, позволяющих изготавливать конструкции сложной геометрии с уменьшенным числом элементов и применением разнородных материалов [2, 6, 7]. В качестве конструкционных материалов рассматриваются, в частности, никелевые жаропрочные сплавы, сплавы типа инконель, а также керамические материалы [6, 8, 9].

Одним из подходов к исследованию данного класса двигателей является разработка макетов камер и демонстраторов [10], включая их использование при стендовых испытаниях в наземных условиях [11, 12]. Макет камеры жидкостного ракетного двигателя со штыревым соплом является наиболее теплонапряженным элементом конструкции. Температура в камере достигает 3500 К, что обуславливает необходимость интенсивного отвода тепла от конструкционного материала [13]. В отличие от двигателей большой тяги, в демонстраторах не всегда реализуется регенеративное охлаждение, предусматривающее охлаждение стенок за счет прокачивания одного или двух компонентов топлива в межстенном пространстве. Это, как правило, связано с режимом работы демонстратора, который носит импульсный характер и сопровождается периодической подачей компонентов топлива. В связи с этим в ряде случаев в качестве материалов камер жидкостного ракетного двигателя со штыревым соплом используются жаропрочные сплавы как с внутренним теплозащитным покрытием, так и без него [14].

При применении жаропрочных сплавов с высоким содержанием никеля и других тугоплавких металлов возникает проблема локального перегрева стенки. В наиболее теплонапряженном участке, соответствующем критическому сечению сопла, температура может достигать значений, близких к температуре плавления материала, либо превышать ее. При этом эффективный отвод избыточного тепла в менее нагруженные зоны камеры затруднен вследствие низкой теплопроводности материала, составляющей порядка 11–18 Вт/(м·К).

В то же время использование более тугоплавких сплавов, в частности, на основе ниобия, существенно ограничено их высокой стоимостью, а также технологической сложностью нанесения защитных покрытий.

В исследуемой камере реализована схема организации рабочего процесса, предложенная ранее [15, 16]. Учитывая назначение камеры, использовать в качестве материала камеры дорогостоящий жаростойкий сплав [15, 16] экономически нецелесообразно. В связи с использованием сплава 12Х18Н10Т возникла необходимость снижения соотношения компонентов топлива для обеспечения удовлетворительного теплового состояния огневой стенки при применении внутреннего завесного охлаждения горючим.

Цель проводимых исследований – изучение влияния медного теплопередающего покрытия на внешней поверхности макета камеры жидкостного ракетного двигателя со штыревым соплом на его эффективность и энергетические характеристики.

Решаются задачи разработки конструкции демонстрационного макета камеры с учетом технологии 3D-печати, изготовления макета камеры по технологии 3D-печати. Исследуются способы нанесения меди на внешнюю сторону макета, проводятся огневые испытания макета камеры.

Для разработки макета камеры был выполнен расчет геометрических параметров. Изготовление макета осуществлялось с применением аддитивных технологий, преимущество которых заключается в возможности формирования поверхностей со сложной геометрией. Возможно оптимизировать рисунок, толщину и форму наружных ребер.

Конструкция макета камеры приведена на рис. 1, а. Общий вид макета камеры с покрытием представлен на рис. 1, б.

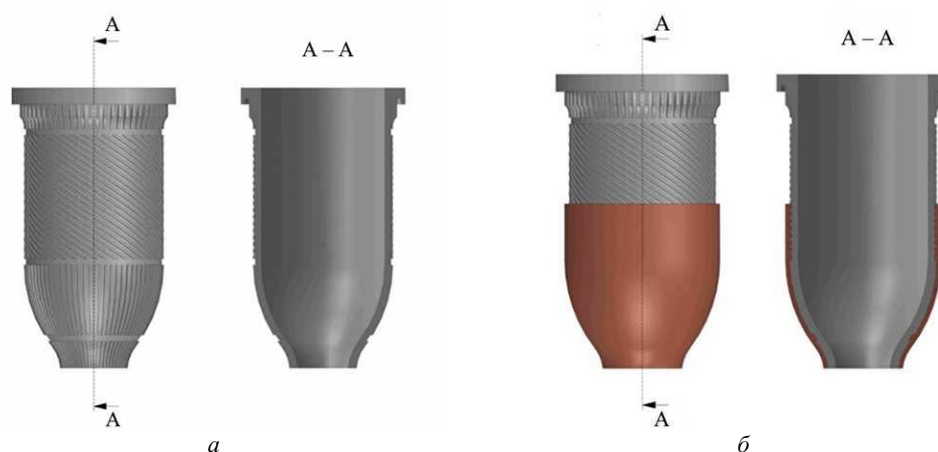


Рис. 1

Особенностью полученного аддитивным методом макета камеры является формирование развитой площади внешней поверхности. В конструкции применены как прямые ребра, так и витые. При проектировании внешних ребер предусматривалась, в том числе, возможность эффективного нанесения на них медного покрытия, что должно существенно интенсифицировать процесс охлаждения. При проектировании макета камеры не проводились работы по оптимизации рисунка, формы и толщин внешних ребер.

На рис. 2 представлена схема макета камеры с выращенной основой из жаропрочной стали с внутренней полостью, образованной из ребер и каналов. Каналы заполнялись жидкой медью. Отверстие, через которое осуществлялась заливка меди, впоследствии заваривалось. В данном случае при нагреве корпуса продуктами сгорания температура меди может достигать значения, близкого к температуре ее плавления (1085 °С). Применение данного подхода потенциально позволяет повысить температуру стенки и, как следствие, увеличить удельный импульс макета камеры жидкостного ракетного двигателя со штыревым соплом.

Макет камеры соединялся с форсуночной головкой. Головка макета двигателя представляет собой сварную конструкцию из деталей, изготовленных на металлообрабатывающем оборудовании. В головке имеется форкамера для получения запального факела при помощи электроискрового зажигания и основные форсунки горючего и окислителя. При этом вдоль стенки макета камеры при помощи тангенциальных отверстий формируется закрученный поток газообразного окислителя (кислород) для внутреннего охлаждения стенок макета камеры.

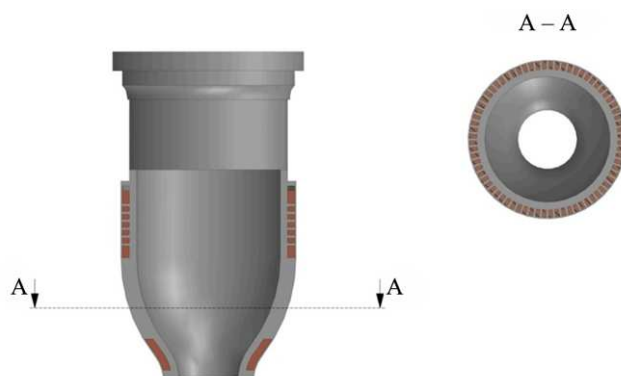


Рис. 2

При сборке головки использовался сборочный стапель. После сборки проводилась проверка сварных соединений на герметичность. При выполнении сварочных работ во внутренних полостях, особенно в области сварных швов, не допускается наличие металлической окалины, поскольку ее присутствие может привести к воспламенению компонентов топлива в полостях. В конструкции макета предусмотрены коаксиальные внутренние полости для компонентов топлива, чередующиеся последовательно. Перепуск компонентов топлива между указанными полостями осуществлялся с использованием внешних перепускных трубок.

В конструкции головки предусмотрен перепуск компонентов топлива по внутренним полостям. Формирование внутренних полостей макета камеры осуществлялось с учетом требований технологии послойного лазерного спекания. В частности, углы верхних сводов проектировались таким образом, чтобы исключить необходимость применения внутренних опор. Все полости разрабатывались с учетом обеспечения возможности удаления порошка.

Выполнение головки и макета камеры в виде единого изделия обеспечивает снижение массы и габаритных характеристик примерно в два раза по сравнению с конструкциями, изготовленными с применением традиционных технологий.

Для изготовления макета камеры использовался промышленный 3D-принтер ZRapid iSLM 420 для печати металлом по технологии селективного лазерного плавления. Материал для послойного изготовления – Inconel 718. Исходный материал представлял собой порошок с гранулометрическим составом, включающим не менее 95 % частиц сферической формы, при этом максимальный размер частиц составлял 25 мкм. Толщина каждого печатного слоя не более 25 мкм. После процесса 3D-печати у заготовок удалялись все технологические поддержки. Выполнялась промывка внутренних полостей макета в ультразвуковой ванне для удаления остатков порошка. Полученные образцы макетов испытывались на герметичность внутренних полостей газообразным гелием. Давление наддува 2 МПа, допустимая объемная потеря надутго газа не более 5 % в течение 24 ч. К изготовлению предъявлялись требования по обеспечению точности всех размеров не ниже качества h12, а также шероховатости поверхностей не хуже  $R_a = 25$ . Контроль размеров изготовленного макета осуществлялся с использованием координатно-измерительной машины СММ-MN432. После изготовления макет камеры подвергался термической постобработке с целью уменьшения внутренних механических напряжений.

При изготовлении макета камеры применялось максимально возможное разрешение 3D-принтера для формирования отверстий форсунок, так как диаметры отверстий обычно не превышают 0,5...1 мм. Если при выращивании макета камеры невозможно обеспечить точность изготовления топливных форсунок, необходимо применять сверление или электроэрозионную обработку для калибровки форсунок. Разрешающая способность используемого принтера не обеспечила качественное изготовление отверстий топливных форсунок, поэтому отверстия изготавливались электроэрозионным способом.

В работе исследовалась возможность отвода тепла в менее теплонапряженные участки макета камеры – цилиндрическую часть, расположенную ближе к смесительной головке. В условиях отсутствия регенеративного охлаждения отвод тепла обеспечивался за счет применения материалов с высоким коэффициентом теплопроводности (более 150–200 Вт/(м·К)). К числу наиболее распространенных материалов данного класса относятся медь, серебро и алюминий. Алюминий не рассматривался из-за низкой температуры плав-

ления. Серебро характеризуется самым высоким коэффициентом теплопроводности (418 Вт/(м·К) при 273 К), однако его температура плавления на 100 К ниже, чем у меди (коэффициент теплопроводности – 393 Вт/(м·К) при 273 К). Кроме того, стоимость серебра в десятки раз выше стоимости меди.

Для обеспечения эффективного теплоотвода требуется, чтобы теплопроводящий материал находился в прямом контакте с участком отвода тепла при минимальном тепловом сопротивлении. Предполагается, что в оптимальном случае один материал может частично проникать в структуру другого. Если это технически невозможно, необходимо применять метод нанесения одного материала на другой с минимизацией теплового сопротивления.

Нанесенный слой теплопроводящего материала на стенку макета камеры показан на рис. 3.

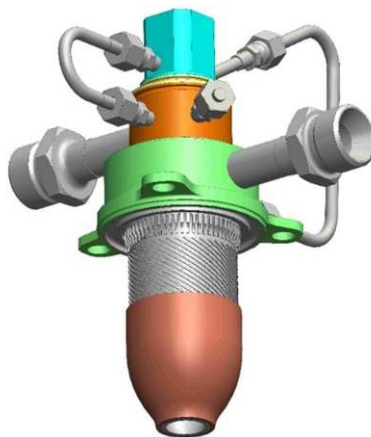


Рис. 3

Выделяют следующие методы нанесения теплоотводящего материала:

- 1) наплавка, при которой теплопроводящий материал наносится на основу конструкции камеры;
- 2) гальваническое осаждение, обеспечивающее покрытие одного материала другим.

Наплавка меди на материал конструкции камеры (жаропрочный сплав на основе никеля) может производиться при помощи электрической дуги в защитном газе, также возможна наплавка аддитивным методом (лазерная наплавка).

Наиболее доступным способом является наплавка при помощи электрической дуги в защитном газе. Для этого в качестве электрода использовалась медная проволока, в качестве защитного газа – аргон. Наплавка производилась аппаратом аргонодуговой сварки. Нанесение теплопроводящего покрытия гальваническим способом осуществлялось в гальванической ванне с раствором кислот. Режимы нанесения покрытия, дополнительные мероприятия для обеспечения надежной адгезии покрытия к основе подбирались экспериментально.

Наплавка меди на жаропрочный сплав на основе никеля производилась вручную медной проволокой марки М0 при помощи постоянного тока в защитном газе аргоне. Величина тока варьировалась в пределах 15...30 А, скорость наплавки – в диапазоне 0,5...1 см<sup>2</sup>/мин в зависимости от тока. При наплавке дугой материал медной проволоки частично проникал в материал стенки макета камеры (на глубину 50–200 мкм), что предполагает эффективный контакт разнородных материалов и высокую эффективность теплоотвода от горячих участков конструкции к холодным. Однако контроль качества при ручном способе наплавки затруднен ввиду того, что медь наносится послойно с различной толщиной и процесс может сопровождаться возникновением каверн, в которых отсутствует медь. Для увеличения качества наплавки требуется автоматизация процесса.

После наплавки меди на оболочку макета камеры произведена обточка наплавленной оболочки меди на токарном станке с целью выравнивания толщины слоя по диаметру и длине макета камеры. Это необходимо для равномерного распределения тепла по конструкции. Толщина наплавленного слоя после обработки составила 2 мм без учета наплавки меди между ребрами на оболочке камеры.

После токарной обработки на поверхности медной оболочки были выявлены углубления глубиной до 0,5 мм, обусловленные неравномерностью нанесения покрытия. Указанные дефекты локализовались

преимущественно на цилиндрическом участке камеры. Наиболее теплонпряженная зона, соответствующая минимальному поперечному сечению, характеризовалась незначительной величиной данных углублений. В связи с этим было принято решение проводить испытания данного образца без дополнительной механической доработки.

При гальваническом осаждении меди использовался водный раствор следующего состава: сернокислая медь – 250 г/л, хлорная медь – 30 г/л, серная кислота – 15 г/л, нафтодисульфокислота – 10 г/л. Плотность тока составляла 1,5 А/дм<sup>2</sup>, время осаждения – 45 ч. Получено медное покрытие толщиной 1,7 мм. Для исключения контакта раствора с поверхностями конструкции, не требующими нанесения покрытия, производилось покрытие защитной изоляционной мастикой.

Для полученных макетов камер с медным покрытием, нанесенным различными способами, проводились огневые испытания. Стенд, расположенный в изолированном боксе, состоит из следующих систем и узлов: узел закрепления макета двигателя с датчиком тяги, система подачи и регулирования компонентов топлива, система продувки инертным газом, система измерения параметров испытаний (датчики, вторичные преобразователи), система управления испытаниями (включая видеонаблюдение), система сбора и обработки данных, полученных в ходе испытаний.

Ключевым параметром при проведении испытаний является максимально допустимая температура конструкции макета камеры, при которой сохраняется работоспособность макета (отсутствие деформации, следов плавления конструкционных материалов и прогаров макета камеры). Температура в камере сгорания, а следовательно, и температура ее конструкции определяется в основном расходами и соотношением компонентов топлива.

Эксперимент проводился в несколько этапов. Образец подключался к трубопроводам подачи окислителя и горючего, оснащенным пускоотсечными клапанами компонентов топлива. Задавались значения давления по линии окислителя и горючего, а также время работы системы зажигания. Производился запуск рабочей циклограммы испытаний. Массовый расход газов контролировался расходомерами. Кроме этого, контролировалось давление горючего и окислителя перед входом в макет, тяга, а также температура конструкции вблизи критического сечения. После окончания огневого испытания каждая из линий компонентов топлива продувалась газообразным азотом. После охлаждения образца испытания повторялись с использованием новых входных параметров. Входное давление компонентов топлива перед патрубками макета составляло 0,6–0,9 МПа для окислителя и 1,4–1,6 МПа для горючего. Испытания проводились на полигоне при стандартных условиях температуры и давления окружающей среды. Номинальное напряжение питания агрегата зажигания – 24 В постоянного тока.

Результаты испытаний приведены в таблице, где представлены основные полученные параметры и пересчитанные характеристики:  $p_o$  – избыточное давление окислителя на основном режиме;  $p_r$  – избыточное давление горючего на основном режиме;  $p_{кс}$  – избыточное давление в камере на основном режиме;  $G_o$  – массовый расход окислителя;  $G_r$  – массовый расход горючего;  $k_m$  – массовое соотношение компонентов топлива;  $\alpha$  – коэффициент избытка окислителя;  $t_{max}$  – максимальное значение температуры стенки камеры (район минимального сечения);  $I_{уп}$  – пустотный удельный импульс;  $I_{упт}$  – теоретическое значение пустотного удельного импульса, рассчитанное для заданного  $\alpha$ ;  $\varphi_y$  – коэффициент удельного импульса;  $\varphi_\beta$  – коэффициент расходного комплекса;  $\beta$  – расходный комплекс;  $\beta_T$  – теоретический расходный комплекс;  $P$  – тяга в земных условиях (измеренная);  $P_{п}$  – пустотная тяга, определяемая по зависимости

$$P_{п} = P + F_a p_h,$$

где  $F_a$  – площадь среза сопла;  $p_h$  – давление окружающей среды.

При испытаниях выявлено, что витые ребра и проточки позволяют более равномерно распределять медное покрытие, в свою очередь, медь на внешней поверхности макета камеры выступает в качестве теплопроводящего материала для равномерного распределения тепла по сечению и его переноса от горячих участков конструкции к более холодным.

В результате испытаний получено предельное для целостности данной конструкции макета камеры значение соотношения массовых расходов окислителя и горючего, равное 3,4.

Параметр	Номер режима				
	1	2	3	4	5
$p_o$ , МПа	8,8	8,9	7,95	7,06	5,98
$p_r$ , МПа	1,47	1,49	1,53	1,48	1,42
$p_{кс}$ , МПа	0,35	0,37	0,34	0,31	0,27
$G_o$ , г/с	17,2	17,3	15,6	14,1	12,12
$G_r$ , г/с	5,06	5,1	5,1	5,11	4,92
$k_m$	3,4	3,39	3,06	2,76	2,46
$\alpha$	0,42	0,42	0,38	0,34	0,31
$t_{max}$ , °C	293	299	287	269	188
$I_{уп}$ , м/с	3135	3220,4	3257,7	3296,1	3344,9
$I_{упт}$ , с	346,9	346,9	349,45	351,1	351,63
$\varphi_y$	0,922	0,947	0,951	0,958	0,971
$\varphi_\beta$	0,923	0,953	0,958	0,964	0,975
$\beta$ , м/с	2336	2412,2	2441	2465,6	2494,3
$\beta_T$ , с	258,3	258,3	260,1	260,9	261,07
$P$ , Н	54,68	57,04	52,33	48,22	41,9
$P_n$ , Н	69,79	72,14	67,43	63,32	57

Отметим, что способ нанесения медного покрытия практически не оказывает влияния на предельную температуру конструкции сопла и соотношение компонентов топлива в макете камеры благодаря надежному контакту меди с жаропрочным сплавом. При значениях коэффициента избытка окислителя выше 3,4 теплоотвод через медное покрытие был недостаточным, что приводило к оплавлению материала минимального сечения сопла с дальнейшим разрушением конической части и самого минимального сечения. Следует отметить, что при использовании сопла из того же материала без медного покрытия предельное значение соотношения массовых расходов окислителя и горючего не превышало 2, поэтому факт реализации предельного значения 3,4 является существенным достижением. Полученное соотношение компонентов топлива обеспечило удельный импульс на 15–20 % выше, чем в конструкции без медного покрытия. Кроме того, температура медной стенки в области минимального сечения не превышала 300–500 °C, что существенно ниже температуры плавления меди. В связи с этим для повышения рабочей температуры основного материала сопла целесообразно проводить дальнейшие исследования и эксперименты в части конфигурации и толщины медного покрытия, а также толщины основного материала сопла. Подобные исследования следует проводить с помощью предварительного численного моделирования теплового состояния конструкции и дальнейшего изготовления и испытаний макетов камеры.

Таким образом, использование теплопередающего покрытия на внешней поверхности существенно повышает эффективность и энергетические показатели макетов камер жидкостных ракетных двигателей со штыревым соплом по сравнению с конструкциями из традиционных жаропрочных сплавов. Стоимость изготовления сопла из жаропрочного сплава с медным покрытием существенно ниже стоимости сопла аналогичных параметров, выполненного из ниобиевого сплава. При этом по показателю предельной температуры конструкции сопло из жаропрочного сплава с медным покрытием незначительно уступает соплу из ниобиевого сплава. Кроме того, реализована возможность установки соотношения компонентов топлива до предельного значения 3,4.

В связи с этим сопла с нанесенным медным покрытием можно использовать для отработки смешанных головок, опытных конструкций макетов камеры ракетного двигателя со штыревым соплом, лабораторных и промышленных источников газовой струи и т. д.

Целесообразны дальнейшие исследования и эксперименты для повышения эффективности действия теплопроводящего покрытия, толщин основного материала сопла и покрытия.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (государственное задание № FENU-2024-0001).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sieder-Katzmann, J. et al. Surface Pressure Measurement of Truncated, Linear Aerospike Nozzles Utilising Secondary Injection for Aerodynamic Thrust Vectoring // Aerospace. 2024. Vol. 11. № 7. Article № 507.*

2. *Fadigati L. et al.* Advanced Aerodynamic Analysis of the Supersonic Flow Field of an Aerospike Engine // *Aerospace Science and Technology*. 2025. Iss. 158. Article № 109908.
3. *Ferlauto M. et al.* Differential Throttling and Fluidic Thrust Vectoring in a Linear Aerospike // *International Journal of Turbomachinery, Propulsion and Power*. 2021. Vol. 6. Iss. 2. Article № 8.
4. *Hassan J. et al.* A Two-Dimensional Analysis of the Flowfield and Performances of Linear Aerospikes during Differential Throttling // *Aerospace*. 2025. Vol. 12. № 3. Article № 200.
5. *Tian H. et al.* Numerical and Experimental Investigation of Throttleable Hybrid Rocket Motor with Aerospike Nozzle // *Aerospace Science and Technology*. 2020. Iss. 106. Article № 105983.
6. *Schwarzer-Fischer E. et al.* Study on CerAMufacturing of Novel Alumina Aerospike Nozzles by Lithography-Based Ceramic Vat Photopolymerization (CerAM VPP) // *Materials*. 2022. Vol. 15. № 9. Article № 3279.
7. *Fadigati L. et al.* Development and Simulation of a 3D Printed Liquid Oxygen/Liquid Natural Gas Aerospike // *Acta Astronautica*. 2024. Iss. 216. P. 105–119.
8. *Sanchez S. et al.* Powder Bed Fusion of Nickel-Based Superalloys: A Review // *International Journal of Machine Tools and Manufacture*. 2021. Iss. 165. Article № 103729.
9. *Buchholz M. et al.* Design and Test of an Additively Manufactured 500 N Aerospike Engine [Electronical Resource]. URL: [https://www.researchgate.net/publication/350957142\\_Powder\\_Bed\\_Fusion\\_of\\_nickel-based\\_superalloys\\_A\\_review](https://www.researchgate.net/publication/350957142_Powder_Bed_Fusion_of_nickel-based_superalloys_A_review) (дата обращения: 2.09.2025).
10. *Letchworth G.* X-33 Reusable Launch Vehicle Demonstrator, Spaceport and Range // *Proc. of the AIAA SPACE 2011 Conference & Exposition*, Sept. 27–29, 2011, Long Beach, USA. Article № 7314.
11. *Воробьев А.Р., Михайлов Е.А., Федоров В.Б.* Концепция силоизмерительного устройства для наземной отработки демонстраторов двигательных установок // *Изв. вузов. Авиационная техника*. 2023. № 2. С. 160–164.
12. *Коломенцев А.И., Хохлов А.Н.* Программное обеспечение для планирования и обработки результатов испытаний жидкостных ракетных двигателей малых тяг // *Изв. вузов. Авиационная техника*. 2015. № 1. С. 89–91.
13. *Buchholz M. et al.* Flow Rate Improvements in Additively Manufactured Flow Channels Suitable for Rocket Engine Application // *CEAS Space Journal*. 2023. Vol. 15. Iss. 5. P. 715–728.
14. *Gradl P. et al.* Additive Manufacturing of Liquid Rocket Engine Combustion Devices: A Summary of Process Developments and Hot-Fire Testing Results // *Proc. 54th AIAA/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference*, July 9–11, 2018, Cincinnati, USA. Article № 4625.
15. *Салич В.Л.* Численное моделирование смесеобразования и горения в камере кислородно-водородного ракетного двигателя тягой 100 Н в процессе проектирования // *CAD/CAM/CAE Observer*. 2014. № 3 (87). С. 82–88.
16. *Салич В.Л.* Численное исследование рабочего процесса в камере ракетного двигателя малой тяги на кислородно-водородном топливе // *Вычислительные методы и программирование*. 2015. № 2. С. 187–195.

Поступила в редакцию 2.10.25  
 После доработки 19.11.25  
 Принята к публикации 12.12.25

## **Development of a 3D Printed Combustion Chamber Prototype for a Liquid Rocket Engine with a Spike-Shaped Nozzle and Methods for Copper Deposition on the External Surface. Conducting the Hot-Fire Tests**

YU.E. KAPELYUSHIN, A.O. SHUL'TS, V.L. SALICH, AND E.A. MIKHAILOV  
 SUSU, Chelyabinsk

*Liquid rocket engines with spike-shaped nozzles are considered as a promising direction in the development of advanced aerospace propulsion systems. This study presents the results of an experimental investigation of an additively manufactured combustion chamber prototype. A comparative analysis of two methods for applying a thermally conductive copper coating to the external surface of the chamber was performed, namely, the arc-based deposition in an argon atmosphere and electrochemical deposition in an acidic electrolyte. The results demonstrate that the formation of a copper coating enables an increase in the allowable temperature of the hot wall. This, in turn, allows optimization of the propellant mixture ratio and results in a 15–20% increase in specific impulse compared with the initial nozzle.*

**Liquid rocket engine combustion chamber prototype, spike-shaped nozzle, additive manufacturing, copper coating, hot-fire testing**

## Технология получения нетканого полотна сверхнизкой поверхностной плотности

**П.Л. ЛЮДОГОВСКИЙ,**

канд. техн. наук,

**Н.А. СЕМИН,**

аспирант,

**Р.Р. АХМЕТШАРИПОВ,**

**А.Р. КОВТУНОВА,**

бакалавр

(КНИТУ-КАИ, Казань)

plludogovsky@kai.ru

*Разработана технология получения нетканого полотна сверхнизкой поверхностной плотности с использованием установки для распрямления углеродных волокон на основе комбинированного механико-вакуумного воздействия, включающего шахматное расположение нагревательных валов и использование вакуумных узлов распушевания, обеспечивающее равномерное раскрытие жгута, с исключением термического повреждения волокон. Достигнуты более высокая однородность распределения волокон и повышенная структурная стабильность полотна по сравнению с существующими аналогами.*

**Нетканое полотно, сверхнизкая поверхностная плотность, ровинг, распрямление волокон, вакуумное распушевание, композиционные материалы**

Приоритетным направлением совершенствования авиационно-космической техники является снижение массы конструкций при одновременном обеспечении высоких показателей прочности и эксплуатационной надежности. В данном контексте перспективным представляется использование полимерных композиционных материалов, армированных текстильными структурами, включая ткани, трикотаж и нетканые полотна. Особый научно-технический интерес вызывают нетканые материалы, что обусловлено их низкой поверхностной плотностью и потенциалом для адаптивного проектирования структуры армирующего наполнителя [1–3].

Качество и эксплуатационные свойства полимерных композиционных материалов во многом зависят от равномерности распределения волокон в армирующем слое, именно поэтому при производстве нетканых полотен актуальна задача обеспечения равномерного распрямления жгутов ровинга с минимальным повреждением волокон и снижением энергозатрат [4–6]. Традиционные технологии, основанные на пневматическом воздействии горячим воздухом, характеризуются повышенным энергопотреблением, сложностью регулирования воздушного потока и риском термического повреждения волокон.

Одним из ключевых параметров при оценке качества нетканого полотна является поверхностная плотность, которая рассчитывается по выражению

$$\omega = \frac{m}{A},$$

где  $\omega$  – поверхностная плотность, г/м<sup>2</sup>;  $m$  – масса образца, г;  $A$  – площадь образца, м<sup>2</sup>.

Кроме того, при увеличении ширины полотна возрастает вероятность образования нераспрямленных участков, что ухудшает однородность материала и снижает значения прочностных характеристик полимерных композиционных материалов. При этом остается нерешенной проблема точного контроля формы и равномерности потока, что приводит к неоднородности плотности и повреждению отдельных волокон [7, 8].

Таким образом, использование существующих технологий ограничивается повышенным энергопотреблением при использовании горячего воздуха, вероятностью термического повреждения волокон, недостаточной управляемостью процессом распрямления и неравномерностью структуры полотна, ограниченной адаптивностью оборудования к разным типам ровинга.

В работе [9] показано, что механическое или комбинированное распрямление волокон позволяет регулировать геометрию полотна. Однако при отсутствии эффективной системы распределения потока либо контроля натяжения данный метод сопряжен с риском повреждения волокон и нестабильностью технологического процесса.

В связи с этим актуальной задачей является разработка комплексного технологического решения, сочетающего преимущества механических, тепловых и пневмовакуумных методов без их характерных недостатков.

Новизна предлагаемого подхода заключается в использовании комбинированного механико-вакуумного воздействия. В отличие от существующих решений, основанных преимущественно на нагре-

том воздушном потоке, разработанная технология сочетает последовательное растяжение волокон на ведущих и ведомых валах с синхронизированным приводом, исключая проскальзывание; равномерное нагревание материала на валах, расположенных в шахматном порядке, что обеспечивает постепенное размягчение волокон; вакуумное распушевание через сотовую вставку, формирующую ламинарный поток, позволяющий контролировать форму и интенсивность воздействия на волокна.

Такое сочетание методов позволяет снизить вероятность механического и термического повреждения волокон, обеспечить равномерность распределения материала по ширине полотна и снизить энергопотребление установки.

Цель работы – создание опытного образца установки для производства нетканого полотна сверхнизкой поверхностной плотности на основе комбинированного механико-вакуумного расправления ровинга.

Задачами исследования является анализ существующих технологий расправления волокон и выявление их ограничений; проектирование и изготовление установки с комбинированными узлами растяжения, нагрева и вакуумного распушевания; оценка технологических преимуществ предложенного решения с точки зрения равномерности и энергоэффективности.

Технология изготовления нетканого полотна сверхнизкой поверхностной плотности базируется на сочетании механического растяжения волокон ровинга, их тепловой обработки и последующего вакуумного распушевания. Такое комбинированное воздействие обеспечивает равномерное раскрытие жгутов, предотвращает повреждение волокон и способствует получению материала с высокой степенью однородности.

Технологическая схема получения армирующего наполнителя из нетканого полотна сверхнизкой поверхностной плотности представлена на рис. 1.

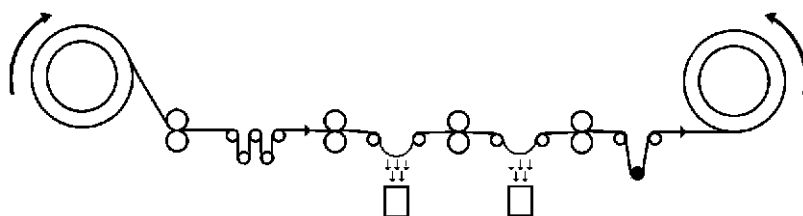


Рис. 1

Исходный материал подается с катушки и проходит через систему деформационно-растягивающих валов (рис. 2, а). На первом этапе осуществляется начальное выравнивание и распределение волокон по ширине полотна. Для предотвращения проскальзывания используется комбинация ведущего стального и ведомого резинового вала. Ведущие валы снабжены шаговыми двигателями, что обеспечивает синхронизацию скоростей и равномерность натяжения.

Следующим этапом является термическая обработка. Волокна проходят через нагревательные валы (рис. 2, б), расположенные в шахматном порядке в два уровня. Такая конфигурация обеспечивает равномерный прогрев и исключает локальный перегрев материала. Нагрев способствует снижению жесткости волокон и облегчает их последующее расправление.

После термообработки материал проходит через узлы вакуумного распушевания (рис. 3, а). В отличие от известных решений, где используется поток горячего воздуха, в предлагаемой технологии использован вакуумный отсос. Для формирования ламинарного потока используется труба с сотовой вставкой, аналогичной элементам аэродинамических труб. Такая конструкция позволяет равномерно втягивать волокна, контролировать их пространственное положение и добиваться качественного раскрытия жгута без избыточного воздействия температуры. Возможность изменения геометрических параметров трубы позволяет адаптировать установку к работе с различными типами ровингов.

Следующая стадия включает установку дополнительного растягивающего вала, который стабилизирует натяжение полотна после распушевания, а также обеспечивает окончательное выравнивание волокон. Контроль натяжения осуществляется посредством тензометрического узла (рис. 3, б): используется вал повышенной массы, положение которого отслеживается оптическим датчиком. В зависимости от положения вала система сама регулирует скорость намотки на приемную катушку. Это предотвращает образование складок или избыточного натяжения.

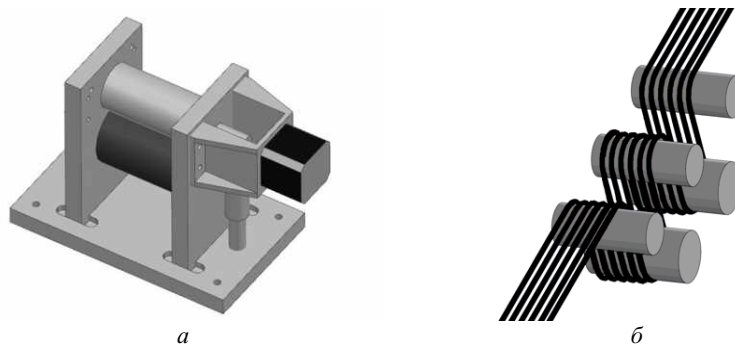


Рис. 2

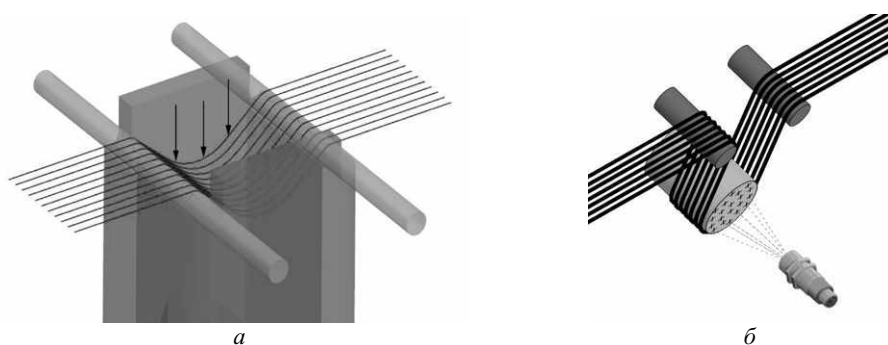


Рис. 3

Заключительным этапом является формирование готового полотна и его намотка на приемную катушку. Благодаря комплексному воздействию механического, теплового и вакуумного узлов получаемое полотно характеризуется стабильной структурой, сниженной плотностью и отсутствием дефектов, связанных с перегревом или неравномерным распределением.

Эффективность процесса расправления оценивается через коэффициент спредирования:

$$K_s = \frac{b_r}{b_n},$$

где  $b_r$  – ширина жгута после спредирования;  $b_n$  – исходная ширина жгута.

Предложенная установка решает задачу повышения качества и стабильности нетканого полотна при одновременном снижении энергозатрат. Научная и практическая значимость разработки заключается в создании адаптивной технологии, которая может быть использована для изготовления армирующих наполнителей в полимерных композиционных материалах авиационного и космического назначения.

Экспериментальная оценка подтвердила, что ключевым преимуществом разработанной установки является более высокая равномерность распределения волокон по сравнению с известными решениями, основанными исключительно на механическом растяжении или термическом воздействии горячим воздухом. Совмещение стадий растяжения, нагрева и вакуумного распушевания в одной технологической линии позволяет значительно снизить вероятность образования сгустков и нерасправленных участков, а также уменьшить поверхностную плотность готового полотна. Ключевым технологическим элементом является применение вакуумного распушевания посредством сотовой вставки, обеспечивающего ламинарный режим воздушного потока. Такой подход принципиально отличает разработанную установку от традиционных решений, где применяется турбулентный поток горячего воздуха. В результате удается исключить термическое повреждение волокон, что особенно важно для серийного производства. Кроме того, применение равномерно распределенного всасывающего потока позволило увеличить степень раскрытия жгута, что непосредственно влияет на стабильность характеристик исходного полотна.

Результаты экспериментальных испытаний подтверждают корректность функционирования разработанной установки. При различных режимах подачи и нагрева удалось сохранить стабильность полотна,

при этом система тензометрического контроля обеспечивала поддержание натяжения в пределах 2 % отклонения от заданного значения. Благодаря этому достигается высокая повторяемость эксплуатационных характеристик, что ранее являлось одной из ключевых проблем в аналогичных технологиях. Сравнительный анализ с зарубежными и российскими аналогами выявил ряд преимуществ предложенного технического решения. Разработанная установка характеризуется универсальностью по отношению к различным типам ровингов, обеспечивает повышенную равномерность распределения волокнистого материала, позволяет снизить энергопотребление за счет исключения интенсивного нагрева воздушным потоком, а также демонстрирует более высокую эксплуатационную надежность, обусловленную простотой конструкции и ее ремонтпригодностью. В отличие от аналогов, где наблюдаются проблемы перегрева и частичного разрушения волокна, в разработанной установке данные недостатки устранены за счет мягкого вакуумного воздействия и контролируемого нагрева.

Результаты работы демонстрируют перспективность применения разработанной установки для производства армирующих наполнителей полимерных композитов авиационного и космического назначения, где критически важны низкая масса, стабильность структуры и эксплуатационные свойства.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Проводящий слой молниезащитного покрытия для полимерных композитов: пат. 2764853 Рос. Федерация, № 2021114888; заявл. 26.05.2021; опубл. 21.01.2022, Бюл. № 3.
2. *Людоговский П.Л. и др.* Реализация технологии вакуумного формования в производстве тонкостенных высокотемпературных радиопрозрачных композиционных изделий // Изв. вузов. Авиационная техника. 2025. № 2. С. 173–178.
3. *Коваль А.П., Бобарика И.О.* Моделирование системы подачи связующего вещества в процессе вакуумной инфузии композитной панели // Изв. вузов. Авиационная техника. 2024. № 3. С. 197–202.
4. Установка для расправления углеродного жгута: пат. 2435877 Рос. Федерация, № 2011107129/12; заявл. 25.02.2011; опубл. 10.12.2011, Бюл. № 34.
5. Способ расправления углеродного жгута и установка для его осуществления: пат. 2462542 Рос. Федерация, № 2010152740/12; заявл. 23.12.2010; опубл. 27.09.2012, Бюл. № 27.
6. *Константинов Д.Ю. и др.* Исследование несущей способности композитных конструкций в зоне отверстия при различных схемах армирования // Изв. вузов. Авиационная техника. 2024. № 1. С. 154–163.
7. Эластичный многослойный материал и способ изготовления эластичного многослойного материала: пат. 2620747 Рос. Федерация, № 2015129703; заявл. 21.12.2012; опубл. 29.05.2017, Бюл. № 16.
8. Способ расправления некрученого волокна и установка для его осуществления: пат. 2471900 Рос. Федерация, № 2011153040/12; заявл. 26.12.2011; опубл. 10.01.2013, Бюл. № 1.
9. *Кудинов В.В., Корнеева Н.В., Крылов И.К.* Влияние компонентов на свойства полимерных композиционных материалов. М.: Наука, 2021. 134 с.

Поступила в редакцию 19.01.26

После доработки 26.01.26

Принята к публикации 30.01.26

## Technology for Manufacturing an Ultra-Low Areal Density Nonwoven Web

P.L. LYUDOGOVSII, N.A. SEMIN, R.R. AKHMETSHARIPOV,  
AND A.R. KOVTUNOVA

Tupolev Kazan National Research Technical University, Kazan

*A technology for producing an ultra-low areal density nonwoven web was developed using an installation for spreading carbon fibers based on combined mechanical-vacuum treatment, including a staggered arrangement of heating rollers and the use of vacuum garnetting units, which ensure uniform opening of the tow while eliminating thermal damage to the fibers. Improved uniformity of fiber distribution and enhanced stability of the web structure have been achieved in comparison with known analogs.*

**Nonwoven web, ultra-low areal density, roving, fiber spreading, vacuum garnetting, composite materials**

## Низкочастотный интерферометр для оценки акустических характеристик образцов звукопоглощающих конструкций при высоких уровнях звукового давления

**О.Ю. КУСТОВ**,  
канд. техн. наук,  
**И.В. ХРАМЦОВ**,  
канд. техн. наук,  
**В.В. ПАЛЬЧИКОВСКИЙ**,  
канд. техн. наук,  
**В.В. ЕРШОВ**,  
канд. техн. наук,  
**А.А. КУЗНЕЦОВ**,  
**И.А. КОРИН**  
(ПНИПУ, Пермь)  
kustovou@yandex.ru

Проведена серия сравнительных испытаний для апробации работы нового низкочастотного акустического интерферометра на четырех образцах звукопоглощающих конструкций диаметром 50 мм с сотовым наполнителем. Образцы выполнены с помощью аддитивных технологий с разными геометрическими характеристиками и разными собственными резонансными частотами. Испытания проведены в условиях нормального падения акустических волн с выходным сигналом «белый шум» в частотном диапазоне 0...6400 Гц при уровне звукового давления внутри канала интерферометра 155 дБ.

**Аэроакустика, низкочастотный интерферометр, звукопоглощающие конструкции, импеданс, резонатор с удлиненной шейкой**

Одним из способов увеличения тяги турбовентиляторных двигателей является увеличение степени двухконтурности  $m$ . Использование данного подхода приводит к увеличению диаметра двигателя и сокращению расстояния до крыла самолета, в связи с чем усиливается шум взаимодействия струи и крыла [1]. Другим следствием повышения двухконтурности является увеличение размеров лопаток вентилятора и уменьшение их оборотов. В случае двигателей с  $m > 10$  первая гармоника шума вентилятора на режимах взлета, набора высоты и посадки может излучать акустическую энергию на частоте ниже 500 Гц. При таких режимах работы уровни звукового давления могут достигать 160 дБ и более. Снижение уровня шума достигается за счет уменьшения окружной скорости вентилятора либо применения широкохордных лопаток. Для турбовентиляторных двигателей, в отличие от турбовинтовых [2], эффективным методом шумоподавления являются резонансные звукопоглощающие конструкции.

В каналах авиационных двигателей звукопоглощающие конструкции должны характеризоваться минимальными значениями толщины и массы при одновременном обеспечении требуемой стойкости к физико-механическим воздействиям. Эффективность их функционирования в низкочастотном диапазоне может быть повышена за счет конструктивного исполнения резонатора (рис. 1, а) с удлиненным тонкостенным горлышком, заглубленным в сотовый наполнитель. Разрез 3D-модели одного из исследуемых в работе образцов с удлиненным тонкостенным горлышком представлен на (рис. 1, б). Такое решение позволяет сохранить малую массу конструкции, поскольку не приводит к увеличению внутреннего объема резонатора.

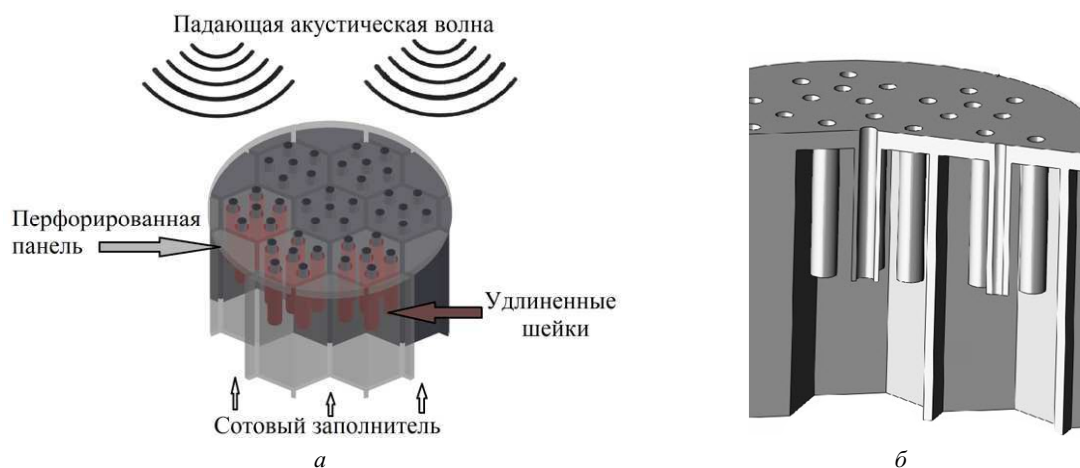


Рис. 1

Применение удлиненного горла (далее – удлиненная шейка) резонатора звукопоглощающей конструкции для управления импедансом посредством увеличения/снижения турбулентной энергии продемонстрировано во работах [3–6]. Подробный обзор серии работ, в которых рассмотрены варианты применения и эффективность удлиненной шейки, проведен в работе [7].

Как известно, увеличение уровня звукового давления на поверхности звукопоглощающих конструкций приводит к росту скорости колебаний частиц в отверстиях. В исследовании [8] было впервые зафиксировано увеличение акустического сопротивления (импеданса) с соответствующим увеличением скорости частиц в отверстии. Рост скорости колебаний увеличивает вихреобразование на кромках отверстия, а кинетическая энергия, связанная с вращением вихрей срыва, впоследствии рассеивается молекулярной вязкостью. Преобразование акустической энергии в кинетическую энергию образующихся вихрей и последующее рассеивание ее за счет вязкости является доминирующим нелинейным механизмом диссипации [9].

Новые спроектированные звукопоглощающие конструкции с помощью аддитивных технологий или промышленным способом на первом этапе целесообразно оценивать экспериментально на интерферометре с нормальным падением волн. Интерферометры позволяют быстро получить акустические характеристики при высоких уровнях звукового давления, что характерно для каналов авиационных двигателей. В данной работе проводится экспериментальное исследование определения основных акустических характеристик образцов звукопоглощающих конструкций (действительной части импеданса) с помощью метода передаточной функции [10] на интерферометре с рабочим диаметром канала  $D = 50$  мм [11]. Полученные результаты сравнивались с полуэмпирической моделью [12]. Все измерения на двух модификациях интерферометров нормального падения волн (рис. 2) проводились в частотном диапазоне 0...6400 Гц при генерации сигнала «белый шум» и уровне звукового давления 155 дБ с использованием аппаратуры фирмы Briel & Кjaer (Дания). Базовая конструкция интерферометра (рис. 2, а) имеет меньший рабочий диапазон в зоне низких частот, в сравнении с новой модификацией для низкочастотных измерений. В новой модификации интерферометра (рис. 2, б) реализованы многоканальные измерения (15 микрофонов Туре 4944 (Briel & Кjaer)) для подбора пары максимально отдаленных друг от друга микрофонов, эффективно улавливающих низкие частоты.

Согласно исследованию [13] нижний частотный предел для импедансной трубы с внутренним диаметром  $D = 50$  мм до частоты отсечки первой моды при расстоянии между образцом и ближним микрофоном у динамика  $L = 157$  мм позволяет проводить измерения в диапазоне примерно 150...200 Гц (рис. 3, а). На рис. 3, б показан разрез внутренней части интерферометра, где  $P_+$  – давление падающей акустической волны на образец звукопоглощающей конструкции;  $P_-$  – давление отраженной волны от образца при отсутствии потока ( $M = 0$ ).

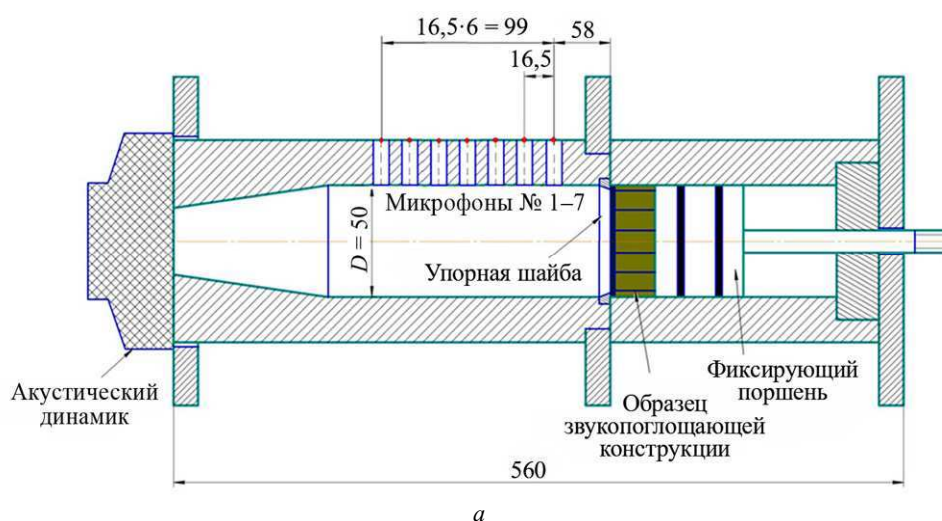
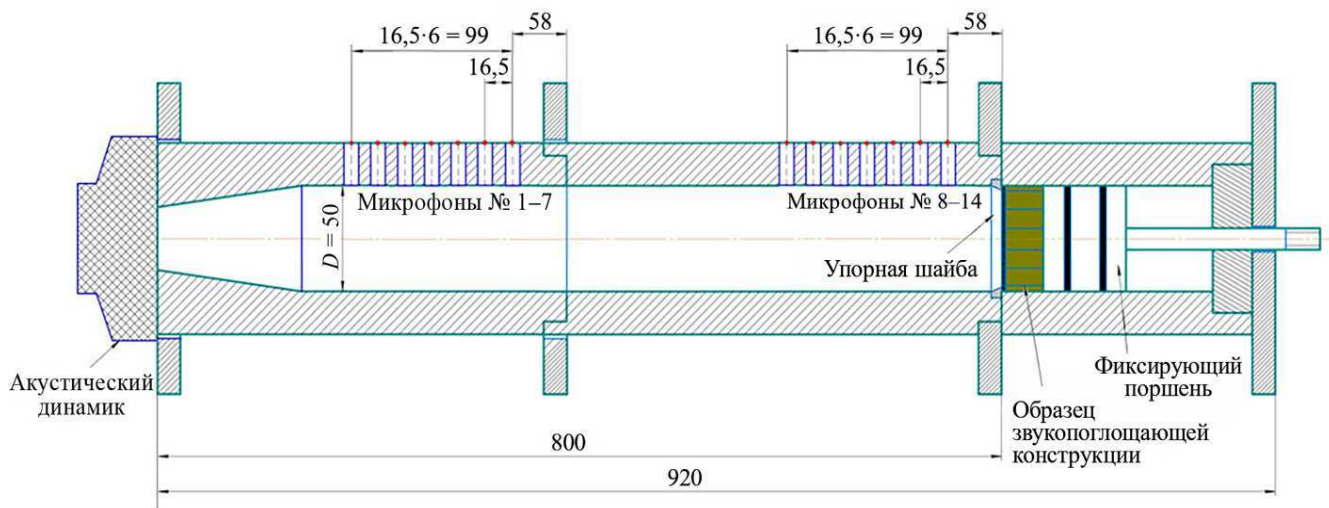
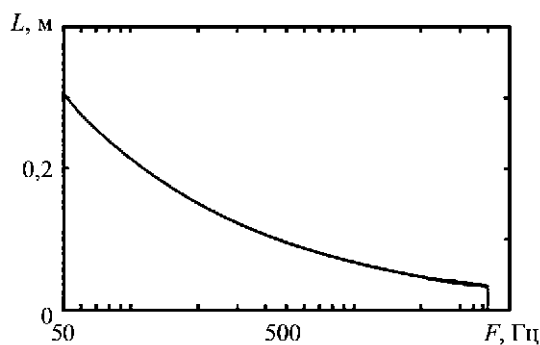


Рис. 2 (Начало)

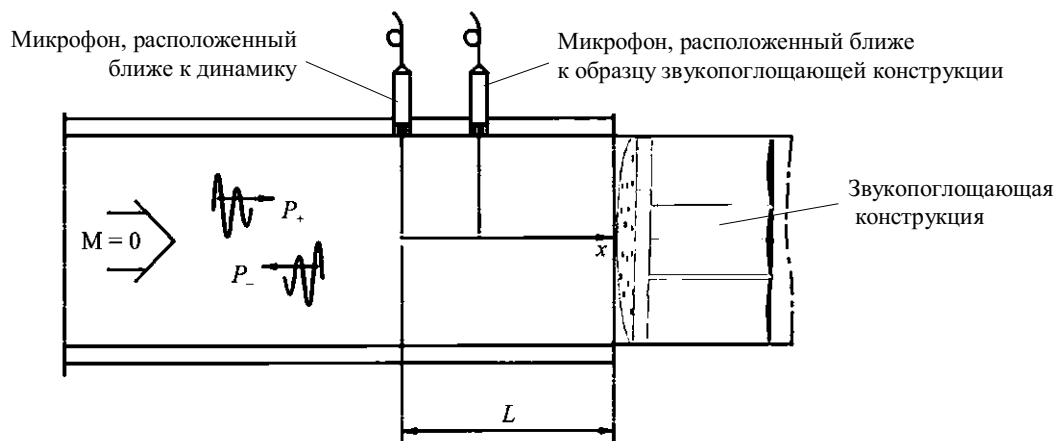


б

Рис. 2 (Окончание)



а



б

Рис. 3

При обработке результатов измерений методом передаточной функции на новой модификации использовались микрофон № 14, расположенный у образца (см. рис. 3), и микрофон № 12, а также пары с увеличенным межмикрофонным расстоянием – № 14 и 9, № 14 и 10, № 14 и 11.

Использование пар микрофонов с увеличенным межмикрофонным расстоянием позволило получить качественные результаты на низких частотах, особенно в случае образцов с удлиненной шейкой. Отметим, что измерения с большим количеством микрофонов проводились ранее [14], а первые резуль-

таты низкочастотных измерений на базовой модификации установки «интерферометр с диаметром 50 мм» получены в работе [15].

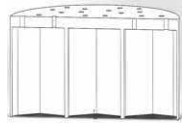



Резонансная частота геометрии каждого образца звукопоглощающей конструкции с целью последующей оценки работоспособности низкочастотного интерферометра в разном частотном диапазоне определялась по формуле

$$f_0 = \frac{c}{2\pi} \frac{g}{\sqrt{L \left( l + l_i + l_e + L \frac{g^2}{3} \right)}}$$

где  $g = \sqrt{S_0/S}$ ;  $S_0$  – суммарная площадь отверстий, м<sup>2</sup>;  $S$  – площадь поперечного сечения образца, м<sup>2</sup>;  $L$  – высота резонатора, м;  $l$  – высота шейки, м;  $l_i, l_e$  – полуэмпирические поправки, м [7].

Для проведения экспериментальных исследований были напечатаны образцы диаметром  $D$  из ABS-пластика с различным процентом перфорации  $F$ , диаметрами отверстий  $d$ , высотой сотового заполнителя  $H$  и длиной шейки  $l_0$ .

Характеристики представлены в таблице.

Номер образца	Модель образца	Геометрические параметры					
		$H$ , мм	$d$ , мм	$l_0$ , мм	$D$ , мм	$F$ , %	$f_0$ , Гц [12]
1		14	1,5	2	50	3,3	1630
2		30	2	17	50	7,0	738
3		60	2	28	50	5,8	368
4		60	1,2	27	50	2,0	155

Образец № 1 без удлиненной шейки рассматривается как стандартный, базовый, а остальные три образца – с удлиненной шейкой. Использование удлиненной шейки позволило сместить резонансные частоты образцов в область низких частот без существенного увеличения объема сотового заполнителя.

На первом этапе исследования проанализирован изученный ранее стандартный образец звукопоглощающей конструкции (образец № 1) при уровне звукового давления 140 дБ (рис. 4, а) [15]. При сравнении результатов численного моделирования [16] с результатами измерений на двух модификациях интерферометра со стандартным расположением микрофонов выявлено хорошее согласование результатов как по действительной (рис. 4, б), так и по мнимой (рис. 4, в) части импеданса.

Результаты измерений при 155 дБ для двух модификаций интерферометра, полуэмпирической модели и пары микрофонов с увеличенным расстоянием между ними представлены на рис. 5, 6. Наблюдаемые расхождения проявляются как на действительной (рис. 5, б, а), так и на мнимой части (рис. 5, б, б)

импеданса. Небольшое снижение кривой на высоких частотах при увеличенном расстоянии (рис. 5, 6, б) указывает на искажение данных после 2500 Гц.

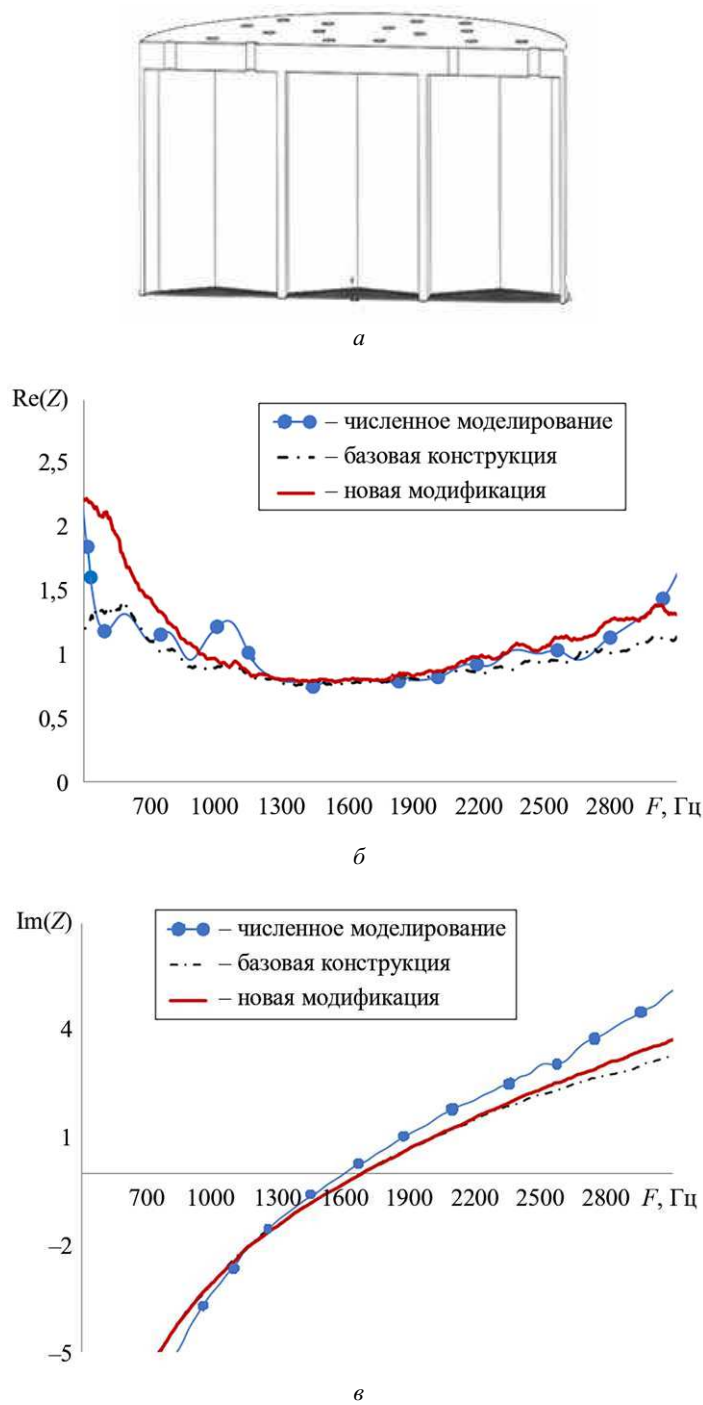
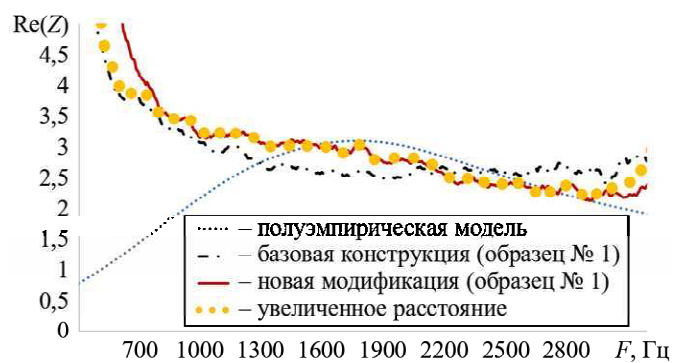
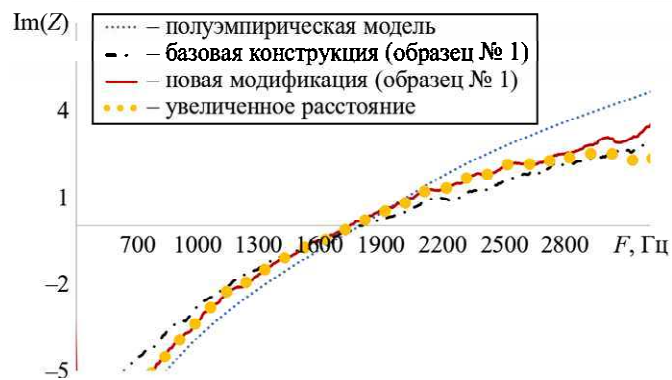


Рис. 4

Влияние увеличенного расстояния заметно в области 400...800 Гц, но затем наблюдается полное повторение импедансной кривой для новой модификации до 3000 Гц. При комбинировании результатов новой модификации интерферометра (микрофоны № 14, 12) и результатов для пары микрофонов с увеличенным расстоянием между ними получена кривая, максимально близкая к кривой полуэмпирической модели в резонансной области (см. рис. 6). Частоты до 1500 Гц – это измерения при увеличенном расстоянии, а все частоты выше получены методом передаточной функции с помощью интерферометра новой модификации. Далее с понижением резонансной частоты образцов результаты будут улучшаться.

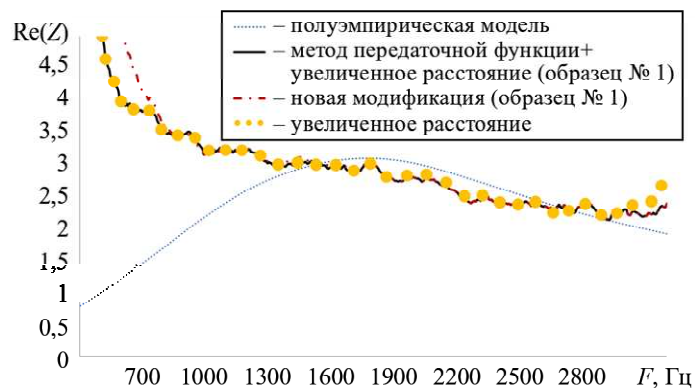


а

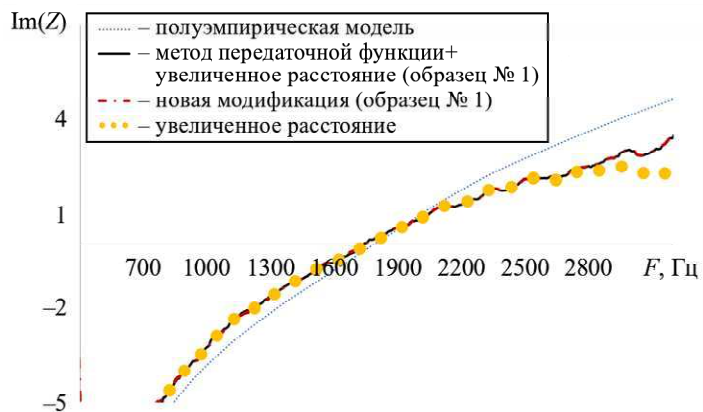


б

Рис. 5



а



б

Рис. 6

На втором этапе рассмотрены низкочастотные образцы с удлиненной шейкой. Для образца № 2 (рис. 7, 8) расхождение между модификациями интерферометров заметнее, особенно на значениях для действительной части импеданса  $\text{Re}(Z)$  (рис. 7, 8, *a*). Для образцов № 3, 4 с более удлиненной шейкой расхождение результатов на низких частотах увеличивается (рис. 9, 11, *a*). На мнимой части импеданса у всех образцов (рис. 7–10, *б*) расхождения в результатах минимальны, у образца № 4 (рис. 11, 12, *б*) разброс значений на нижних частотах обусловлен пределом измерений импедансной трубы, описанным ранее.

Новая модификация, реализованная по схеме «метод передаточной функции в сочетании с использованием пары микрофонов с увеличенным межмикрофонным расстоянием» (рис. 8, 10, 12, *a*), обеспечивает приближение результатов измерений действительной части импеданса к данным полуэмпирической модели для всех образцов.

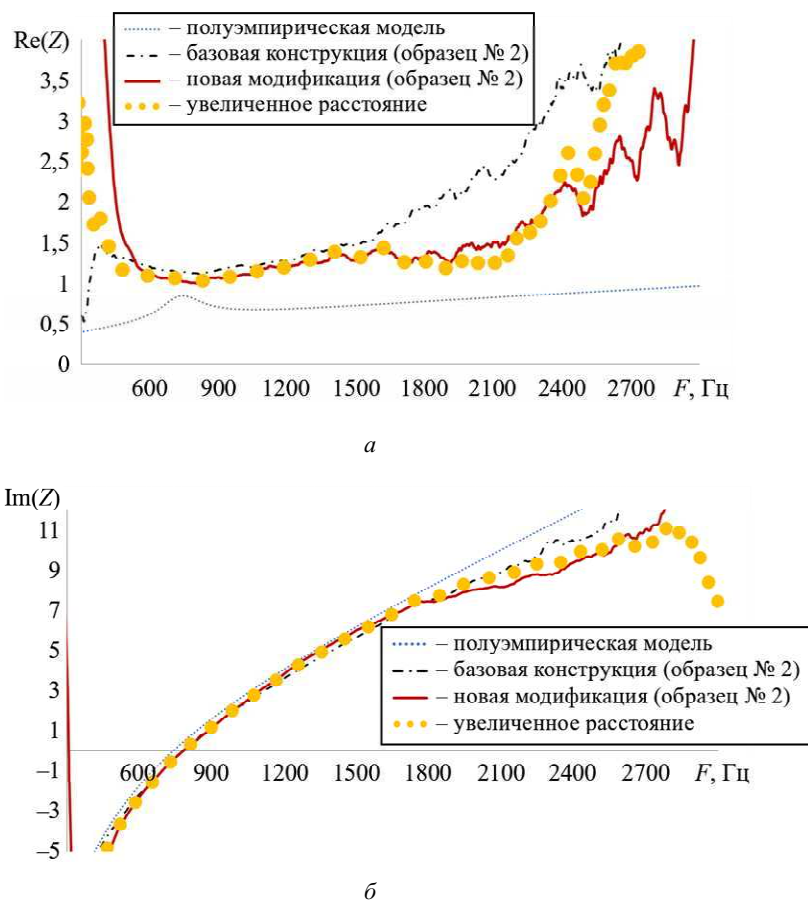


Рис. 7

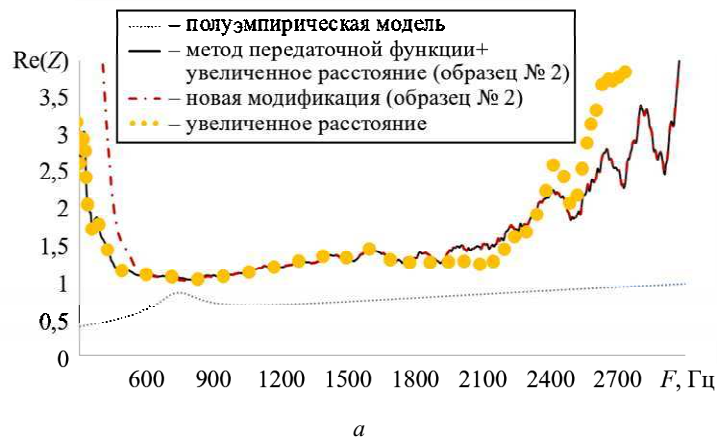
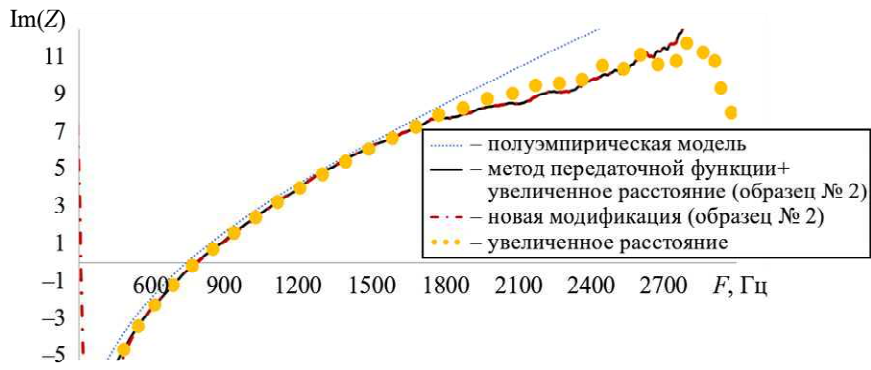
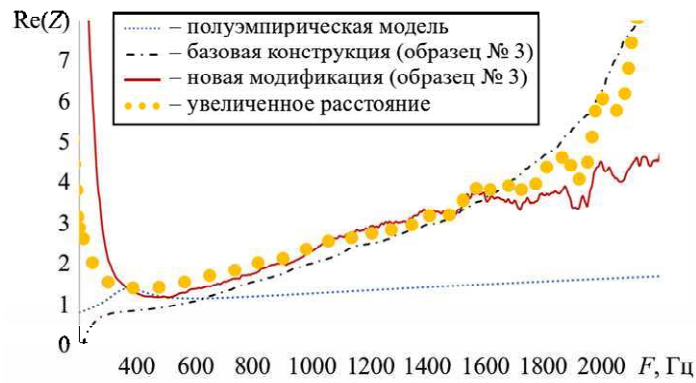


Рис. 8 (Начало)

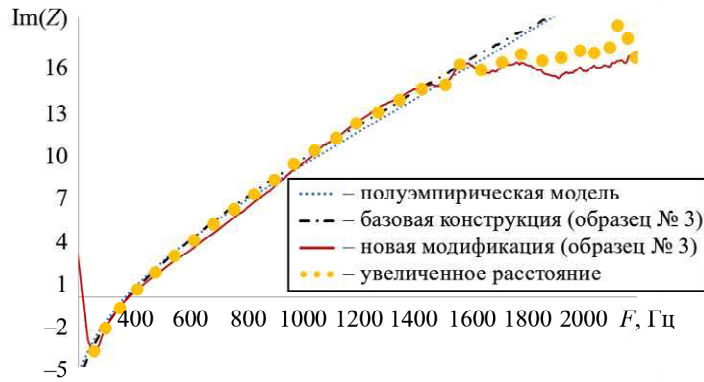


б

Рис. 8 (Окончание)

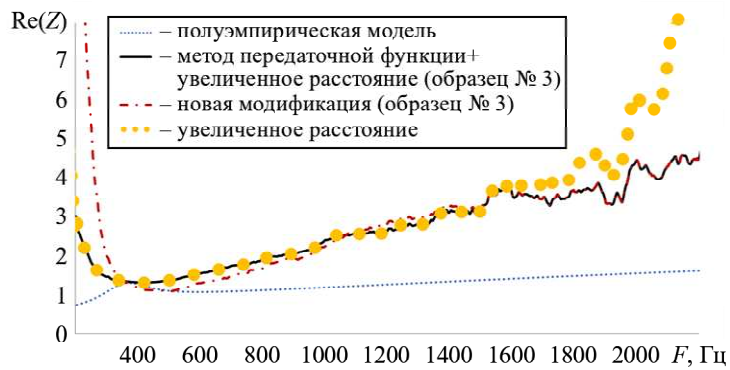


а



б

Рис. 9



а

Рис. 10 (Начало)

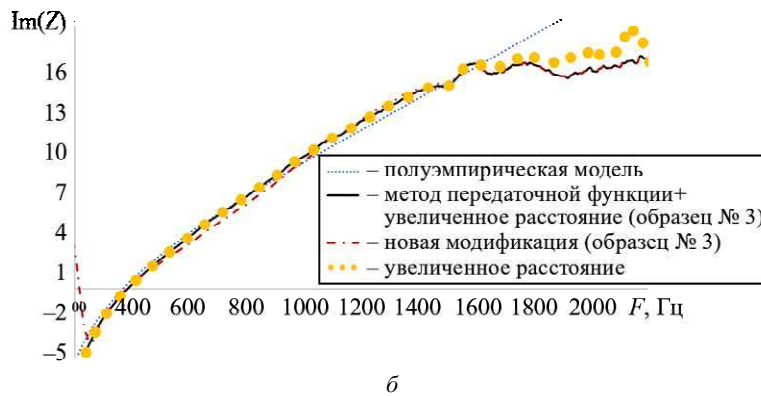
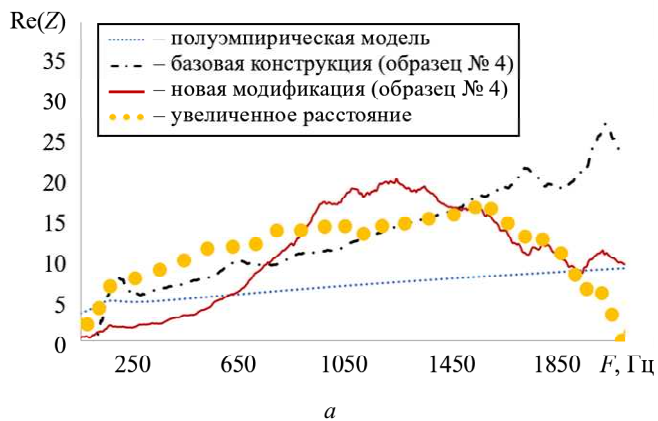
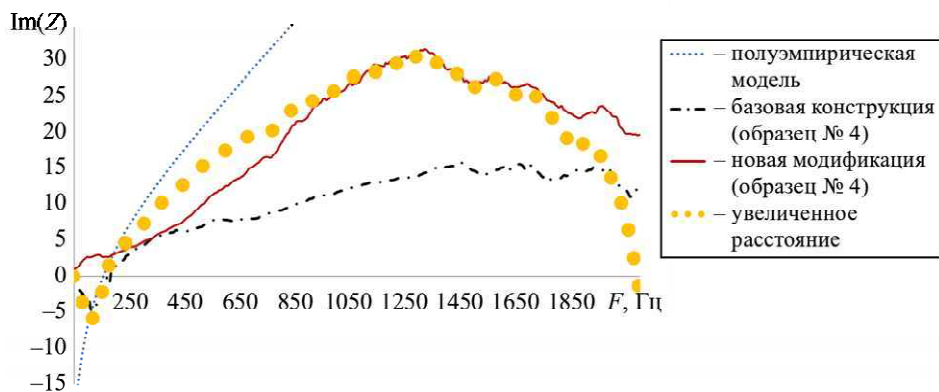


Рис. 10 (Окончание)

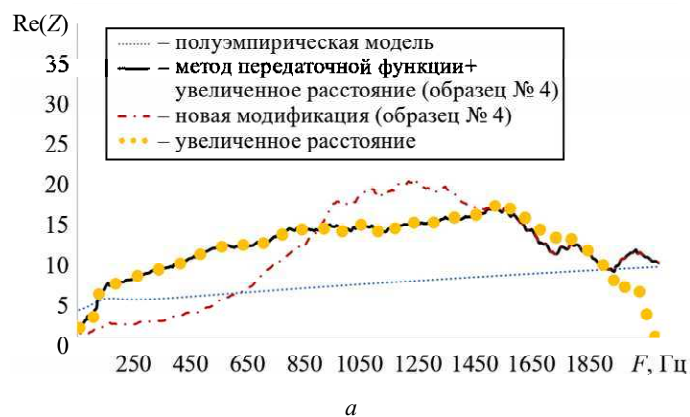


$a$



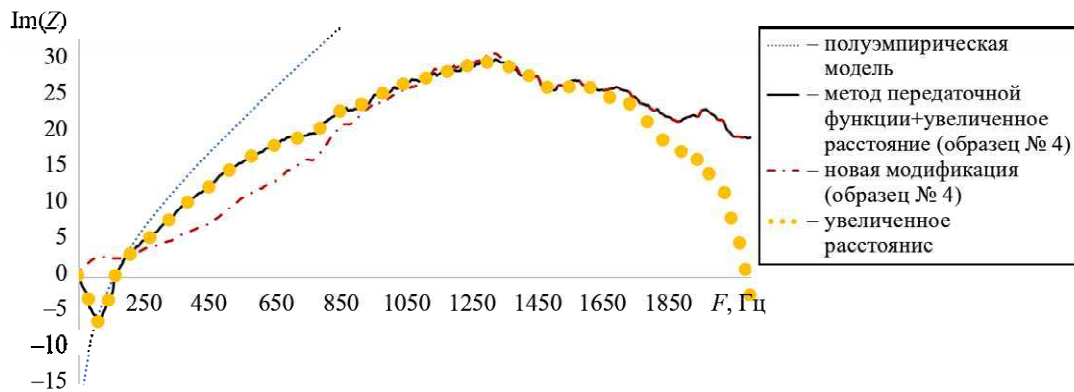
$b$

Рис. 11



$a$

Рис. 12 (Начало)



б

Рис. 12 (Окончание)

Результаты, полученные с использованием полуэмпирической модели [12], демонстрируют минимальное расхождение с экспериментальными данными в области резонансных частот. Следует отметить, что снижение уровней в низкочастотной области у образцов № 3, 4 в диапазоне 50...400 Гц также обусловлено особенностями амплитудно-частотной характеристики высокочастотного драйвера. Уровень звукового давления (SPL) низких частот на поверхности образцов при эксперименте ниже, чем усиливает и генерирует аппаратура. Частотные характеристики используемой модели динамика JBL 2451H в зависимости от SPL представлены на рис. 13 [17].

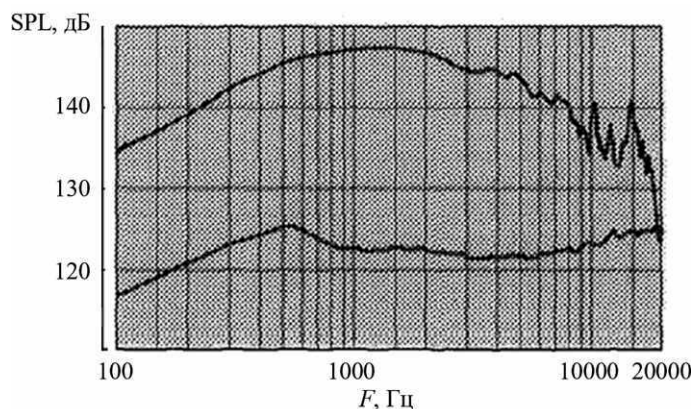


Рис. 13

На основе полученных данных при измерениях на удлиненном низкочастотном интерферометре и высоких уровнях звукового давления можно сделать следующие выводы.

Увеличение длины импедансной трубы в новой модификации оказывает незначительное влияние на результаты измерений для образцов звукопоглощающих конструкций с резонансными частотами, превышающими 1 кГц.

Анализ полученных распределений импеданса по частоте показал, что модифицированный вариант интерферометра обеспечивает результаты, сопоставимые с данными, полученными на базовой конструкции интерферометра для образцов с собственными частотами выше 700 Гц. В случае низкочастотных образцов звукопоглощающих конструкций наблюдается некоторое расхождение между результатами, полученными на новой и прежней версиях интерферометра, при этом данные модифицированной установки демонстрируют лучшее согласование с расчетами по полуэмпирической модели.

Установлено, что чем больше расстояние между микрофонами, тем выше точность низкочастотных измерений. Рекомендуется, чтобы расстояние между микрофонами превышало 1 %, но не более 5 % от длины волны нижней интересующей частоты (резонансной частоты исследуемого образца) [15, 18].

Новая модификация интерферометра в удлиненном исполнении позволяет измерять образцы, полученные методом передаточной функции, в диапазоне 200... 4000 Гц. Подход, основанный на применении метода передаточной функции в сочетании с использованием пары микрофонов с увеличенным межмикрофонным расстоянием, обеспечивает возможность проведения измерений в частотном диапазоне 50...4000 Гц.

Для уменьшения снижения уровней кривых в низкочастотной области (до 400 Гц), по-видимому, целесообразно дополнительно проводить измерения с использованием тональных сигналов, обеспечивающих повышение уровня звукового давления в данном диапазоне частот, а также применять высокочастотный драйвер с равномерной амплитудно-частотной характеристикой в области низких частот.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-72-00037, <https://rscf.ru/project/24-72-00037/>.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Храпцов И.В. и др. Снижение шума струи при наличии близкорасположенной пластины // Изв. вузов. Авиационная техника. 2024. № 2. С. 96–103.
2. Мошков П.А., Самохин В.Ф., Яковлев А.А. Проблемы снижения шума, создаваемого на местности самолетами с турбовинтовентиляторными двигателями // Изв. вузов. Авиационная техника. 2018. № 4. С. 126–128.
3. Zhongjian Mei et al. Broadband Sound Absorption Based on Impedance Decoupling and Modulation Mechanisms // Journal of the Acoustical Society of America. 2023. Vol. 154. № 5. P. 3479–3486.
4. Яковец М.А., Ипатов М.С., Лаврухина М.П. Экспериментальное исследование низкочастотных звукопоглощающих конструкций // Акустика среды обитания: Сб. тр. 6-й Всерос. конф. молодых ученых и специалистов, г. Москва, 21 мая 2021. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2021. С. 299–305.
5. Selamat A., Lee I. Helmholtz Resonator with Extended Neck // Journal of the Acoustical Society of America. 2003. Vol. 113. Iss. 4. P. 1975–1985.
6. Yang C. et al. Low Frequency Duct Noise Control Using Extended Tube Liners // Proc. of the AIAA Aviation Forum, June 15–19, 2020, Virtual Event. AIAA Paper № 2020-2615.
7. Кустов О.Ю., Храпцов И.В., Кузнецов А.А. Оценка акустических характеристик низкочастотных образцов звукопоглощающих конструкций с разной геометрией отверстий методом передаточной функции при высоких уровнях звукового давления // Изв. вузов. Авиационная техника. 2025. № 1. С. 147–160.
8. Sivian L.J. Acoustic Impedance of Small Orifices // Journal of the Acoustical Society of America. 1935. Vol. 7. Iss. 2. P. 94–101.
9. Ji C. et al. Parametric Measurements of the Effect of in-Duct Orifice Edge Shape on Its Noise Damping Performance // Journal of Sound and Vibration. 2016. Vol. 384. P. 130–145.
10. Chung J.Y., Blaser D.A. Transfer Function Method of Measuring in-Duct Acoustic Properties. I. Theory // Journal of Acoustical Society of America. 1980. Vol. 68. Iss. 3. P. 907–913.
11. Пальчиковский В.В. и др. Исследование акустических характеристик образцов звукопоглощающих конструкций в интерферометрах с разным диаметром поперечного сечения канала // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. 2017. № 51. С. 62–73.
12. Соболев А.Ф. Полуэмпирическая теория однослойных сотовых звукопоглощающих конструкций с лицевой перфорированной панелью // Акустический журнал. 2007. № 6. С. 861–872.
13. Bodén H., Abom M. Influence of Errors on the Two-Microphone Method for Measuring Acoustic Properties in Ducts // Journal of the Acoustical Society of America. 1986. Vol. 79. Iss. 2. P. 541–549.
14. Корин И.А. и др. Оценка азимутальной однородности акустических характеристик звукопоглощающей облицовки авиационного двигателя // Изв. вузов. Авиационная техника. 2020. № 1. С. 83–87.
15. Кустов О.Ю. и др. О возможности низкочастотных измерений в интерферометре при высоких уровнях звукового давления // Акустика среды обитания: Материалы 10-й Всерос. конф. молодых ученых и специалистов, г. Москва, 29–30 мая 2025. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2025. С. 231–239.
16. Храпцов И.В., Пальчиковский В.В., Кустов О.Ю. Расчетно-экспериментальное исследование импеданса образцов ЗПК методом Дина в интерферометре с нормальным падением звуковых волн // Сб. тр. 34-й сессии Российского акустического общества. М.: ГЕОС, 2022. С. 606–612.
17. JBL 2451H Compression Driver [Electronical Resource]. URL: <https://www.toutlehautparleur.com/media/catalog/product/datasheet/jbl/2451H-8.pdf> (дата обращения: 19.10.2025).

18. *Đuriš R., Labašová E.* The Design of an Impedance Tube and Testing of Sound Absorption Coefficient of Selected Materials // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2021.Vol. 1050. Article № 012003.

Поступила в редакцию 19.11.25

После доработки 21.11.25

Принята к публикации 1.12.25

## Low-Frequency Interferometer for Estimation of Acoustic Performance of Liner Samples at High Sound Pressure Levels

O.YU. KUSTOV, I.V. KHRAMTSOV, V.V. PAL'CHIKOVSKII,  
V.V. ERSHOV, A.A. KUZNETSOV, AND I.A. KORIN

PNRPU, Perm

*To validate the operation of a new low-frequency acoustic interferometer, a series of comparative tests was carried out on four acoustic liner samples with a diameter of 50 mm and a honeycomb core. The samples were manufactured using additive technologies with different geometric characteristics and different natural resonant frequencies. The tests were carried out under conditions of normal incidence of acoustic waves with a "white noise" output signal in the frequency range 0...6400 Hz at a sound pressure level inside the interferometer duct of 155 dB.*

**Aeroacoustics, low-frequency interferometer, acoustic liners, impedance, resonator with extended neck**

## Оптимизация расположения развязывающих конденсаторов на печатной плате электронного средства для обеспечения вибрационной стойкости

**П.А. МАКЕЕВ,**  
канд. техн. наук,  
**С.Ф. ЧЕРМОШЕНЦЕВ,**  
д-р техн. наук  
(КНИТУ-КАИ, Казань)  
pragramer@yandex.ru

*Разработан критерий вибрационной стойкости для решения задачи автоматизированного размещения элементов на печатной плате электронного средства летательного аппарата. Проведено математическое моделирование вибрационной стойкости для конкретного размещения развязывающих конденсаторов на печатной плате. Проведен сравнительный анализ результатов автоматизированного размещения развязывающих конденсаторов на печатной плате с применением критерия вибрационной стойкости и без него.*

**Вибрационная стойкость, электромагнитная совместимость, печатная плата, развязывающий конденсатор, электронное средство, генетический алгоритм**

Современные летательные аппараты характеризуются воздействием значительных вибрационных нагрузок в частотном диапазоне 10 Гц...2 кГц. При этом в области низких частот наблюдается повышенный уровень вибрационной энергии, что обусловлено влиянием работы двигателей, винтов и пропеллеров. Для беспилотных летательных аппаратов данная ситуация усложняется вследствие их малых габаритных размеров, что приводит к более сложной вибрационной обстановке.

Таким образом, задача обеспечения надежности электронных средств, применяемых на летательных аппаратах, является актуальной. Одновременно на устройства летательных аппаратов накладываются ограничения по габаритным размерам, массе и вычислительным ресурсам. В связи с этим возникает необходимость комплексного решения задачи автоматизированного размещения элементов на печатной плате с учетом требований тепловой и электромагнитной совместимости, а также обеспечения вибрационной стойкости устройства [1–4].

Технология автоматизированного проектирования печатных плат электронных средств включает следующие основные этапы: компоновка и размещение элементов на печатной плате, трассировка межсоединений на печатной плате, математическое моделирование разработанной печатной платы с целью верификации полученного решения. В рамках данной работы рассматривается этап автоматизированного размещения элементов на печатной плате электронных средств. В работах [5, 6] рассмотрены варианты решения проблем тепловой и электромагнитной совместимости при размещении элементов на гибко-жесткие печатные платы электронных средств. Однако не учитывается их вибрационной стойкость, что является актуальным требованием при проектировании устройств для летательных аппаратов.

В данной работе рассматривается процедура автоматизированного размещения развязывающих конденсаторов на печатной плате электронных средств, обеспечивающего электромагнитную совместимость и вибрационную стойкость. Так как на этапе размещения элементов на печатной плате отсутствует трассировка межсоединений, влияние вибрации на качество передаваемого сигнала не учитывается.

Целью данной работы является оптимизация расположения развязывающих конденсаторов на печатной плате электронных средств, что обеспечивает вибрационную стойкость устройства. Для достижения поставленной цели предлагается применение генетического алгоритма и специализированных критериев тепловой совместимости, электромагнитной совместимости и вибрационной стойкости.

В работах [5, 6] разработана методика автоматизированного размещения элементов на печатной плате электронных средств, в рамках которой размещение элементов осуществляется в два этапа.

На первом этапе осуществляется размещение укрупненных блоков активного и пассивных элементов – суперэлемента. Размещение суперэлемента происходит с учетом критериев тепловой совместимости и минимума суммарно взвешенной длины.

Целевая функция данного этапа имеет следующий вид:

$$F_{SEI} = (k_t F'_{\text{termo}} + k_s F'_{\text{sum}}) \rightarrow \max ,$$

где  $F_{SEI}$  – целевая функция для размещения суперэлементов;  $k_t, k_s$  – весовые коэффициенты для критерия тепловой совместимости и критерия минимума суммарно взвешенной длины;  $F'_{termo}, F'_{sum}$  – нормализованные критерии качества. Данные критерии качества детально рассмотрены в работе [6].

На следующем этапе производится размещение элементов внутри суперэлемента, тем самым обеспечивается связанность активного элемента и необходимых для его функционирования пассивных элементов с малым количеством связей. Размещение на данном этапе выполняется с учетом критериев электромагнитной совместимости и минимума суммарно взвешенной длины. В качестве критерия электромагнитной совместимости применяется минимизация входного импеданса цепи питания. На этапе автоматизированного размещения элементов на печатной плате отсутствует топология межсоединений. В связи с этим анализ классических проблем электромагнитной совместимости (перекрестные помехи, искажения сигналов, задержки) невозможен. Однако вследствие некачественного размещения развязывающих конденсаторов возникают проблемы, связанные с целостностью питания печатной платы, что, в свою очередь, является одной из составляющих электромагнитной совместимости электронных средств. Таким образом, размещение элементов на печатной плате на втором этапе методики осуществляется по следующему требованию:

$$F_{EI} = (k_{EMC} F'_{EMC} + k_s F'_{sum}) \rightarrow \max ,$$

где  $F_{EI}$  – целевая функция для размещения элементов внутри суперэлемента;  $k_{EMC}$  – весовой коэффициент для критерия электромагнитной совместимости;  $F'_{EMC}$  – нормализованный критерий электромагнитной совместимости. Данные критерии качества детально рассмотрены в работе [6].

Недостатком рассмотренной методики является отсутствие возможности учета вибрационной стойкости печатной платы, что актуально при разработке печатной платы для летательных аппаратов. Таким образом, для применения данной методики при разработке печатной платы летательных аппаратов необходимо разработать и дополнить ее критерием вибрационной стойкости.

Учет вибрационной стойкости печатной платы электронных средств возможен аналитическим расчетом или с помощью сложного компьютерного моделирования, например, методом конечных элементов. В рамках данной работы требуется критерий, позволяющий осуществить проектную оценку размещения элементов на печатной плате электронных средств за минимальное время. В связи с этим применение метода конечных элементов не представляется целесообразным, поскольку его реализация сопряжена с существенными временными затратами. Может быть использован один из аналитических методов – метод Рэлея [7–10]. Суть метода заключается в том, что собственная частота системы определяется соотношением ее жесткости и массы. Увеличение массы приводит к снижению частоты собственных колебаний. При этом степень уменьшения вибраций зависит от места приложения добавочной массы: наибольшее влияние достигается при ее размещении в зонах с максимальной амплитудой колебаний.

Таким образом, частота собственных вибраций печатной платы электронных средств при размещении очередного элемента  $f_{new}$  может быть вычислена по следующему выражению:

$$f_{new} = f_0 \sqrt{\frac{m_{pcb}}{m_{pcb} + \sum \left( m_i \left( \frac{A_i}{A_{max}} \right)^2 \right)}}$$

где  $f_0$  – исходная собственная частота пустой печатной платы;  $m_{pcb}$  – масса пустой печатной платы;  $m_i$  – масса  $i$ -го добавленного элемента;  $A_i$  – амплитуда колебаний в точке размещения  $i$ -го элемента;  $A_{max}$  – максимальная амплитуда колебаний.

Влияние добавленной массы элемента пропорционально квадрату отношения амплитуды колебаний в точке ее размещения к максимальной амплитуде. В случае размещения элемента в точке крепления ( $A_i = 0$ ) его влияние на частоту колебаний пренебрежимо мало. Напротив, при размещении элемента на максимальном удалении от точек крепления ( $A_i = A_{max}$ ) его влияние на частоту колебаний является максимальным.

В рамках данной работы на основе применения метода Рэлея был введен дополнительный проектный параметр – коэффициент вибрационной устойчивости печатной платы электронных средств  $k_{\text{vibro}}$ . На этапе ввода исходных данных в программу необходимо произвести фрагментацию монтажной плоскости печатной платы (рис. 1).

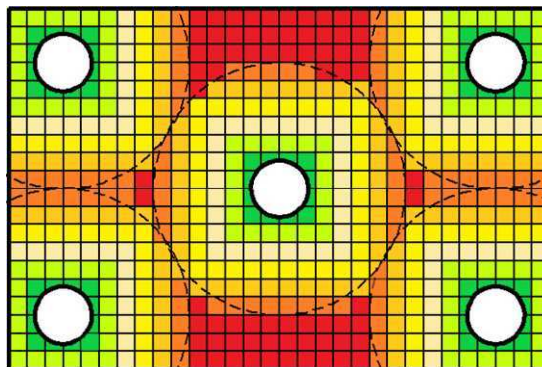


Рис. 1

Таким образом, чем меньше расстояние от элемента до крепежного отверстия (в данном месте собственные вибрации печатной платы минимальны), тем коэффициент  $k_{\text{vibro}}$  будет меньше.

Зная массу элементов, подлежащих размещению на печатной плате, можно сформулировать критерий вибрационной стойкости следующим образом:

$$F_{\text{vibro}} = \sum_{i=1}^n m_i k_{\text{vibro}(x_i, y_i)} \rightarrow \min ,$$

где  $m_i$  – масса  $i$ -го элемента, г;  $k_{\text{vibro}(x_i, y_i)}$  – коэффициент вибрационной стойкости в точке размещения  $i$ -го элемента с координатами  $(x_i, y_i)$ ;  $n$  – количество элементов, подлежащих размещению.

Учет данного критерия в связке с критериями тепловой и электромагнитной совместимости возможен при его нормализации. Для нормализации применяется линейная свертка критериев:

$$F'_{\text{vibro}} = \frac{F_{\text{vibro max}} - F_{\text{vibro}}}{F_{\text{vibro max}}} \rightarrow \max ,$$

где  $F'_{\text{vibro}}$  – нормализованный критерий вибрационной стойкости;  $F_{\text{vibro max}}$  – максимальное значение критерия вибрационной стойкости;  $F_{\text{vibro}}$  – нормализуемый критерий вибрационной стойкости.

Таким образом, элементы с наибольшей массой будут стремиться к размещению вблизи крепежных отверстий, что способствует минимизации собственных вибраций печатной платы и, как следствие, повышению вибрационной стойкости устройства.

Произведем дополнение целевой функции критерием вибрационной стойкости для первого и второго уровня методики [5].

Так, для первого уровня методики целевая функция примет вид

$$F_{\text{SEI}} = (k_v F'_{\text{vibro}} + k_t F'_{\text{termo}} + k_s F'_{\text{sum}}) \rightarrow \max ,$$

где  $k_v$  – весовой коэффициент для критерия вибрационной стойкости.

Целевая функция для второго уровня методики:

$$F_{\text{EI}} = (k_v F'_{\text{vibro}} + k_{\text{EMC}} F'_{\text{EMC}} + k_s F'_{\text{sum}}) \rightarrow \max .$$

Таким образом, на первом уровне методики вычисляется общая масса всех элементов, принадлежащих суперэлементу, и производится размещение суперэлементов с учетом трех критериев качества.

На втором уровне методики производится размещение элементов внутри суперэлемента, также на основании трех критериев качества.

С целью подтверждения эффективности предлагаемого подхода к повышению вибрационной стойкости электронных средств проведена апробация разработанной методики на практическом примере. В качестве исследуемого объекта выбрано процессорное устройство.

Внешний вид процессорного устройства с фиксированными элементами приведен на рис. 2.

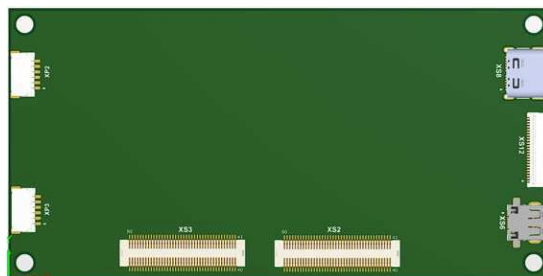
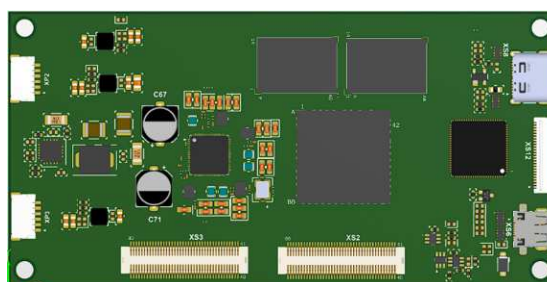


Рис. 2

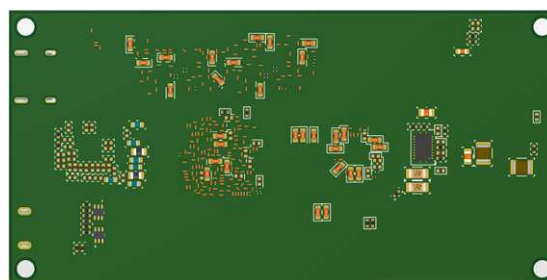
Габаритные размеры процессорного устройства – 100×50 мм. Крепежные отверстия диаметром 3,2 мм расположены на расстоянии 3 мм от края печатной платы. Многослойная печатная плата имеет десять проводящих слоев и общую толщину 1,6 мм. Данное устройство включает микросхемы процессора, память стандарта DDR4, микросхему аналого-цифрового преобразователя, источники вторичного питания, интерфейсы передачи данных стандарта HDMI, MIPI, PCIe, USB 3.2.

Так как целью данного исследования является апробация и подтверждение эффективности применения вибрационного критерия качества, произведено размещение элементов на печатной плате согласно методике [5] и модифицированной методике с учетом вибрационного критерия качества. Влияние весовых коэффициентов на качество получаемого решения в рамках данного исследования не рассматривалось. В связи с этим для первого варианта решения задачи размещения элементов на печатной плате их значения принимались равными 0,5, тогда как при учете вибрационного критерия – 0,33, что соответствует равнозначности каждого критерия при выборе расположения очередного элемента.

Результат размещения элементов на печатной плате в случае методики без учета вибрационного критерия приведен на рис. 3, с учетом данного критерия – на рис. 4: *а* – лицевая сторона печатной платы; *б* – обратная сторона печатной платы.

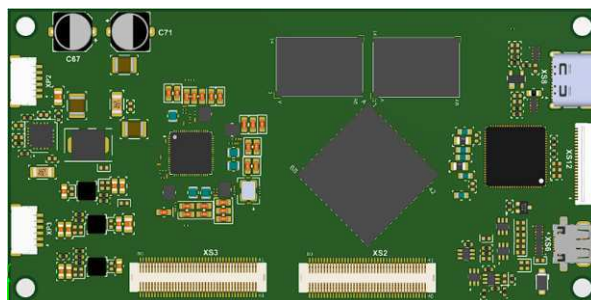


*а*

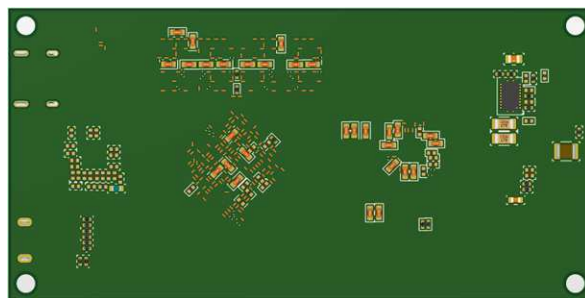


*б*

Рис. 3



*a*



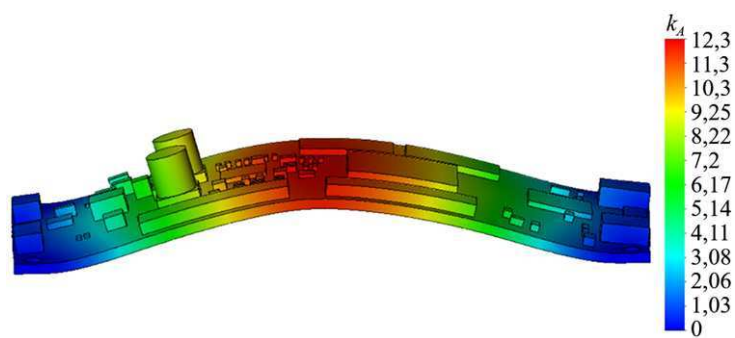
*б*

Рис. 4

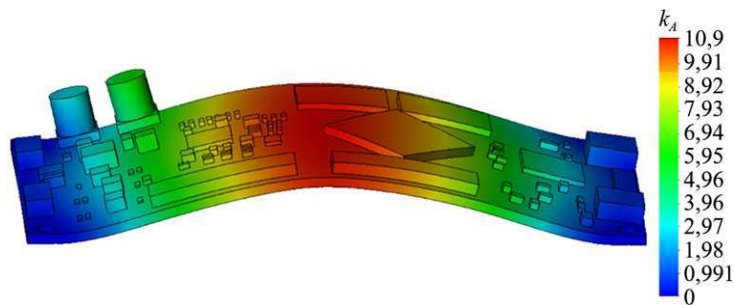
Результаты проведенного анализа указывают на наличие различий в размещении электролитических конденсаторов  $C_{67}$  и  $C_{71}$  (с собственной массой каждого 1,2 г) в зависимости от учета вибрационного критерия. Так, без его учета указанные элементы располагались на значительном удалении от крепежных отверстий, тогда как при учете вибрационного критерия их размещение смещается в область, прилегающую к крепежным отверстиям.

С целью верификации полученных решений проведен анализ коэффициента усиления амплитуды колебаний  $k_A$  процессорного устройства в пакете SolidWorks Simulation.

Приведем результаты моделирования. На рис. 5, *a* представлено размещение без учета вибрационного критерия, на рис. 5, *б* – с учетом вибрационного критерия.



*a*



*б*

Рис. 5

Таким образом, смещение конденсаторов  $C_{67}$  и  $C_{71}$  в область, близкую к крепежному отверстию, позволило сместить первую собственную частоту колебаний с 300,45 до 523,32 Гц. Следует отметить, что, например, собственная частота колебаний беспилотного летательного аппарата составляет 333 Гц. Смещение собственной частоты позволяет исключить вероятность отрыва данных элементов. Также коэффициент усиления амплитуды уменьшился с 12,3 до 10,9 (на 11,4 %), а коэффициент усиления амплитуды непосредственно на конденсаторах уменьшился с 9 до 5. Исходя из представленных результатов моделирования, можно сделать вывод о том, что применение методики размещения элементов на печатной плате электронных средств с учетом вибрационной стойкости эффективно решает поставленную задачу.

Так как электролитические конденсаторы относятся к цепи питания 3,3 В, рассмотрим влияние их перемещения на входной импеданс данной цепи питания. Для этого проведем анализ резонансов полигона питания 3,3 В. Результаты анализа приведены на рис. 6.

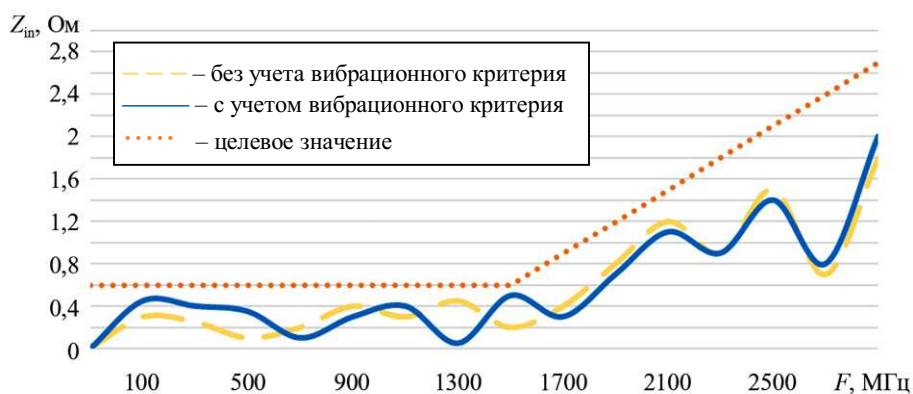


Рис. 6

Согласно полученным результатам значение целевого импеданса не было превышено в обоих вариантах размещения. Следовательно, данные варианты размещения элементов на печатной плате могут быть использованы с точки зрения критерия электромагнитной совместимости.

Так как конденсаторы не оказывают влияния на тепловую совместимость печатной платы, то с точки зрения тепловой совместимости оба варианта размещения эффективны для дальнейшего этапа трассировки межсоединений печатной платы.

Таким образом, проведена модификация методики автоматизированного размещения элементов на печатной плате электронного средства дополнением ее критерием вибрационной стойкости.

Разработан критерий качества, направленный на повышение вибрационной стойкости печатных плат, применяемых на летательных аппаратах.

Применение методики автоматизированного размещения элементов на печатной плате электронного средства с учетом вибрационной стойкости позволило сместить собственную частоту вибрации с 300,45 Гц (при критической 333 Гц) до 523,32 Гц. При этом не ухудшилось качество разрабатываемого устройства с точки зрения тепловой и электромагнитной совместимости. Данное решение позволило обеспечить вибрационную стойкость разрабатываемого устройства.

Работа выполнена в рамках соглашения № 075-03-2023-032 от 16.01.2023 (шифр FZSU-2023-0004).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трохов Д.А., Туркин И.К. К вопросу проектирования беспилотного летательного аппарата для решения разведывательных задач на море // Труды МАИ [Электронный журнал]. 2014. № 78. URL: <https://mai.ru/upload/iblock/ed2/ed253452c48d6e312d741a190e26d509.pdf?ysclid=mlpamehzhm906470644> (дата обращения: 5.09.2025).
2. Федоров И.И. Комплекс конструктивных составляющих и метод предварительного определения массы фюзеляжа вертолета // Изв. вузов. Авиационная техника. 2021. № 4. С. 188–194.
3. Уайтм К., Рентюк В. Особенности конструирования печатных плат с выполнением требований по ЭМС // Компоненты и технологии. 2019. № 6 (215). С. 121–128.

4. Аверин С.В. и др. Обеспечение электромагнитной совместимости бортовых кабелей беспилотных летательных аппаратов // Изв. вузов. Авиационная техника. 2017. № 3. С. 113–117.
5. Макеев П.А., Чермошенцев С.Ф. Апробация методики автоматизированного размещения элементов на гибко-жесткой печатной плате на практических примерах // Труды МАИ [Электронный журнал]. 2024. № 134. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=178481> (дата обращения: 5.09.2025).
6. Макеев П.А., Музафаров И.Р., Чермошенцев С.Ф. Автоматизированное размещение элементов на печатной плате электронного средства летательного аппарата // Изв. вузов. Авиационная техника. 2025. № 1. С. 89–96.
7. Рыбакова Л.Ю., Кириллова В.А. Анализ частоты гибких конструкций с помощью аналитического и программного подхода // Традиции и инновации в строительстве и архитектуре. Строительство и строительные технологии: Сб. ст. 79-й Всерос. науч.-техн. конф., г. Самара, 18–22 апр. 2022. Самара: СамГТУ, 2022. С. 120–127.
8. Таньков Г.В., Затылкин А.В., Рындин Д.А. Волновой метод исследования динамических характеристик упругих конструкций радиоэлектронных средств при нестационарном нагружении // Вестник Пензенского государственного университета. 2013. № 2. С. 101–107.
9. Затылкин А.В., Таньков Г.В. Моделирование изгибных колебаний в стержневых конструкциях РЭС // Надежность и качество: Тр. междунар. симпозиума. Пенза: Информ.-издат. центр ПГУ, 2006. № 1. С. 320–323.
10. Макаева Р.Х., Царева А.М., Каримов А.Х. Определение собственных частот и форм колебаний диска постоянной толщины, закрепленного в центре // Изв. вузов. Авиационная техника. 2008. № 1. С. 41–45.

Поступила в редакцию 5.10.25

После доработки 27.11.25

Принята к публикации 30.11.25

## Optimization of the Arrangement of Decoupling Capacitors on the Printed Circuit Board of an Electronic Device to Ensure Vibration Resistance

P.A. MAKEEV AND S.F. CHERMOSHENTSEV

Tupolev Kazan National Research Technical University, Kazan

*A vibration resistance criterion was developed for solving the problem of automated placement of components on a printed circuit board for aircraft electronics. Mathematical modeling of vibration resistance was conducted for a specific placement of decoupling capacitors on the printed circuit board. A comparative analysis of the results of automated placement of decoupling capacitors on the printed circuit board with and without the vibration resistance criterion was conducted.*

**Vibration resistance, electromagnetic compatibility, printed circuit board, decoupling capacitor, electronic device, genetic algorithm**

## Петлевое усиление импульсного преобразователя напряжения с двухконтурной отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току транзистора

Проведено сравнение частотных характеристик петлевого усиления преобразователя понижающего типа с обратной связью по выходному напряжению и току дросселя с частотными характеристиками петлевого усиления преобразователя понижающего типа с обратной связью по выходному напряжению и току транзистора. Показаны причины расхождения частотных характеристик петлевых усиленных преобразователей. Установлено, что ШИМ-модулятор в преобразователе с обратной связью по току транзистора имеет параметрическое усиление. Приведена линейная модель преобразователя с обратной связью по выходному напряжению и току транзистора, частотные характеристики петлевого усиления которой подтвердили корректность предложенной модели.

**Д.В. ШУШПАНОВ,**  
канд. техн. наук  
(СПбГУТ, Санкт-Петербург)  
dimasf@inbox.ru

**Устойчивость, петлевое усиление, импульсный преобразователь напряжения, линейная модель, многоконтурная отрицательная обратная связь, управление по току**

Современные импульсные преобразователи напряжения являются сложными нелинейными системами, так как для обеспечения требуемых характеристик (стабилизация выходного напряжения, величина перерегулирования по току и напряжению и т. д.) в них используется один или несколько контуров отрицательной обратной связи.

Один из распространенных способов улучшения динамических характеристик импульсного преобразователя напряжения – это введение в цепь отрицательной обратной связи дополнительного контура по току дросселя или конденсатора (рис. 1) или току транзистора (рис. 2).

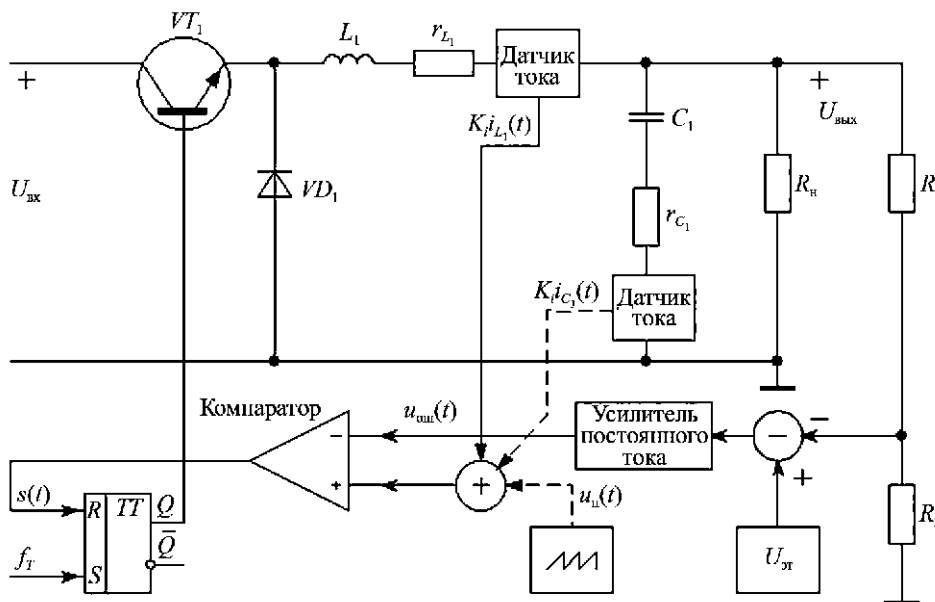


Рис. 1

Такой подход в управлении преобразователем получил название «управление по току» [1–5], что обусловлено общим принципом работы схемы управления: вместо источника пилообразного напряжения, используемого в управлении по напряжению, используется пилообразная форма тока дросселя (рис. 3) или транзистора (рис. 4).

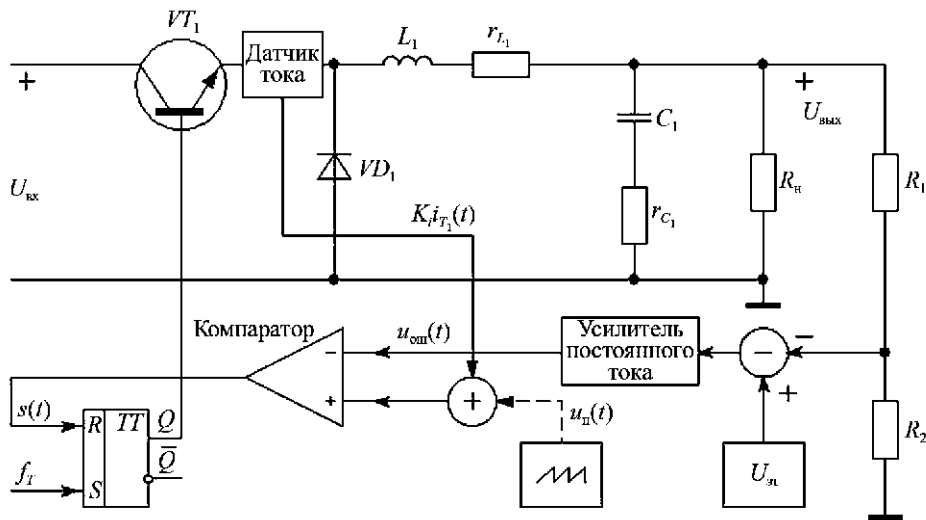


Рис. 2

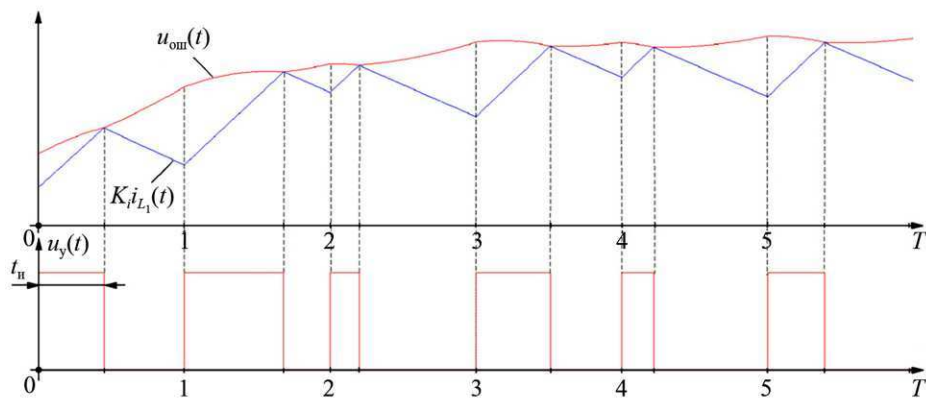


Рис. 3

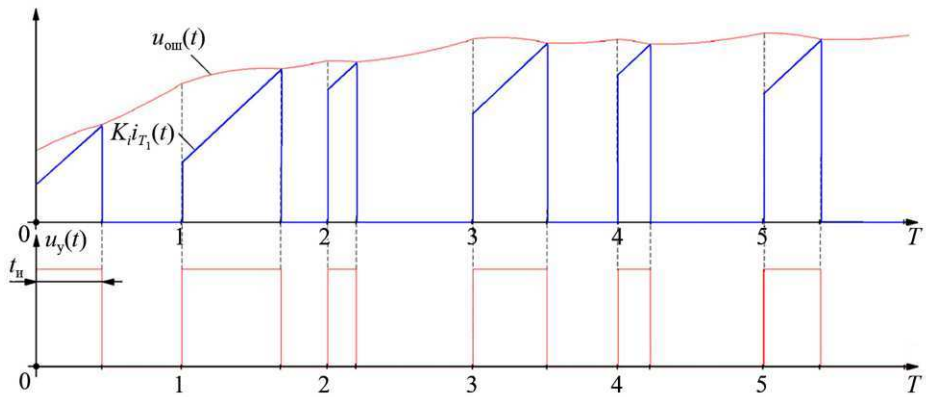


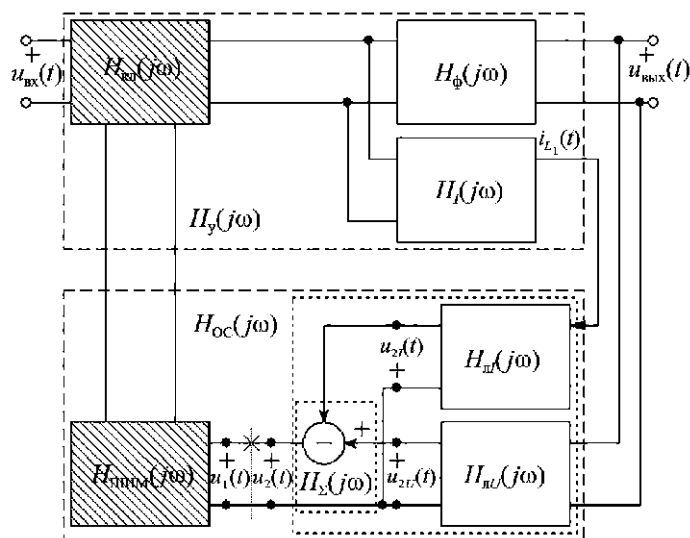
Рис. 4

В работе [6] показано, что импульсный преобразователь напряжения с отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току дросселя или конденсатора (см. рис. 1) является преобразователем с многоконтурной отрицательной обратной связью, поэтому выделять его в отдельный класс из-за особенностей его управления не имеет смысла, так как контуры отрицательной обратной связи в данном преобразователе корректируются и проектируются как в обычной многоконтурной системе (необходимо лишь корректно измерить каждый контур петлевого усиления). Однако в работе [6] не был рассмотрен импульсный преобразователь напряжения с отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току транзистора (см. рис. 2).

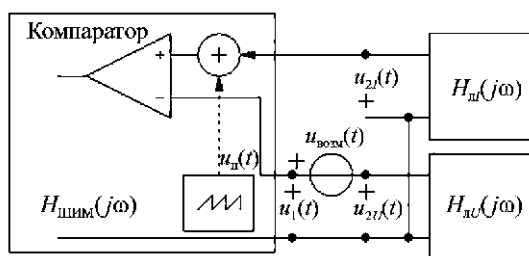
Целью данной статьи является сравнение частотных характеристик петлевого усиления импульсного преобразователя напряжения с отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току дросселя и частотных характеристик петлевого усиления импульсного преобразователя напряжения с отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току транзистора, а также рассмотрение импульсного преобразователя напряжения с отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току транзистора в виде цепи с двухконтурной отрицательной обратной связью.

### Обратная связь по току дросселя

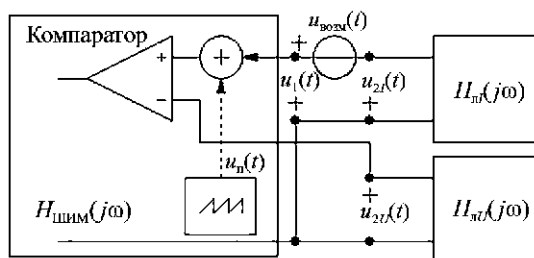
На рис. 5, а представлен импульсный преобразователь напряжения с двухконтурной отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току дросселя или конденсатора (см. рис. 1), разбитый на блоки через четырехполюсники [6]. Полученная схема (см. рис. 5, а) отличается от приведенного импульсного преобразователя напряжения (см. рис. 1) тем, что контур (см. рис. 5, а) по входному напряжению и контур по току дросселя суммируются до ШИМ-контроллера.



а



б



в

Рис. 5

Это позволяет ввести возмущение до ШИМ-контроллера (показано сечение на рис. 5, а) и измерить частотные характеристики суммарного контура  $T(j\omega)$ , контура по выходному напряжению  $T_U(j\omega)$  и

контура по току дросселя  $T_I(j\omega)$ . Они будут равны отношению соответствующих комплексных значений напряжений [6, 7]:

$$T(j\omega) = \frac{\dot{U}_{2U}(j\omega) + \dot{U}_{2I}(j\omega)}{\dot{U}_1(j\omega)} = \frac{\dot{U}_2(j\omega)}{\dot{U}_1(j\omega)}; \quad T_U(j\omega) = \frac{\dot{U}_{2U}(j\omega)}{\dot{U}_1(j\omega)}; \quad T_I(j\omega) = \frac{\dot{U}_{2I}(j\omega)}{\dot{U}_1(j\omega)}. \quad (1)$$

На практике узла суммирования контуров (см. рис. 5, а) может и не быть (см. рис. 1). В этом случае можно перенести сигнал возмущения в контур по выходному напряжению (рис. 5, б) [6, 7]. В работе [7] с использованием теории четырехполюсников и в работе [8] с использованием метода схемных определителей было доказано, что контуры  $T_U(j\omega)$ ,  $T_I(j\omega)$ ,  $T(j\omega)$  петлевого усиления импульсного преобразователя напряжения в этом случае будут равны:

$$T_U(j\omega) = \frac{\dot{U}_{2U}(j\omega)}{\dot{U}_1(j\omega) + \dot{U}_{2I}(j\omega)}; \quad T_I(j\omega) = \frac{\dot{U}_{2I}(j\omega)}{\dot{U}_1(j\omega) + \dot{U}_{2I}(j\omega)}; \quad (2)$$

$$T(j\omega) = T_U(j\omega) + T_I(j\omega) = \frac{\dot{U}_{2U}(j\omega) + \dot{U}_{2I}(j\omega)}{\dot{U}_1(j\omega) + \dot{U}_{2I}(j\omega)}. \quad (3)$$

При переносе сигнала возмущения в контур по току дросселя (рис. 5, в) контуры  $T_U(j\omega)$ ,  $T_I(j\omega)$ ,  $T(j\omega)$  петлевого усиления импульсного преобразователя напряжения будут равны [6–8]:

$$T_U(j\omega) = \frac{\dot{U}_{2U}(j\omega)}{\dot{U}_1(j\omega) + \dot{U}_{2U}(j\omega)}; \quad T_I(j\omega) = \frac{\dot{U}_{2I}(j\omega)}{\dot{U}_1(j\omega) + \dot{U}_{2U}(j\omega)}; \quad (4)$$

$$T(j\omega) = T_U(j\omega) + T_I(j\omega) = \frac{\dot{U}_{2U}(j\omega) + \dot{U}_{2I}(j\omega)}{\dot{U}_1(j\omega) + \dot{U}_{2U}(j\omega)}. \quad (5)$$

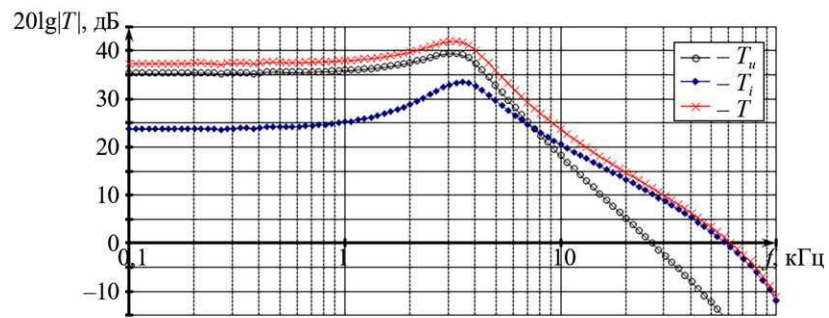
В развитие методики расчета петлевого усиления импульсных преобразователей напряжения с двухконтурной отрицательной обратной связью, предложенной в работе [7], частотные характеристики  $k$ -го контура определяются следующим выражением [6]:

$$T_k(j\omega) = \frac{\dot{U}_{2k}(j\omega)}{\dot{U}_1(j\omega) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n \dot{U}_{2i}(j\omega)}, \quad (6)$$

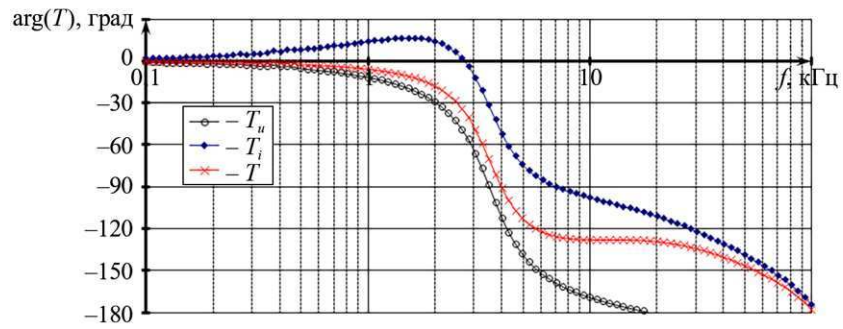
где  $\dot{U}_1(j\omega)$  – напряжение слева от источника вводимого возмущения (см. рис. 5, б) в контуре, где вводится возмущение;  $\dot{U}_{2i}(j\omega)$  – либо напряжение справа от источника вводимого возмущения (для случая контура, в который вводится возмущение), либо напряжение в контуре до сумматора или ШИМ-модулятора (см. рис. 5). Знаки всех напряжений должны быть проставлены относительно суммарного контура (одни контуры суммируются, другие вычитаются). В этом случае итоговое петлевое усиление импульсного преобразователя напряжения будет равно сумме петлевых усилений каждого контура [6], т. е.

$$T(j\omega) = \sum_{i=1}^n T_i(j\omega). \quad (7)$$

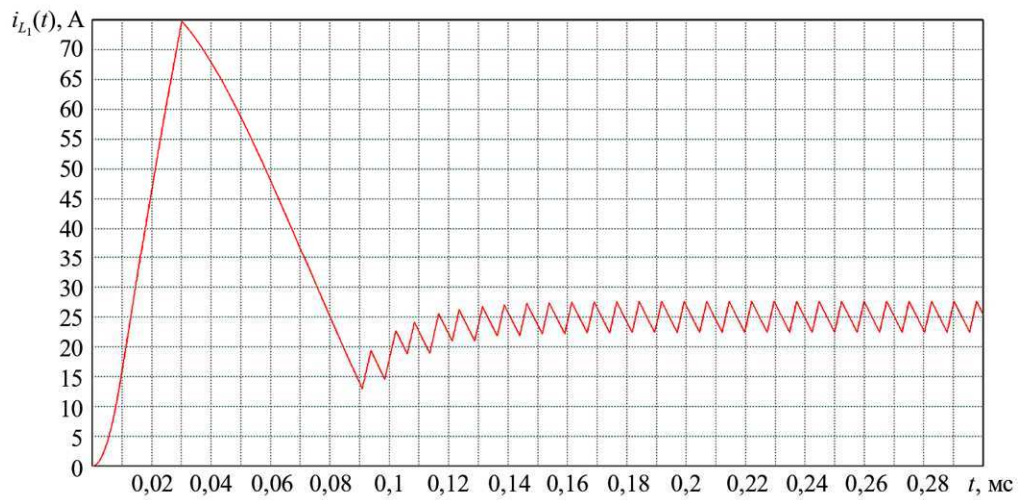
Приведем логарифмическую амплитудно-частотную (рис. 6, а) и фазочастотную (рис. 6, б) характеристики петлевого усиления различных контуров ( $T$ ,  $T_U$ ,  $T_I$ ) петлевого усиления импульсного преобразователя напряжения понижающего типа с двухконтурной обратной связью по выходному напряжению и току дросселя (см. рис. 1) со следующими параметрами:  $L_1 = 50$  мкГн;  $C_1 = 40$  мкФ;  $r_{L_1} = 50$  мОм;  $r_{C_1} = 50$  мОм;  $U_{вх} = 160$  В;  $U_{вых} = 48$  В;  $R_H = 1,92$  Ом;  $\alpha = 0,5$ ;  $U_{зт} = 31$  В;  $U_H = 0$  В;  $f_i = 132$  кГц;  $K_y = 2$ ;  $K_i = 0,5$ .



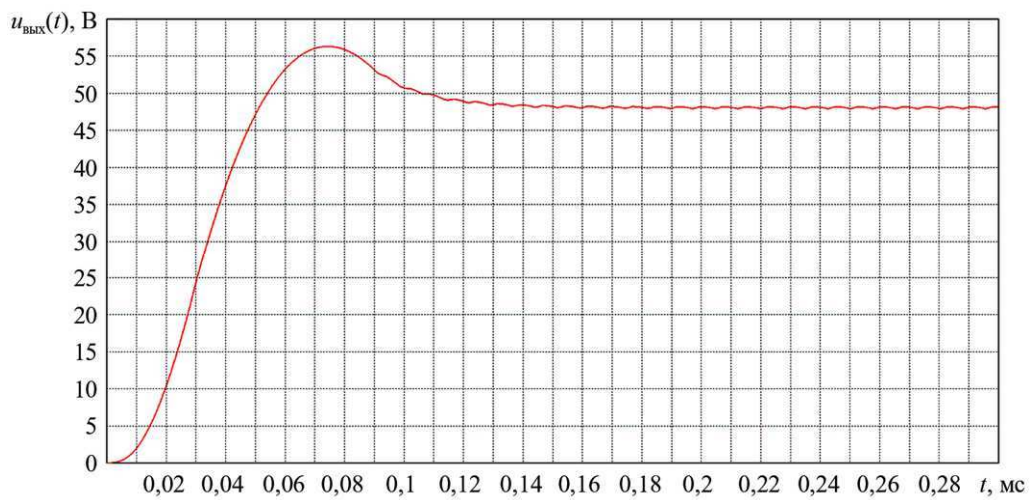
а



б



в



г

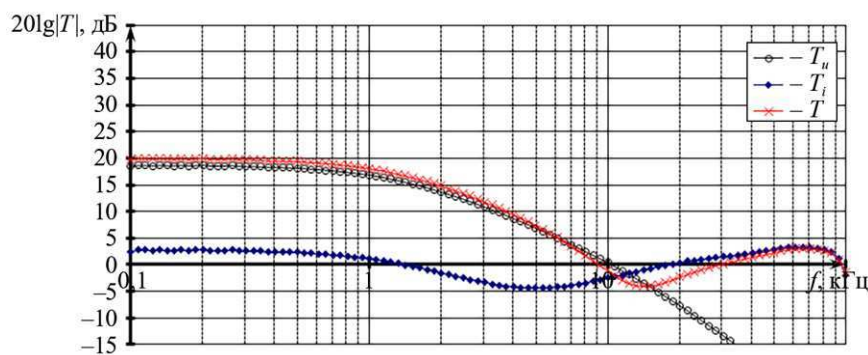
Рис. 6

Данный преобразователь находится в устойчивом режиме работы, что подтверждается частотными характеристиками петлевого усиления импульсного преобразователя напряжения (см. рис. 6, а, б) и временными диаграммами тока дросселя  $i_{L_1}(t)$  (рис. 6, в) и выходного напряжения  $u_{\text{вых}}(t)$  (рис. 6, г) импульсного преобразователя напряжения.

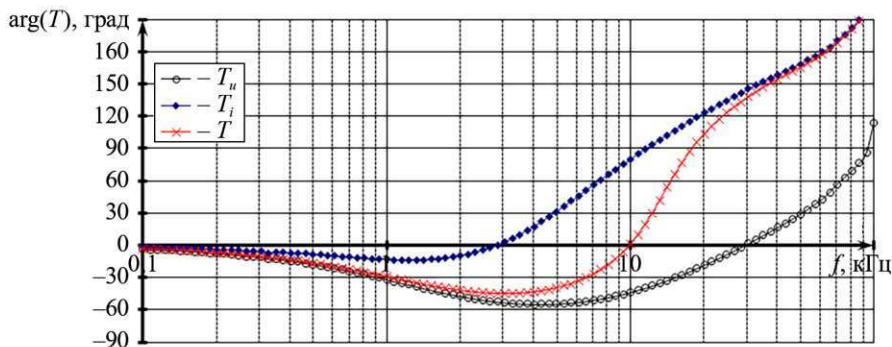
### Обратная связь по току транзистора

Для импульсного преобразователя напряжения с двухконтурной отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току транзистора (см. рис. 2) принцип работы (см. рис. 4) аналогичен принципу работы импульсного преобразователя напряжения с отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току дросселя (см. рис. 3), но частотные характеристики петлевого усиления импульсного преобразователя напряжения с отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току транзистора (рис. 7, а, б) значительно отличаются от частотных характеристик петлевого усиления импульсного преобразователя напряжения с отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току дросселя (см. рис. 6, а, б). Они имеют совершенно другой вид, хотя временные диаграммы тока дросселя  $i_{L_1}(t)$  (рис. 7, в) и выходного напряжения  $u_{\text{вых}}(t)$  (рис. 7, г) импульсного преобразователя напряжения достаточно близки (рис. 6, в, г). Параметры импульсного преобразователя напряжения аналогичные:  $L_1 = 50$  мкГн;  $C_1 = 40$  мкФ;  $r_{L_1} = 50$  мОм;  $r_{C_1} = 50$  мОм;  $U_{\text{вх}} = 160$  В;  $U_{\text{вых}} = 48$  В;  $R_{\text{н}} = 1,92$  Ом;  $\alpha = 0,5$ ;  $U_{\text{эТ}} = 31$  В;  $U_{\text{п}} = 0$  В;  $f_i = 132$  кГц;  $K_y = 2$ ;  $K_i = 0,5$ .

В импульсном преобразователе напряжения с двухконтурной отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току транзистора изменяется характер частотных характеристик петлевого усиления контура по напряжению: их порядок понижается со второго до первого. Данное явление было отмечено на ранних этапах исследований подобных преобразователей, что обусловило выделение их в отдельный класс – преобразователи с управлением по току [1–5]. В связи с этим в линейных моделях указанных преобразователей цепь второго порядка заменяется цепью первого порядка [2–5, 9–14].



а



б

Рис. 7 (Начало)

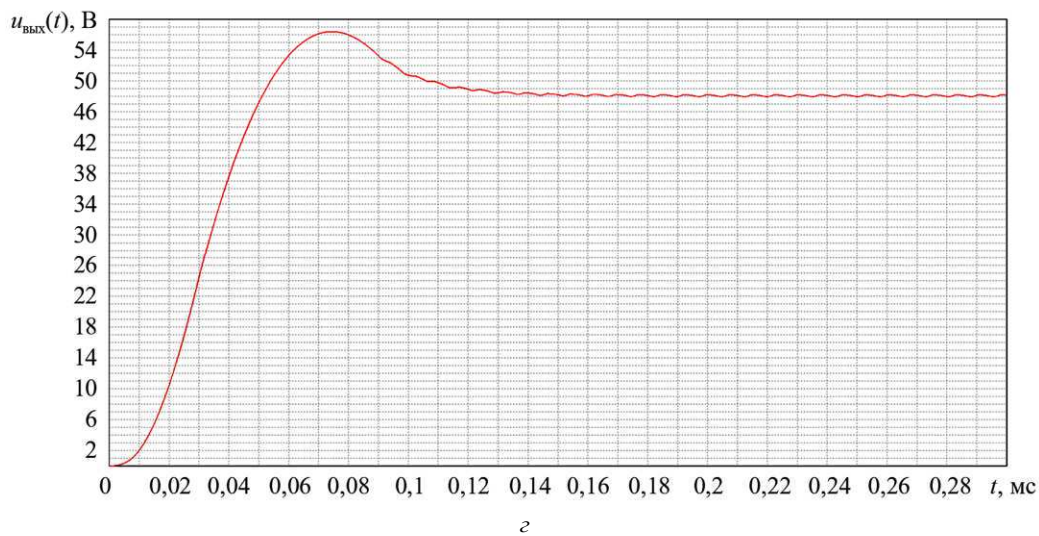
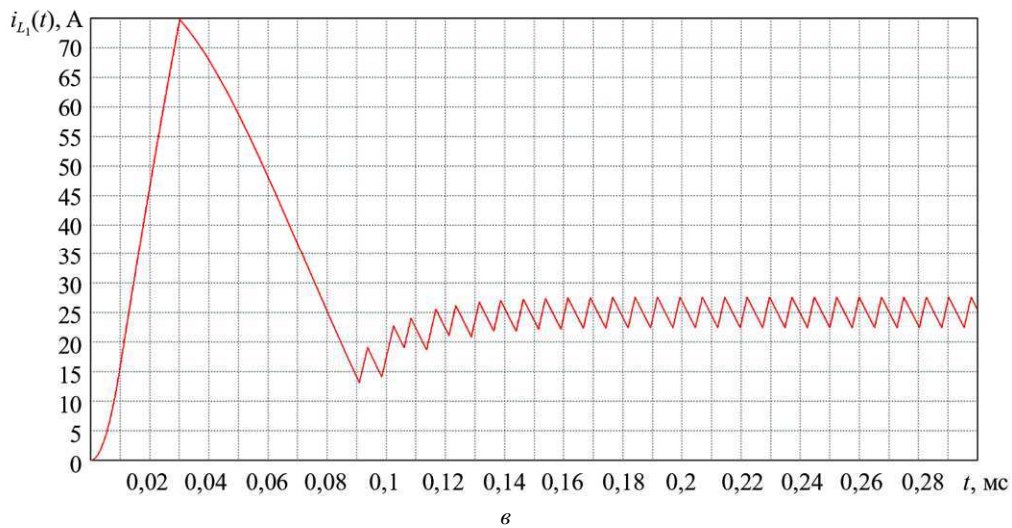
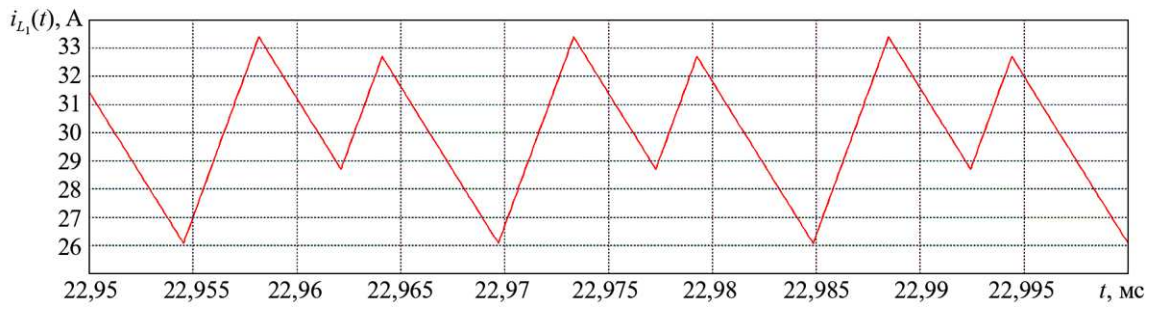


Рис. 7 (Окончание)

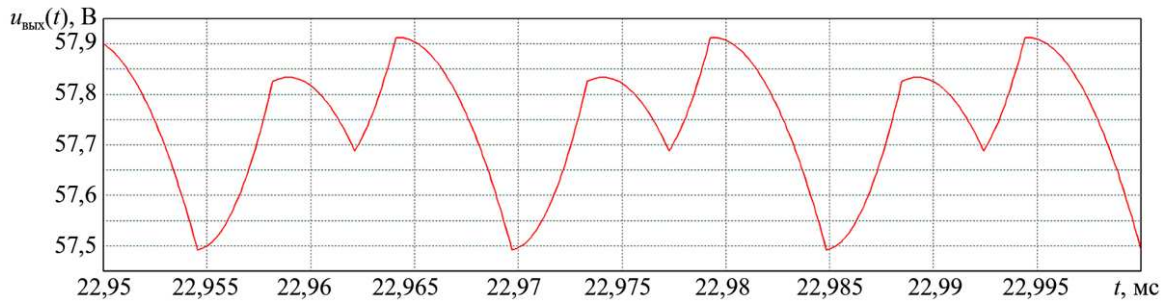
С другой стороны, фазочастотные характеристики петлевого усиления как по напряжению, так и по току демонстрируют поведение, характерное для неминимально-фазовой цепи, сопровождающееся возрастанием фазового сдвига. Следовательно, импульсный преобразователь напряжения с отрицательной обратной связью по току транзистора не может рассматриваться как цепь первого порядка; он представляет собой неминимально-фазовую цепь более высокого порядка, которая проявляет свойства, близкие к свойствам цепи первого порядка.

Доказывая данное утверждение, рассмотрим возбуждение импульсного преобразователя напряжения с отрицательной обратной связью по току дросселя (см. рис. 1) и импульсного преобразователя с отрицательной обратной связью по току транзистора (см. рис. 2). Указанные преобразователи переходят в автоколебательный режим при коэффициенте усиления  $K_y = 8$ , что подтверждается их временными диаграммами тока дросселя  $i_{L_1}(t)$  (рис. 8, а) и выходного напряжения  $u_{\text{вых}}(t)$  (рис. 8, б), которые для обоих преобразователей практически идентичны. При  $K_y = 7$  временные диаграммы тока дросселя  $i_{L_1}(t)$  (рис. 8, в) и выходного напряжения  $u_{\text{вых}}(t)$  (рис. 8, г) демонстрируют устойчивый режим.

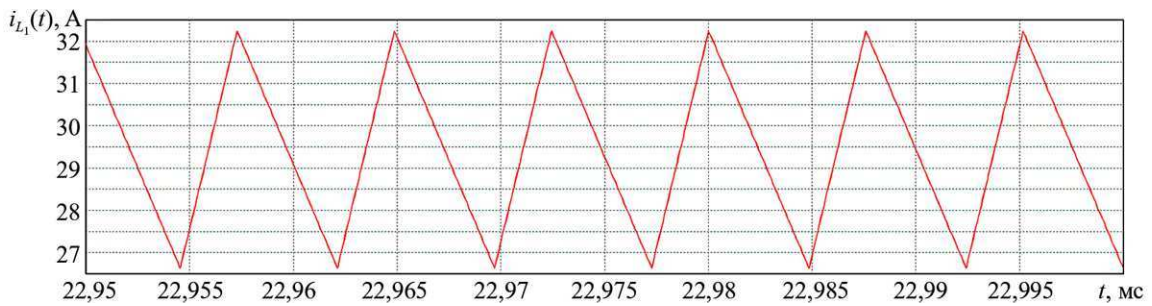
Частотные характеристики петлевого усиления каждого преобразователя (рис. 9) на границе устойчивости ( $K_y = 7$ ) также демонстрируют возможный автоколебательный режим на частоте 66 кГц (половина тактовой частоты): импульсный преобразователь напряжения с отрицательной обратной связью по току дросселя имеет запас устойчивости по фазе  $\Delta\varphi = 4,9^\circ$  (рис. 9, а, б), импульсный преобразователь напряжения с отрицательной обратной связью по току транзистора –  $\Delta\varphi = 0,1^\circ$  (рис. 9, в, г).



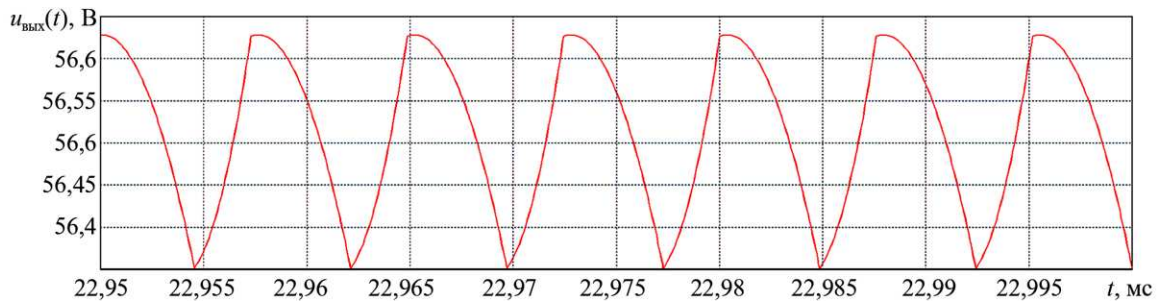
a



б

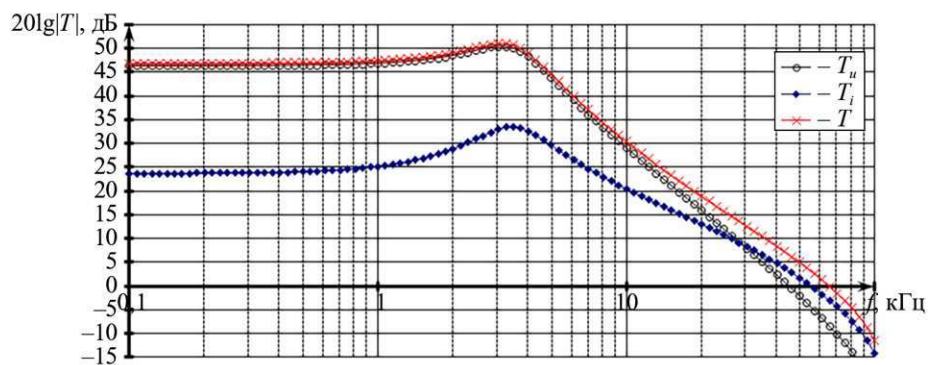


в



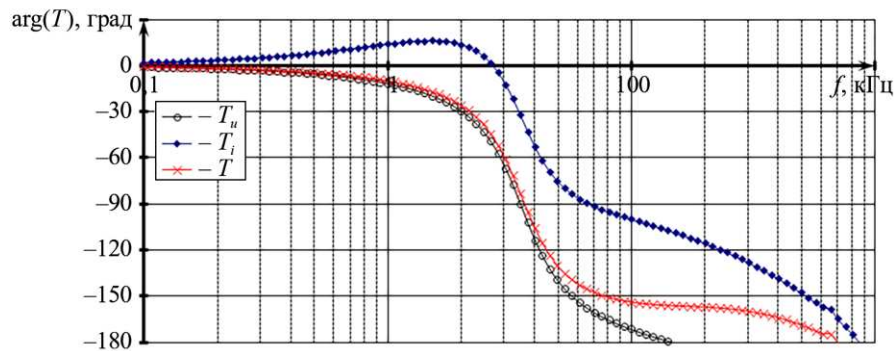
г

Рис. 8

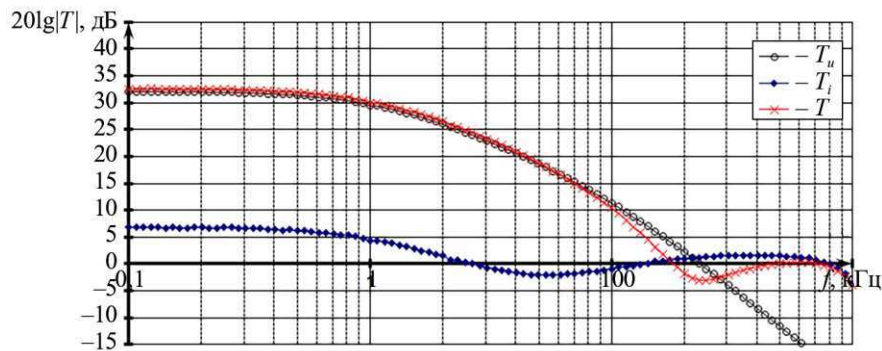


a

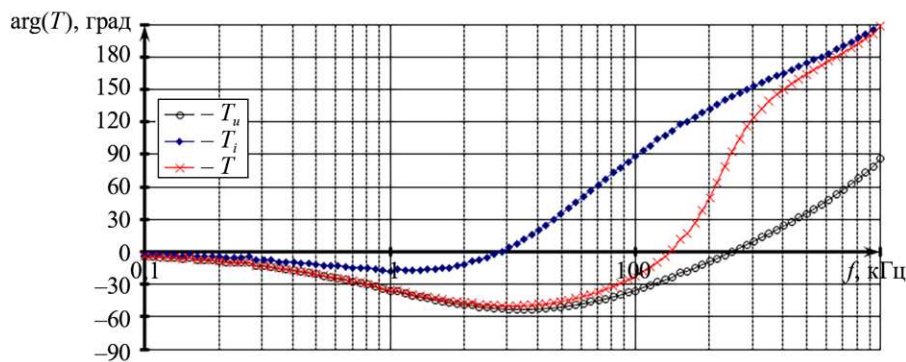
Рис. 9 (Начало)



б



в



г

Рис. 9 (Окончание)

Согласно первоначальной оценке запас устойчивости по фазе у импульсного преобразователя напряжения с отрицательной обратной связью по току дросселя выше, и, следовательно, переход в автоколебательный режим должен происходить при большем значении коэффициента усиления  $K_y$ . Однако на практике оба преобразователя переходят в автоколебательный режим практически при одинаковых значениях  $K_y$ . Это объясняется тем, что, во-первых, при  $K_y = 7$  и ниже импульсный преобразователь с отрицательной обратной связью по току дросселя является абсолютно устойчивым (логарифмическая амплитудно-частотная характеристика на высоких частотах не меняет направление), тогда как преобразователь с обратной связью по току транзистора является условно устойчивым (логарифмическая амплитудно-частотная характеристика на высоких частотах меняет направление); во-вторых, в области высоких частот существенную роль играет нелинейный характер импульсного преобразователя напряжения. В связи с этим можно считать, что запас устойчивости по фазе менее  $5^\circ$  соответствует границе устойчивости [5, 15, 16].

Данные частотные характеристики петлевого усиления импульсного преобразователя напряжения с двухконтурной отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току транзистора (см. рис. 9, в, г) практически нигде ранее не были получены. Обычно для измерения петлевого уси-

ления импульсного преобразователя напряжения с двухконтурной отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току транзистора используют другую схему измерения [3, 5, 15, 17] (рис. 10, а), где в каждой точке (помечено символом ×) помещают источник возмущения и определяют следующее соотношение комплексных амплитуд напряжений:

$$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_{2U}(j\omega)}{\dot{U}_{1U}(j\omega)}. \quad (8)$$

Однако, как было показано [7, 16], используя соотношение (8), можно лишь измерить суммарный  $T_1$  (если есть точка суммирования контуров, как обозначено на рис. 10, б), внешний  $T_2$  и внутренний  $T_3$  контуры петлевого усиления преобразователя.

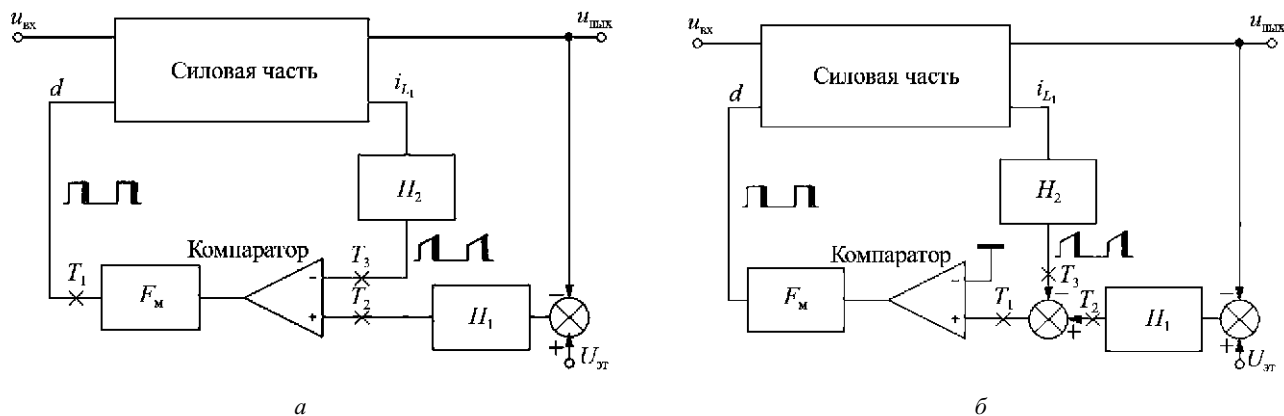


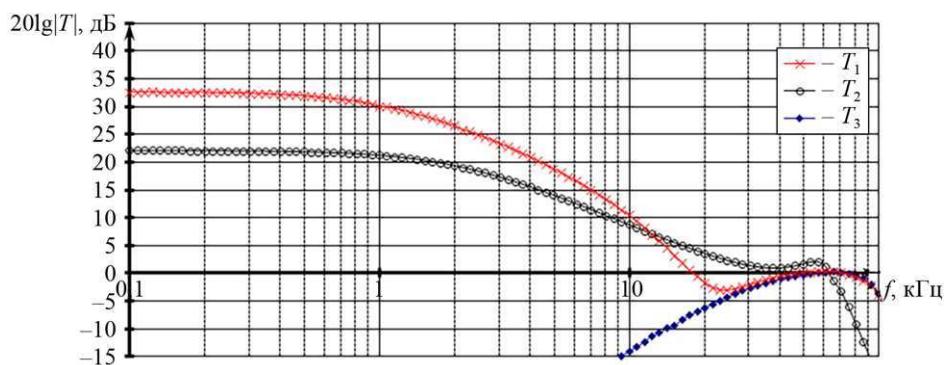
Рис. 10

Приведем логарифмическую амплитудно-частотную (рис. 11, а) и фазочастотную (рис. 11, б) характеристики контуров  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ . В связи с тем что суммарный контур  $T_1$  петлевого усиления импульсного преобразователя напряжения не всегда удастся измерить, измеряют только внешний  $T_2$  [5] или внутренний  $T_3$  [3] контур петлевого усиления импульсного преобразователя напряжения. Контур петлевого усиления  $T_2$ ,  $T_3$  позволяют лишь установить факт устойчивости или нахождения преобразователя на границе устойчивости, однако не обеспечивают возможности оценки запасов устойчивости. Кроме того, их использование затрудняет проектирование корректирующих звеньев, поскольку контуры  $T_2$ ,  $T_3$  оказываются взаимозависимыми, а также зависят от контуров по выходному напряжению и току. В связи с этим для импульсного преобразователя напряжения с отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току транзистора предлагаются рекомендации для выбора параметров звеньев коррекции (используется в основном один тип коррекции – пропорционально-интегрирующее звено в контуре по напряжению) [5]. Рассматривается данный импульсный преобразователь напряжения как преобразователь с одноконтурной отрицательной обратной связью с управлением по току транзистора [2–5, 9–14].

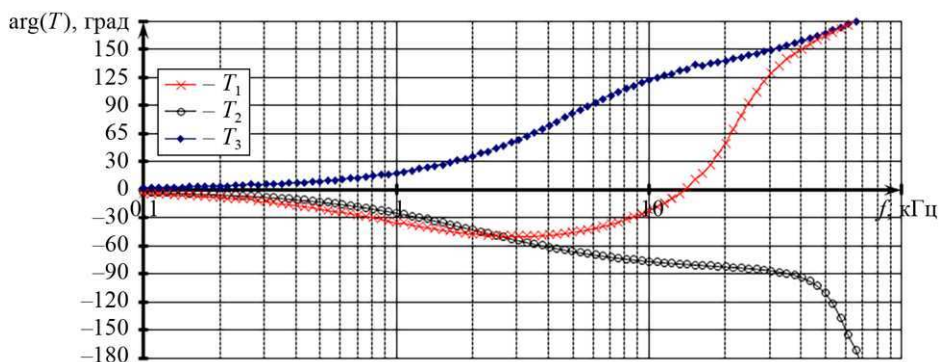
Импульсный преобразователь напряжения с двухконтурной отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току транзистора (см. рис. 2) – это преобразователь с двухконтурной отрицательной обратной связью с той лишь разницей, что контур по току транзистора изменяет частотные характеристики ШИМ-модулятора. Самый простой способ уменьшить это влияние – поставить интегрирующую цепь по выходу токового контура.

Приведем логарифмическую амплитудно-частотную (рис. 12, а) и фазочастотную (рис. 12, б) характеристики петлевого усиления (различные контуры) для рассмотренного импульсного преобразователя напряжения с двухконтурной отрицательной обратной связью по выходному напряжению ( $K_y = 10$ ) и току транзистора ( $K_i = 0,5$  с интегрирующей  $RC$ -цепью:  $R_k = 100$  Ом;  $C_k = 20$  нФ). Данный преобразователь устойчив, что подтверждается амплитудно-частотной (рис. 12, а) и фазочастотной (рис. 12, б) харак-

теристиками импульсного преобразователя напряжения, а также временными диаграммами тока дросселя  $i_{L_1}(t)$  (рис. 12, в) и выходного напряжения  $u_{\text{вых}}(t)$  (рис. 12, з) импульсного преобразователя напряжения.

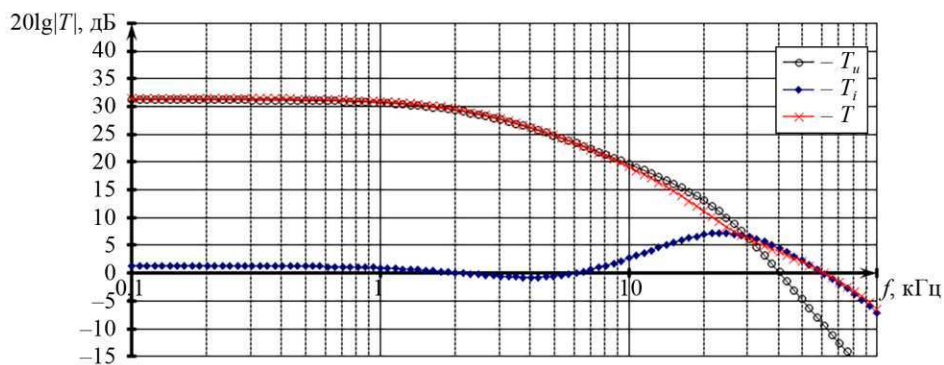


а

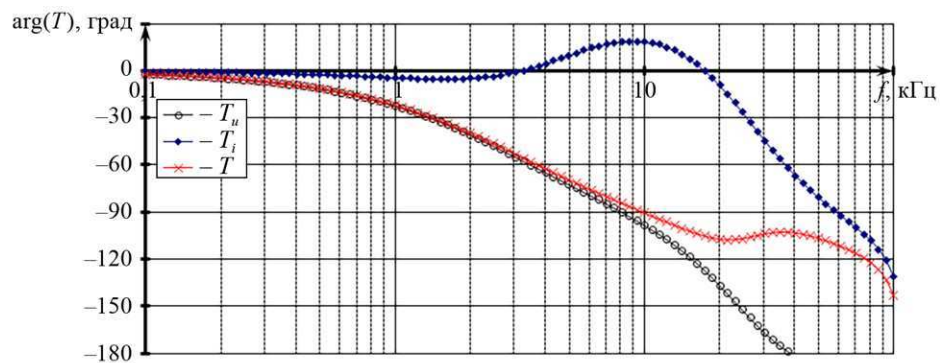


б

Рис. 11

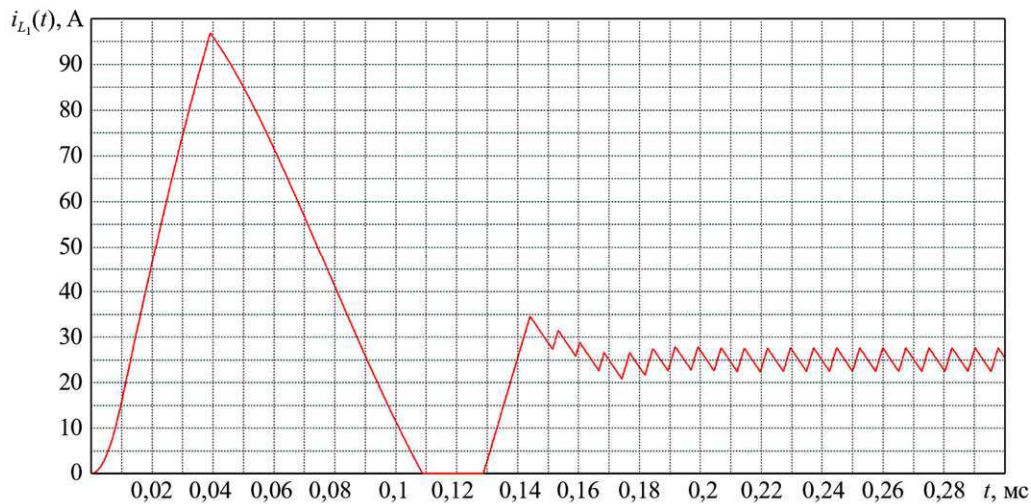


а

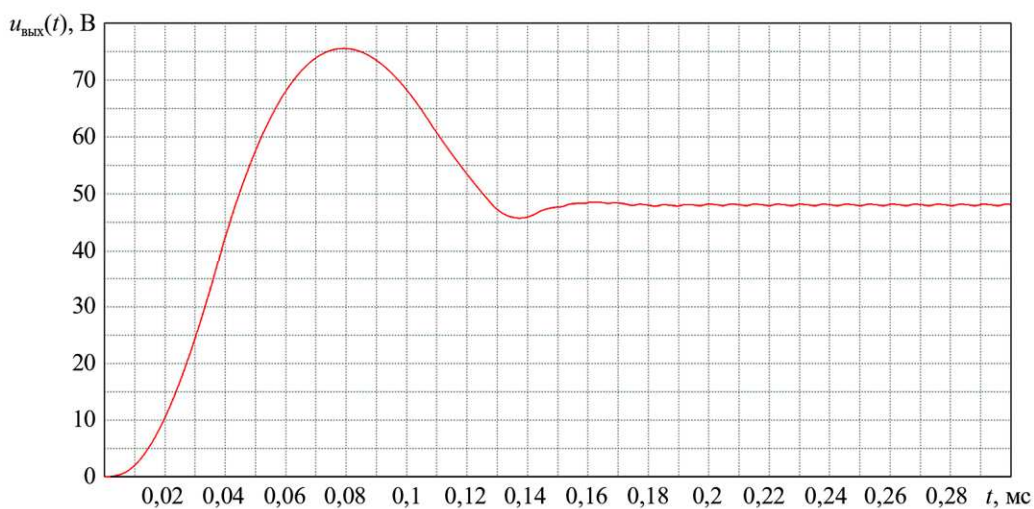


б

Рис. 12 (Начало)



а



б

Рис. 12 (Окончание)

В итоге добавление  $RC$ -цепи в токовый контур позволило увеличить коэффициент стабилизации преобразователя до 31,5 дБ, а также запас устойчивости по фазе до  $60^\circ$  (см. рис. 12, а, б) благодаря возможности рассмотрения по отдельности различных независимых контуров (контур по выходному напряжению и контур по току транзистора).

### Эквивалентные частотные характеристики нелинейных блоков в импульсном преобразователе напряжения с отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току дросселя

Для понимания причин изменения частотной характеристики ШИМ-модулятора рассмотрим по отдельности частотные характеристики каждого нелинейного блока в импульсном преобразователе напряжения с двухконтурной отрицательной обратной связью (см. рис. 5, а): передаточную функцию ШИМ-модулятора  $H_{\text{ШИМ}}(j\omega)$ , передаточную функцию ключевой силовой части  $H_{\text{кл}}(j\omega)$  и передаточную функцию всей нелинейной части  $H_{\text{нч}}(j\omega) = H_{\text{ШИМ}}(j\omega)H_{\text{кл}}(j\omega)$ .

Приведем логарифмическую амплитудно-частотную (рис. 13, а) и фазочастотную (рис. 13, б) характеристики ШИМ-модулятора (кривая 1), ключевой силовой части (кривая 2) и суммарной нелинейной части (кривая 3) в импульсном преобразователе напряжения с двухконтурной отрицательной обратной связью по выходному напряжению ( $K_y = 10$ ) и току дросселя ( $K_i = 0,5$ ).

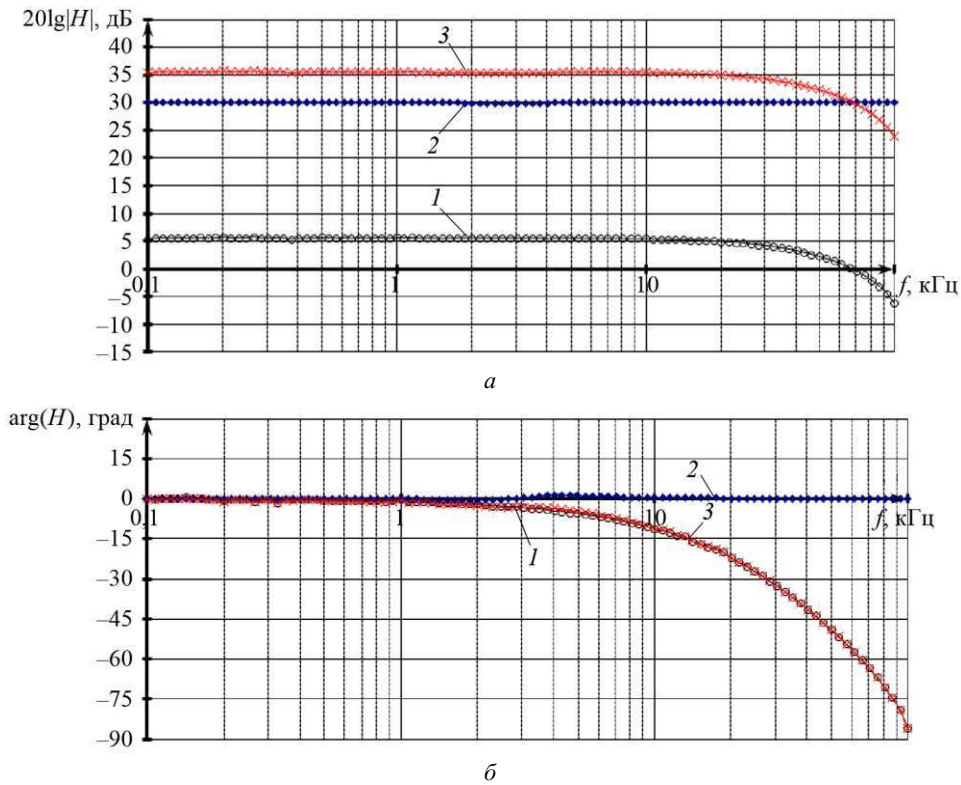


Рис. 13

Частотная характеристика в ШИМ-модуляторе (рис. 13, кривая 1) изменяется на высоких частотах (выше 10 кГц) из-за задержки обработки сигналов высокой частоты. В этом случае передаточную функцию ШИМ-модулятора можно представить как [6, 16]

$$H_{\text{ШИМ}}(j\omega) = K_{\text{ШИМ}} / (1 + j\omega\tau_{\text{зз}}), \quad (9)$$

где  $\tau_{\text{зз}}$  – постоянная времени звена запаздывания;  $K_{\text{ШИМ}}$  – коэффициент передачи ШИМ-модулятора, равный [6, 16, 18]

$$K_{\text{ШИМ}} = \frac{U_1}{U_{\text{пmax}} + U_{\text{пэmax}}}, \quad (10)$$

где  $U_{\text{пmax}}$  – амплитуда внешнего пилообразного напряжения;  $U_{\text{пэmax}}$  – амплитуда эквивалентного пилообразного напряжения, которое зависит от величины пульсаций сигнала ошибки на входе ШИМ-модулятора [6, 16, 18];  $U_1$  – максимальное напряжение на выходе ШИМ-модулятора.

Передаточная функция ключевой силовой части от частоты не зависит (рис. 13, кривая 2) и равна [6, 16, 18]

$$H_{\text{кл}}(j\omega) = U_{\text{вх}} / U_1, \quad (11)$$

где  $U_{\text{вх}}$  – постоянное входное напряжение.

Тогда передаточная функция всей нелинейной части импульсного преобразователя напряжения с двухконтурной отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току дросселя будет равна

$$H_{\text{нч}}(j\omega) = H_{\text{ШИМ}}(j\omega)H_{\text{кл}}(j\omega) = \frac{U_{\text{вх}}}{U_{\text{пmax}} + U_{\text{пэmax}}} \cdot \frac{1}{1 + j\omega\tau_{\text{зз}}}. \quad (12)$$

Данная передаточная функция  $H_{\text{нч}}(j\omega)$  представляется в виде схемы с операционными усилителями (ОУ), представленной на рис. 14, а. В этой схеме каждое звено реализует передаточные функции  $H_{\text{ШИМ}}(j\omega)$  и  $H_{\text{кл}}(j\omega)$ .

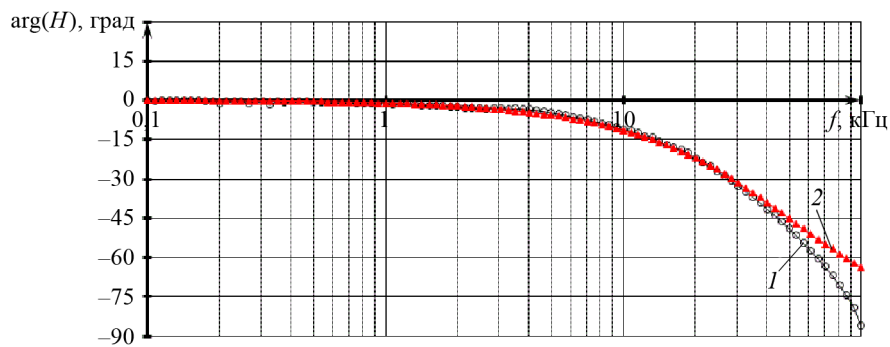
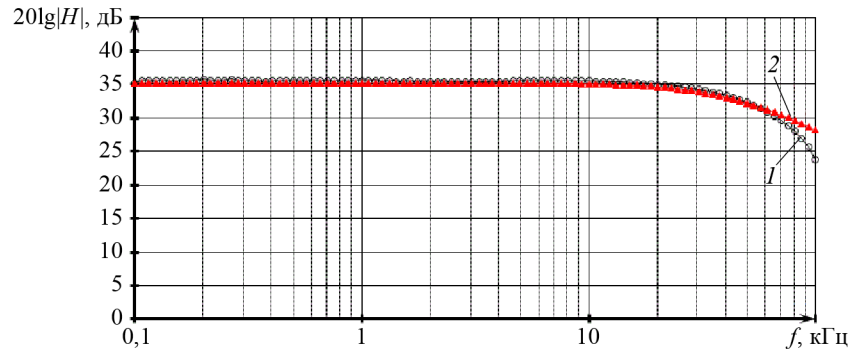
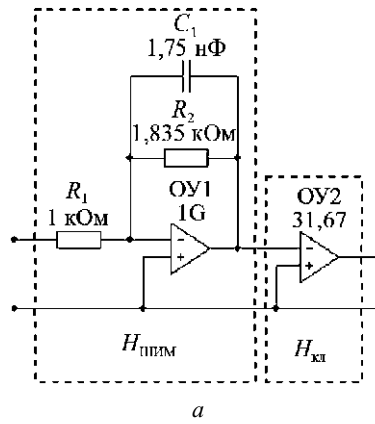


Рис. 14

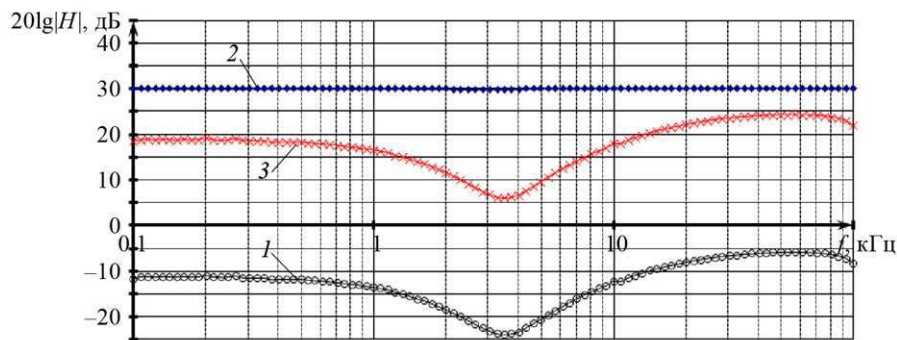
Приведем логарифмическую амплитудно-частотную (рис. 14, б) и фазочастотную (рис. 14, в) характеристики рассчитанной передаточной функции нелинейной части (кривая 1) и передаточной функции схемы замещения нелинейной части (кривая 2). Из рис. 14, б, в следует, что частотные характеристики передаточной функции схемы замещения нелинейной части хорошо согласуются с рассчитанными частотными характеристиками нелинейной части в импульсной модели импульсного преобразователя напряжения с отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току дросселя.

### Эквивалентные частотные характеристики нелинейных блоков в импульсном преобразователе напряжения с отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току транзистора

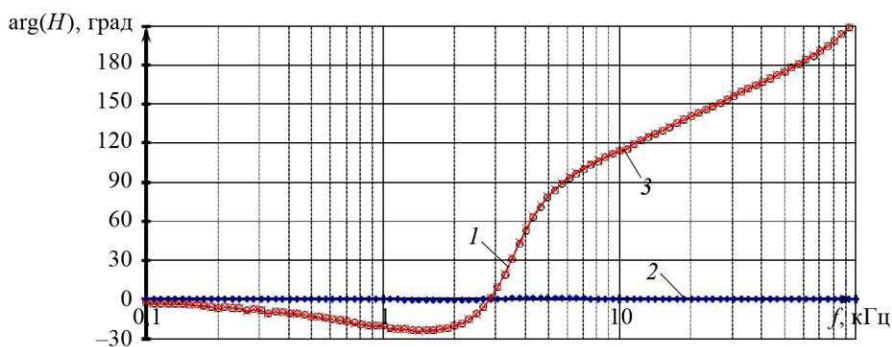
Приведем логарифмическую амплитудно-частотную (рис. 15, а) и фазочастотную (рис. 15, б) характеристики ШИМ-модулятора (кривая 1), ключевой силовой части (кривая 2) и суммарной нелинейной части (кривая 3) в импульсном преобразователе напряжения с двухконтурной отрицательной обратной связью по выходному напряжению ( $K_y = 10$ ) и току транзистора ( $K_i = 0,5$ ). Как видно из рис. 15, а, б, частотная характеристика ШИМ-модулятора в импульсном преобразователе напряжения с отрицательной обратной связью по току транзистора значительно отличается от частотной характеристики

ШИМ-модулятора в импульсном преобразователе напряжения с отрицательной обратной связью по току дросселя (см. рис. 13). Данное различие обусловлено тем, что ток транзистора вследствие своего дискретного характера, в отличие от тока дросселя, изменяет частотную характеристику ШИМ-модулятора.

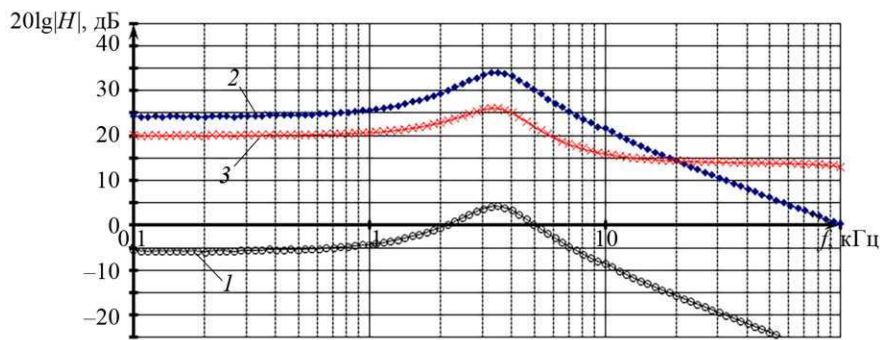
Приведем логарифмическую амплитудно-частотную (рис. 15, а) и фазочастотную (рис. 15, б) характеристики передаточных функций тока дросселя и тока транзистора. Для тока дросселя приведены две зависимости: без учета (кривая 1) и с учетом (кривая 2) частотной характеристики силовой ключевой части. Кривая 3 отображает частотные характеристики передаточной функции тока транзистора.



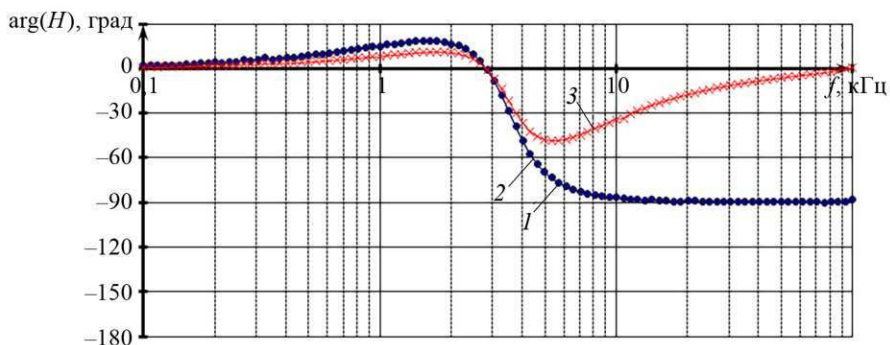
а



б



в

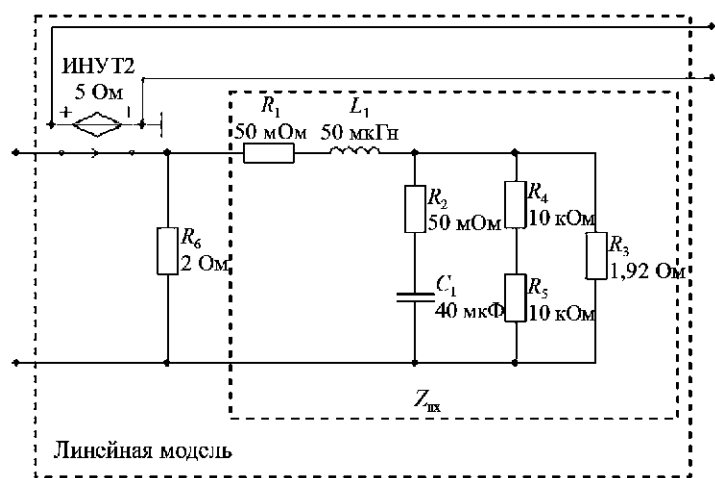


г

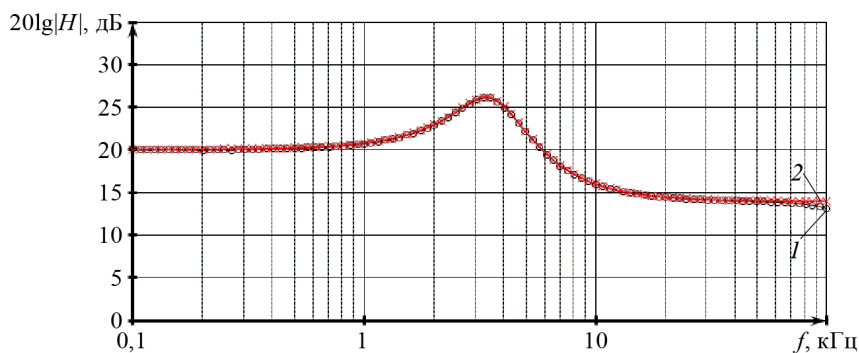
Рис. 15

Как видно из рис. 15, в, г, ток транзистора – это ток через параллельное соединение комплексного входного сопротивления силовой части  $Z_{вх}$  и некоего омического сопротивления. Следовательно, для моделирования частотной характеристики тока транзистора можно воспользоваться схемой замещения, приведенной на рис. 16, а. Датчик тока в линейной модели (см. рис. 16, а) представляется источником напряжения, управляемым током (ИНУТ).

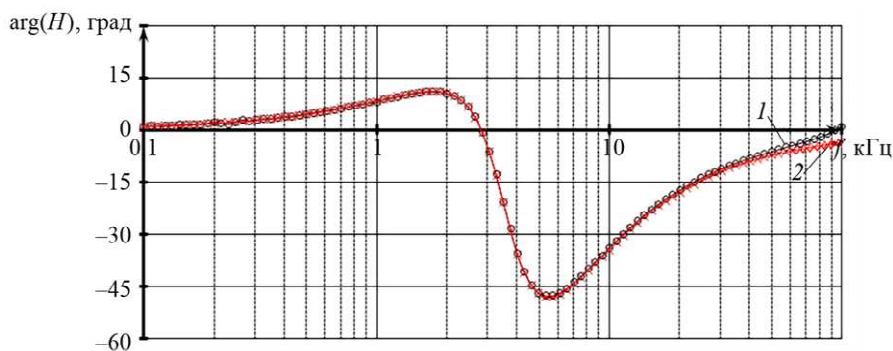
Приведем логарифмическую амплитудно-частотную (рис. 16, б) и фазочастотную (рис. 16, в) характеристики рассчитанной передаточной функции тока транзистора (кривая 1) и передаточной функции схемы замещения, моделирующей ток транзистора (кривая 2). Частотные характеристики линейной модели, описывающей передаточную функцию тока транзистора, демонстрируют высокую степень совпадения с экспериментально полученными частотными характеристиками тока транзистора в рамках импульсной модели преобразователя напряжения с двухконтурной отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току транзистора. Это подтверждает корректность исходного допущения о том, что ток транзистора определяется током, протекающим через параллельное соединение входного сопротивления силовой части  $Z_{вх}$ , задающего ток дросселя, и омического сопротивления  $R$ .



а



б



в

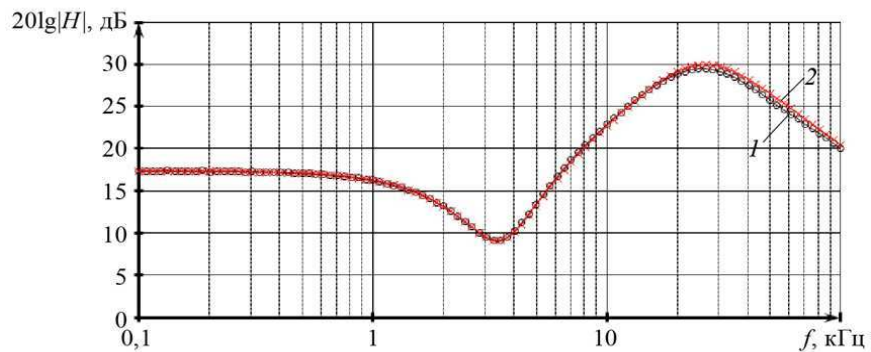
Рис. 16

Таким образом, частотные характеристики тока дросселя и тока транзистора существенно различаются (см. рис. 15, *в, з*; рис. 16, *б, в*). В работах [16, 18] показано, что в импульсном преобразователе напряжения понижающего типа частотные характеристики тока дросселя и тока конденсатора отличаются лишь коэффициентом. В то же время в научной литературе практически отсутствует анализ различий между частотными характеристиками передаточных функций тока дросселя и тока транзистора. Напротив, в силу близости характера протекания процессов управления током транзистора и током дросселя (см. рис. 3, 4), а также совпадения максимальных значений токов обычно предполагается близость их передаточных функций [15, 16, 19, 20]. Кроме того, в большинстве работ частотные характеристики передаточных функций токов транзистора и дросселя не рассматриваются отдельно, поскольку анализ ограничивается либо внешним [5, 15], либо внутренним контуром петлевого усиления [3], без выделения контуров по току и напряжению в преобразователе с двухконтурной отрицательной обратной связью. Отличие же частотных характеристик передаточных функций тока транзистора от тока дросселя обусловлено дискретным характером тока транзистора.

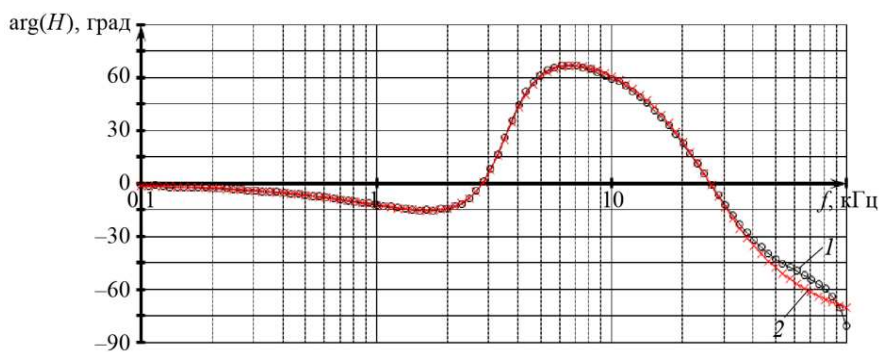
Из-за дискретного характера тока транзистора не только изменяется частотная характеристика токового контура петлевого усиления импульсного преобразователя напряжения, но и меняется частотная характеристика передаточной функции ШИМ-модулятора (см. рис. 15, *а, б*). Согласно данным частотным характеристикам ШИМ-модулятора наблюдается подъем фазочастотных характеристик (см. рис. 15, *б*) и снижение логарифмической амплитудно-фазовой частотной характеристики (см. рис. 15, *а*). Для обеспечения устойчивости и физической реализуемости рассматриваемой линейной электрической цепи необходимо, чтобы на более высоких частотах наблюдался спад фазочастотных характеристик. В таком случае цепь приобретает свойства условно устойчивой системы [5, 21]. Однако, поскольку указанный частотный диапазон характеризуется существенным проявлением нелинейных свойств импульсного преобразователя, в рамках настоящей статьи вопрос реализации схемы замещения данного ШИМ-модулятора не рассматривается.

На практике информация о токе транзистора, как правило, не вводится непосредственно в цепь с отрицательной обратной связью: для подавления высокочастотных составляющих и помех всегда предусматривается включение некоторого интегрирующего звена [5]. Как уже отмечалось в настоящей статье, наличие интегрирующего звена в контуре по току транзистора обуславливает характер частотных характеристик петлевого усиления (см. рис. 12, *а, б*), близкий к характеристикам петлевого усиления импульсного преобразователя напряжения с отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току дросселя (см. рис. 6, *а, б*). В связи с этим рассмотрим реализацию схемы замещения ШИМ-модулятора в импульсном преобразователе напряжения с отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току транзистора с интегрирующей цепью в контуре по току.

Частотные характеристики передаточной функции ШИМ-модулятора, содержащего интегрирующее звено (рис. 17, кривая 1), отличаются от характеристик модулятора без интегрирующего звена (см. рис. 15, *а, б*) наличием спада фазочастотных характеристик (рис. 17, *б*), что существенно упрощает построение схемы замещения. Для этого в схему замещения ШИМ-модулятора (см. рис. 14, *а*) достаточно ввести комплексное входное сопротивление  $Z_{вх}$  (рис. 18). В полученной схеме замещения конденсатор  $C_2$  моделирует задержку, вносимую ШИМ-модулятором, а сопротивления  $R_6, R_7$  определяют значения логарифмической амплитудно-частотной характеристики на низких и высоких частотах. В этом случае частотные характеристики предложенной схемы замещения (рис. 17, кривая 2) демонстрируют хорошее соответствие измеренным частотным характеристикам передаточной функции  $H_{нч}(j\omega)$  (рис. 17, кривая 1) в импульсной модели импульсного преобразователя напряжения с отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току транзистора. Незначительные расхождения наблюдаются в логарифмических амплитудно-частотных (рис. 17, *а*) и фазочастотных характеристиках на частотах выше 50 кГц (см. рис. 17, *б*), что обусловлено нелинейным характером работы импульсного преобразователя напряжения.



a



б

Рис. 17

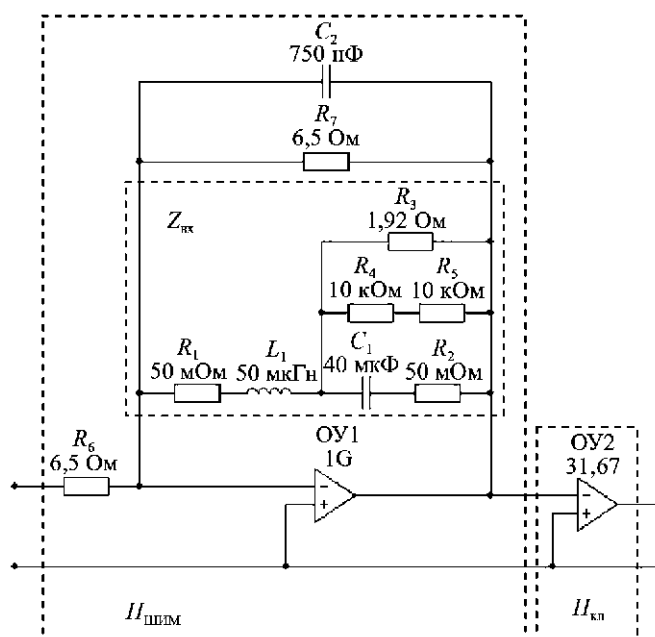


Рис. 18

Таким образом, передаточная функция ШИМ-модулятора с отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току транзистора приобретает параметрический характер вследствие импульсного режима протекания тока транзистора. Это проявляется в том, что усиление ШИМ-модулятора оказывается зависимым от параметров силовой части сглаживающего фильтра импульсного преобразователя напряжения. Указанный факт представляет собой новый научный результат, свидетельствующий о том, что импульсный преобразователь напряжения с отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току транзистора по своей структуре является цепью второго порядка с двумя контурами отрицательной обратной связи и параметрическим ШИМ-модулятором.

## Линейная модель импульсного преобразователя напряжения с отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току транзистора

На рис. 19 представлена линейная схема замещения импульсного преобразователя напряжения с отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току транзистора (с интегрирующим звеном в контуре по току). Каждый линейный и нелинейный блок в схеме замещения выделены пунктирными линиями. Получены логарифмическая амплитудно-частотная (рис. 20, а) и фазочастотная (рис. 20, б) характеристики контуров  $T$ ,  $T_U$ ,  $T_I$  петлевого усиления этой линейной модели импульсного преобразователя напряжения.

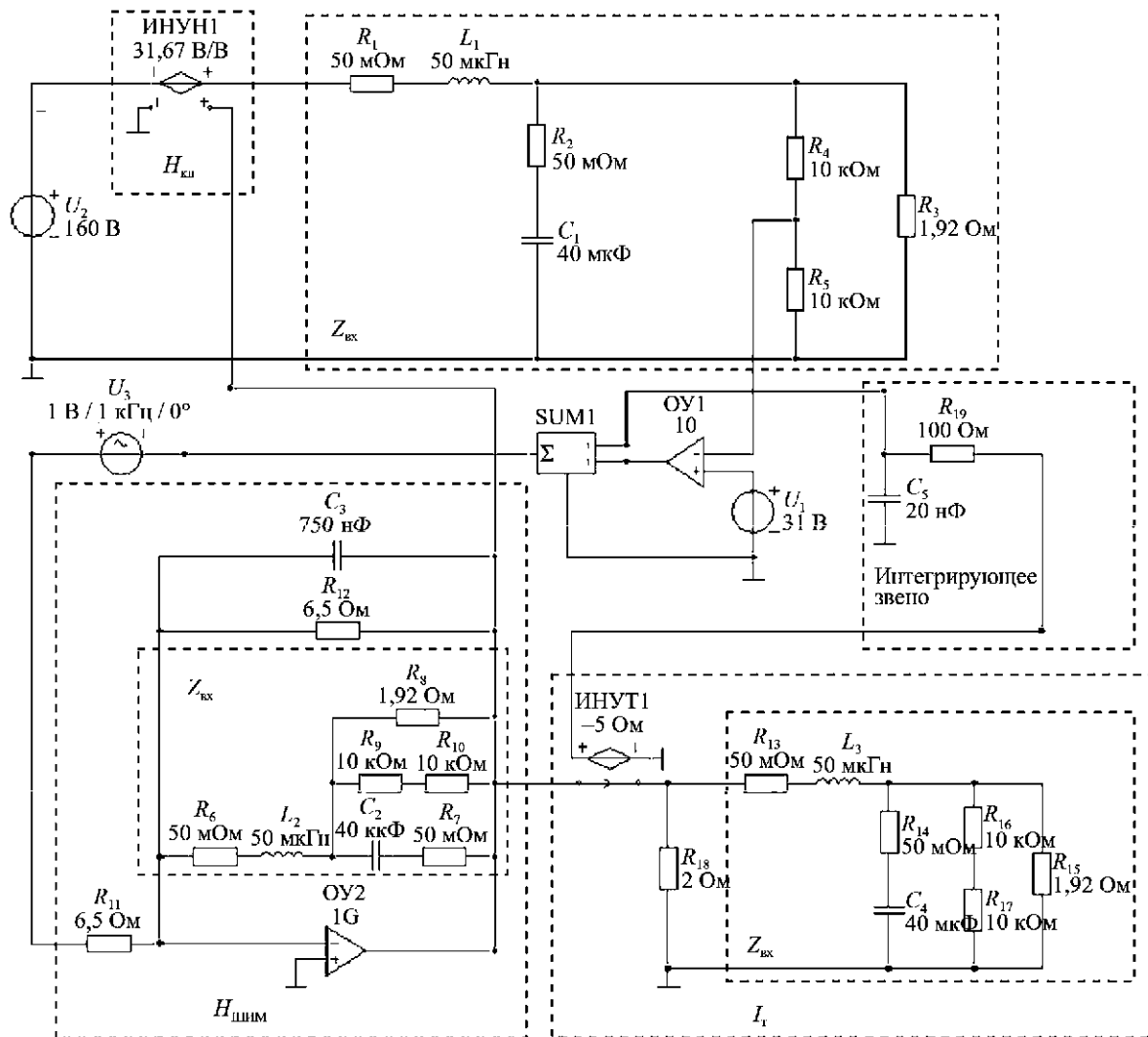


Рис. 19

Полученные частотные характеристики петлевого усиления линейной модели импульсного преобразователя напряжения (см. рис. 20) и импульсной модели импульсного преобразователя напряжения (см. рис. 12, а, б) демонстрируют хорошее совпадение, что говорит о корректности использования полученной линейной модели импульсного преобразователя напряжения (см. рис. 19).

Полученные результаты вновь подтверждают, что импульсный преобразователь напряжения с отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току транзистора следует рассматривать как систему с двухконтурной отрицательной обратной связью, а не как цепь первого порядка с одним контуром обратной связи [2–5, 9–15]. Такой подход обеспечивает возможность раздельного анализа каждого контура отрицательной обратной связи, что позволяет более гибко осуществлять построение корректи-

рующих цепей, а также вводить дополнительные контуры обратной связи. Кроме того, отпадает необходимость выделять преобразователи с отрицательной обратной связью по току транзистора в отдельный класс – преобразователи с управлением по току. Данные устройства представляют собой тот же класс преобразователей, но с параметрическим коэффициентом усиления ШИМ-модулятора. Тем более не следует относить их к одному классу с импульсными преобразователями напряжения с отрицательной обратной связью по току дросселя или конденсатора, которые, в отличие от импульсного преобразователя напряжения с отрицательной обратной связью по току транзистора, имеют обычный (не параметрический) коэффициент усиления ШИМ-модулятора со звеном запаздывания.

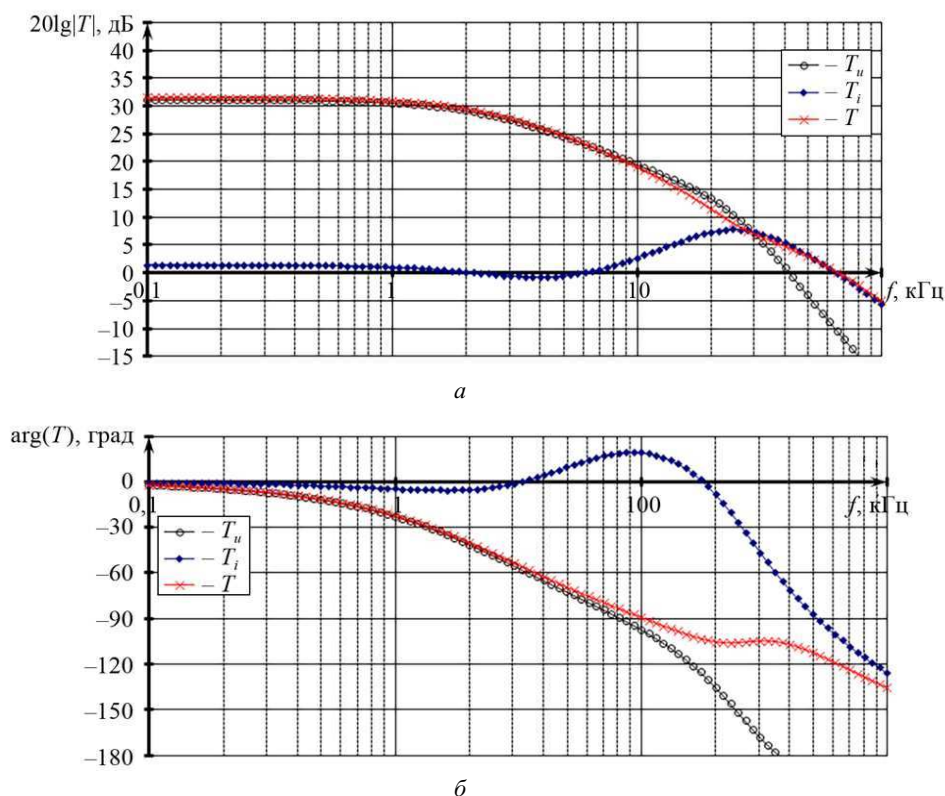


Рис. 20

Таким образом, в работе проведено сравнение частотных характеристик петлевого усиления импульсного преобразователя напряжения с отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току дросселя и петлевого усиления импульсного преобразователя напряжения с отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току транзистора. Показана особенность использования отрицательной обратной связи по току транзистора.

По частотным характеристикам ток дросселя и ток транзистора существенно отличаются.

Приведена схема замещения для определения тока транзистора.

Дискретный характер тока транзистора оказывает влияние не только на частотную характеристику токового контура петлевого усиления импульсного преобразователя напряжения, но и на частотную характеристику самого ШИМ-модулятора. Представлена схема замещения ШИМ-модулятора для случая использования отрицательной обратной связи по току транзистора. Установлено, что ШИМ-модулятор имеет параметрическое усиление, вследствие чего частотная характеристика петлевого усиления импульсного преобразователя напряжения с отрицательной обратной связью по току транзистора приобретает вид, аналогичный частотной характеристике цепи первого порядка.

Импульсный преобразователь напряжения с отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току транзистора необходимо считать цепью второго порядка с двухконтурной отрицательной обратной связью.

Приведена линейная модель импульсного преобразователя напряжения с отрицательной обратной связью по выходному напряжению и току транзистора, частотные характеристики петлевого усиления которой подтвердили корректность предложенной модели.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Middlebrook R.D.* Topics in Multiple-Loop Regulators and Current-Mode Programming // IEEE Transactions on Power Electronics. 1987. Vol. PE-2. № 2. P. 109–124.
2. *Коржавин О.А.* Динамические характеристики импульсных полупроводниковых преобразователей и стабилизаторов постоянного напряжения. М.: Радио и связь, 1997. 300 с.
3. *Kazmierczuk M.K.* Pulse-Width Modulated DC–DC Power Converters. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd, 2008. 925 p.
4. *Kondrath N.* Relative Stability of the Inner-Current Loop of Peak Current-Mode Controlled PWM DC–DC Converters in CCM. Wright State University, 2010. 127 p.
5. *Riddley R.B.* Power Supply Design. Ridley Engineering, Inc., 2012. Vol. 1. Control. 166 p.
6. *Шушпанов Д.В.* О построении многоконтурной отрицательной обратной связи в импульсном преобразователе напряжения // Изв. вузов. Авиационная техника. 2025. № 1. С. 194–218.
7. *Дмитриков В.Ф., Шушпанов Д.В.* Измерение петлевого усиления в импульсном преобразователе напряжения с двухконтурной отрицательной обратной связью // Актуальные проблемы электронного приборостроения: Тр. 12-й Междунар. науч.-техн. конф., г. Новосибирск, 2–4 окт. 2014. Новосибирск: НГТУ, 2014. Т. 7. С. 226–232.
8. *Шушпанов Д.В.* Использование символично-топологического метода для анализа устойчивости линейных электрических цепей // Успехи современной радиоэлектроники. 2025. № 7. С. 14–47.
9. *Riddley R.B.* A New Small-Signal Model for Current-Mode Control. Virginia Polytechnic Institute and State University, 1990. 196 p.
10. *Riddley R.B.* An Accurate and Practical Small-Signal Model for Current-Mode Control. Ridley Engineering, Inc., 1999. 22 p.
11. *Kimhi D., Ben-Yaakov S.* A SPICE Model for Current-Mode PWM Converters Operating Under Continuous Inductor Current Conditions // IEEE Transactions on Power Electronics. 1991. Vol. 6. № 2. P. 281–286.
12. *Морозов В.* Проблемы устойчивости работы DC/DC- и AC/DC-преобразователей с управлением по пиковому току // Электронные компоненты. 2008. № 8. С. 21–33.
13. *Li J., Lee F.C.* New Modeling Approach and Equivalent Circuit Representation for Current-Mode Control // IEEE Transactions on Power Electronics. 2010. Vol. 25. Iss. 5. P. 1218–1230.
14. *Tian S. et al.* Equivalent Circuit Model of Constant on-Time Current Mode Control with External Ramp Compensation // Proc. of the IEEE Energy Conversion Congress and Exposition, Sept. 14–18, 2014, Pittsburgh, USA. 2014. P. 3747–3754.
15. *Смирнов В.С.* Эквивалентные частотные характеристики транзисторных ключевых устройств с отрицательной обратной связью: математическое моделирование, методика измерения и оптимизации: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. СПб., 2007. 17 с.
16. *Дмитриков В.Ф., Шушпанов Д.В.* Устойчивость и электромагнитная совместимость устройств и систем электропитания. М.: Горячая линия – Телеком, 2018. 540 с.
17. *Cho B.H., Lee F.C.Y.* Measurement of Loop Gain with the Digital Modulator // IEEE Transactions on Power Electronics. 1986. Vol. PE-1. № 1. P. 55–62.
18. *Дмитриков В.Ф. и др.* Влияние пульсаций выходного напряжения импульсного преобразователя на коэффициент стабилизации выходного напряжения // Физика и технические приложения волновых процессов. 2009. № 1. С. 105–112.
19. *Vorperian V.* Simplified Analysis of PWM Converters Using the Model of the PWM Switch. Continuous Conduction Mode // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 1990. Vol. 26. Iss. 3. P. 490–496.
20. *Basso C.P.* Designing Control Loops for Linear and Switching Power Supply: A Tutorial Guide. Boston – London: Artech House Publishers, 2012. 593 p.
21. *Белецкий А.Ф.* Теория линейных электрических цепей. СПб.: Лань, 2009. 544 с.

Поступила в редакцию 7.11.25  
После доработки 10.11.25  
Принята к публикации 10.11.25

# Loop Gain of a Pulsed Voltage Converter with Output Voltage Loop and Transistor Current Loop Negative Feedback

D.V. SHUSHPANOV

Bonch-Bruевич Saint Petersburg State University of Telecommunications, Saint Petersburg

*The paper compares the loop gain frequency characteristics of a buck converter with two-loop feedback for the output voltage and inductor current against the loop gain frequency characteristics of a buck converter with two-loop feedback for the output voltage and transistor current. The reasons for the discrepancy in the loop gains frequency characteristics of the converters are shown. It is shown that the PWM modulator in the transistor current feedback converter has parametric gain. A linear model of a converter with two-loop feedback for the output voltage and transistor current is presented, the loop gains frequency characteristics of which confirmed the correctness of the model proposed.*

**Stability, loop gain, pulse voltage converter, linear model, multi-loop feedback, current control**

## ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

УДК 533.6.04, 533.69.04

**И.Д. ЗВЕРКОВ,  
А.В. КРЮКОВ,  
Р.И. СЕМУХИН,  
А.А. МЕШКОВ**

(Институт теоретической  
и прикладной механики  
им. С.А. Христиановича  
СО РАН, Новосибирск;  
НГТУ, Новосибирск),

**В.П. ЧЕХОВ**

(Институт теоретической  
и прикладной механики  
им. С.А. Христиановича  
СО РАН, Новосибирск)  
zverkov@itam.nsc.ru

## Применение крыла изменяемого размаха для стратосферного самолета

*Представлена разработка крыла стратосферного беспилотного летательного аппарата, ориентированного на длительное барражирование в заданной зоне на высотах 15–20 км. Установлено, что аэродинамические и конструктивные особенности крыла изменяемого размаха, с одной стороны, обеспечивают высокую энергетическую эффективность полета на указанных высотах, а с другой, позволяют безопасно проходить нижние слои атмосферы при подъеме в область барражирования и снижении к базовому аэродрому, где характерна повышенная турбулентность, потенциально опасная для летательных аппаратов традиционных схем.*

**Стратосферный беспилотный летательный аппарат, полет в неспокойном воздухе, малые числа Рейнольдса, крыло изменяемого размаха**

В научной литературе отмечается повышенный интерес к стратосферным беспилотным летательным аппаратам длительного срока функционирования со стороны технологически развитых государств с развитой авиастроительной промышленностью, включая США, страны Европейского союза и Российскую Федерацию [1]. Указанный интерес обусловлен потенциалом использования подобных аппаратов в качестве ретрансляторов связи, функционирующих независимо от космической спутниковой группировки. Кроме того, в число приоритетных задач входит осуществление оперативного мониторинга земной поверхности, а также анализ состава атмосферы в исследовательских и прогностических целях. Перспективность данного направления подтверждается также разработкой аналогичных аппаратов, предназначенных для эксплуатации в условиях атмосферы Марса [2].

Вместе с тем, несмотря на высокий уровень интереса к эксплуатации малоскоростных стратосферных летательных аппаратов, развитие данного направления сопряжено с рядом сдерживающих факторов. Концептуальной основой полета таких аппаратов является применение электрической силовой установки, энергообеспечение которой осуществляется за счет аккумуляторных батарей и солнечных батарей, интегрированных в конструкцию крыла.

Экономия энергии в крейсерском полете на большой высоте достигается с помощью крыла с большим удлинением ( $\lambda > 20$ ) и малой удельной нагрузкой (5–20 кг/м<sup>2</sup>). Разработка конструкции, характеризующейся устойчивостью к воздействию атмосферной турбулентности на этапах взлета, посадки и в нижних слоях атмосферы, представляет собой сложную инженерную задачу. Показательным примером является потеря аппарата NASA Helios в 2003 г. именно по данной причине. В 2018 г. потерпел катастрофу российский аппарат «Сова», имеющий размах крыла 28 м. Аппарат Airbus Zephyr, находившийся на грани установления мирового рекорда продолжительности полета, потерпел аварию 19 августа 2022 г. Такое опасное метеорологическое явление, как микровзрыв, создает критическую угрозу на этапах взлета и посадки даже для высокоскоростных воздушных судов [3]. Для указанных стратосферных беспилотных летательных аппаратов попадание в подобные условия с высокой вероятностью влечет за собой катастрофу.

Существуют работы, в которых рассматривается методика проектирования самолетов с энергетической установкой на солнечной энергии и аккумуляторах, как в Российской Федерации [4], так и за рубежом [5]. В целом результаты указанных исследований свидетельствуют о формировании сходного облика летательного аппарата рассматриваемого класса.

В рамках настоящего исследования предлагается принципиально иной алгоритм функционирования стратосферного самолета, отличающийся от существующих подходов. Согласно предлагаемой концепции, взлет и набор высоты осуществляются в конфигурации со сложенным крылом. В процессе набора высоты предусмотрено поэтапное раздвижение крыла, в результате которого площадь и размах увеличиваются не менее чем в 2,5–3 раза. Указанное увеличение геометрических параметров позволяет

снизить скорость полета в 2,5–3 раза, сохраняя при этом диапазон коэффициентов подъемной силы  $C_{ya}$ , соответствующий максимальному аэродинамическому качеству. Вследствие этого мощность, необходимая для горизонтального полета на высоте 15 км, может быть уменьшена в 6,5–9 раз по сравнению с конфигурацией, используемой на этапах взлета и набора высоты. Предлагаемая концепция на настоящий момент не имеет мировых аналогов ни в плане практической реализации, ни в уровне проработки.

Целью настоящей работы является сопоставление летно-технических характеристик крейсерского режима и этапа набора высоты для двух типов стратосферных беспилотных летательных аппаратов – самолета с неподвижным крылом, спроектированного в соответствии с методикой [4], и самолета с раздвижным крылом, обеспечивающим трехкратное изменение размаха. В рамках исследования предполагается оценить способность указанных аппаратов противостоять воздействию метеорологического ветра и атмосферной турбулентности.

Проведенный предварительный анализ технической реализуемости конструкции раздвижного крыла, выполненный на основе патента [6], показал, что максимальное целесообразное увеличение размаха составляет трехкратную величину. Данная конструктивная схема реализуется посредством двухлонжеронного крыла, включающего жесткую центральную секцию и три выдвижные секции вариоформного крыла с мягкой обшивкой.

Эскиз самолета показан на рис. 1. Здесь: 1 – жесткая неподвижная часть крыла; 2 – первая выдвижная секция вариоформной части крыла; 3 – вторая выдвижная секция вариоформной части крыла; 4 – третья выдвижная секция вариоформной части крыла; 5 – фюзеляж; 6 – киль; 7 – горизонтальное оперение; 8 – воздушный винт.

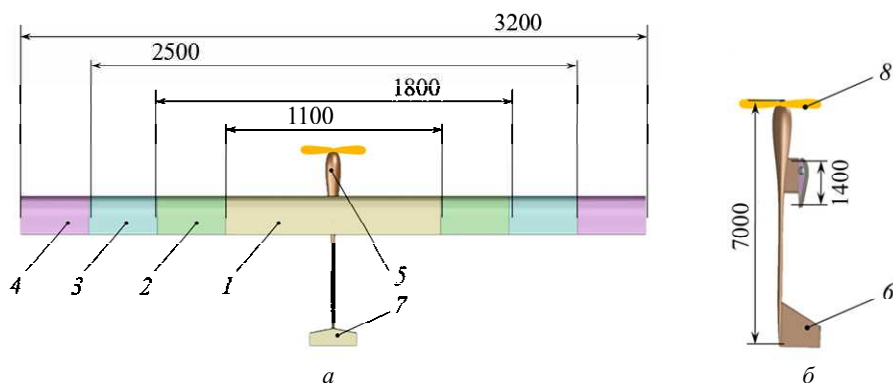


Рис. 1. Габаритный и компоновочный эскиз самолета с раздвижным крылом: а – вид сверху; б – вид сбоку

Самолет классической компоновки «верхнеплан». Воздушный винт расположен в передней части фюзеляжа, киль и горизонтальное оперение – в задней части фюзеляжа. Взлет осуществляется с ложементов на крыше автомобиля, посадка – на выдвигающуюся из фюзеляжа лыжу. Конструкцией воздушного винта предусмотрена возможность его складывания с размещением вдоль продольной оси фюзеляжа.

Приведем основные предполагаемые характеристики самолета: масса полезной нагрузки – 25 кг; взлетная масса летательного аппарата – 270 кг; крейсерская скорость на высоте 18 км более 30 м/с; высота барражирования – 18–20 км; размах крыла на высоте 18 км – 32 м; размах крыла на высоте 0,1 км – 11 м; хорда крыла – 1,4 м; площадь крыла на высоте 18 км – 44,8 м<sup>2</sup>; площадь крыла на высоте 0,1 км – 15,4 м<sup>2</sup>; удлинение крыла на высоте 18 км – 23; удлинение крыла на высоте 0,1 км – 7,9; крейсерское аэродинамическое качество на высоте 18 км – 38; крейсерское аэродинамическое качество на высоте 0,1 км – 11; удельная нагрузка на крыло на высоте 18 км – 55,8 Н/м; удельная нагрузка на крыло на высоте 0,1 км – 227 Н/м; максимальная мощность двигателя – 15000 Вт.

При выборе профиля крыла стратосферного самолета-прототипа [4] использовалось общее уравнение энергетического баланса, в котором максимальное значение коэффициента подъемной силы играет существенную роль. В связи с этим для крыла прототипа был применен профиль Selig 1223 [7].

В настоящей работе постановка задачи отличается в силу конструктивной необходимости обеспечения возможности раздвижения крыла. Требуется профиль с внутренним объемом, достаточным для размещения двух лонжеронов одинакового сечения с одной стороны (рис. 2), а также характеризующийся минимальной потерей аэродинамических качеств при снижении числа Рейнольдса (рис. 3).

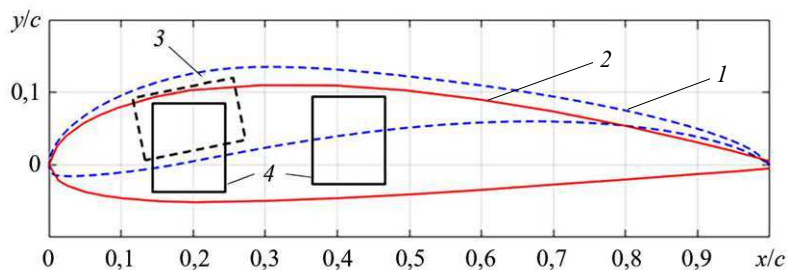


Рис. 2. Сравнение профилей крыла стратосферного самолета прототипа и с самолета раздвижным крылом: 1 – профиль крыла прототипа Selig 1223; 2 – профиль раздвижного крыла CLARK M; 3 – предполагаемый профиль лонжеронов для крыла прототипа; 4 – предполагаемый профиль лонжеронов для разрабатываемого раздвижного крыла

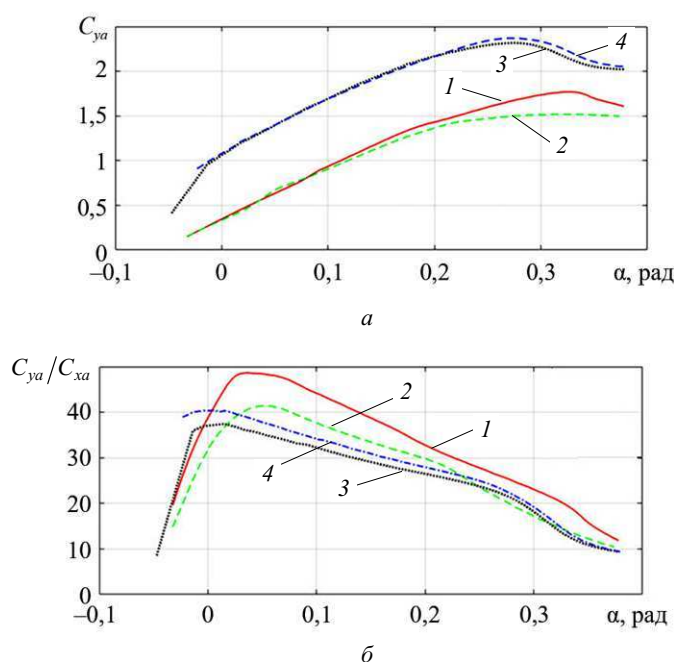


Рис. 3. Зависимость коэффициента подъемной силы  $C_{ya}$  крыла от угла атаки  $\alpha$  (а) и зависимость аэродинамического качества  $C_{ya}/C_{xa}$  от угла атаки  $\alpha$  (б): 1 – раздвижное крыло ( $\lambda = 23$ ; высота полета – 0,1 км); 2 – раздвижное крыло ( $\lambda = 23$ ; высота полета – 18 км); 3 – крыло прототипа ( $\lambda = 29$ ; высота полета – 18 км); 4 – крыло прототипа ( $\lambda = 29$ ; высота полета – 0,1 км)

В концепции стратосферного летательного аппарата с раздвижным крылом достижение предельно высоких значений коэффициента подъемной силы  $C_{ya}$  не является критически значимым. Отказ от его максимизации позволил, во-первых, обеспечить необходимые внутренние объемы профиля для размещения двух лонжеронов, при этом относительная высота профиля увеличена в 1,5 раза по сравнению с прототипом. Это, в свою очередь, потенциально обеспечивает снижение массы поясов лонжерона как минимум вдвое. С другой стороны, несмотря на уменьшение удлинения крыла с  $\lambda = 29$  до  $\lambda = 23$ , аэродинамическое качество крыла на высоте 18 км превышает аналогичный показатель прототипа примерно на 10 %.

Поскольку все построенные прототипы стратосферных беспилотных летательных аппаратов были разрушены вследствие воздействия атмосферной турбулентности, на первом этапе настоящего исследования анализируются преимущества применения крыла изменяемого размаха с точки зрения допустимых перегрузок при полете в турбулентной атмосфере.

В нормах летной годности приводится отдельная рекомендация для расчета перегрузки в турбулентной атмосфере, основанная на величинах максимальных вертикальных порывов для разных высот и профиля скорости вертикального порыва [8, с. 32],

Для высоты до 6100 м амплитуда вертикального порыва принимается  $U_{de} = 15,2$  м/с, для высоты выше 6100 –  $U_{de} = 7,6$  м/с.

Профиль порыва представлен формулой

$$U = \frac{U_{de}}{2} \left( 1 - \frac{\cos(2\pi s)}{25b} \right), \quad (1)$$

где  $U$  – текущая скорость вертикального порыва;  $U_{de}$  – максимальная скорость вертикального порыва;  $b$  – хорда крыла, м;  $s$  – путь, пройденный самолетом в зоне порыва, м.

Для малоскоростного самолета с низкой удельной нагрузкой на крыло наиболее опасен вход в вертикальный порыв, сопровождающийся резким изменением угла атаки. Зная скорость крейсерского полета, скорость вертикального порыва и производную подъемной силы по углу атаки, можно оценить величину изменения угла атаки и величину перегрузки:

$$d\alpha = \arcsin\left(\frac{V}{U_{de}}\right); \quad (2)$$

$$n = 1 + \left( \frac{C'_{ya}(\alpha) da}{C_{yac}} \right), \quad (3)$$

где  $V$  – крейсерская скорость самолета на заданной высоте, м/с;  $da$  – изменение угла атаки, рад;  $C'_{ya}(\alpha)$  – производная коэффициента подъемной силы, 1/рад;  $C_{yac}$  – коэффициент подъемной силы на крейсерском режиме полета,  $C_{yac} = 1$ .

Зависимость коэффициента подъемной силы  $C_{ya}$  от угла атаки  $\alpha$  стратосферного самолета-прототипа и предлагаемого самолета с раздвижным крылом на разных высотах  $H$  представлена на рис. 4.

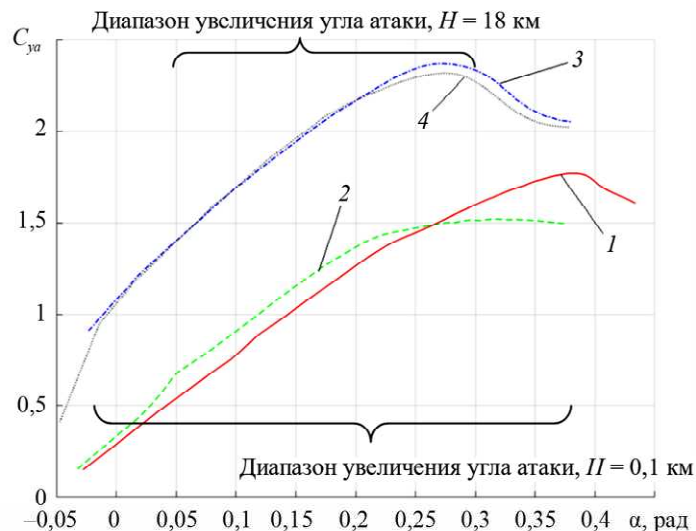


Рис. 4. Сопоставление зависимостей коэффициента подъемной силы от  $\alpha$  с диапазонами возможных изменений угла атаки от вертикального порыва ветра. Конфигурации крыла: 1 – раздвижное крыло (размах – 11 м; высота полета – 0,1 км); 2 – раздвижное крыло (размах – 32 м; высота полета – 18 км); 3 – крыло прототипа (высота – 0,1 км); 4 – крыло прототипа (высота – 18 км)

Производная  $C'_{ya}(\alpha)$  рассчитывалась методом наименьших квадратов полиномом первой степени в диапазоне углов атаки 0,05...0,15 рад.

Данные расчетов сведены в табл. 1.

Таблица 1

Условие полета	Высота полета, км	Число Рейнольдса	Удлинение крыла	Производная коэффициента подъемной силы	Крейсерская скорость, м/с	Вертикальный порыв, м/с	Изменение угла атаки, рад	Перегрузка
Крыло-прототип ( $\lambda = 29$ , профиль Selig 1223)	0,1	610000	29	5,84	5,0	7,6	0,89	5,2
	18	310000	29	5,39	16	3,8	0,23	2,24
Раздвижное крыло (профиль CLARK M)	0,1	1630000	7,6	4,90	16,8	7,6	0,42	3
	18	340000	22,9	5,51	30	3,8	0,12	1,6

На основании сопоставления графиков (см. рис. 3, 4) с диапазонами возможных изменений угла атаки от вертикального порыва ветра (см. рис. 4) и результатов, приведенных в табл. 1, выявлена главная причина разрушения большинства ранее созданных прототипов стратосферных самолетов с солнечными батареями. В нижних слоях атмосферы подобные аппараты характеризуются низкой скоростью полета, сопоставимой со скоростью вертикальных порывов, вследствие чего на конструкцию воздействуют значительные перегрузки. Вторым негативным фактором выступает переход обтекания крыла в срывные режимы, выход из которых также сопровождается высокими перегрузками.

Предлагаемая концепция раздвижного крыла позволяет минимизировать влияние указанных факторов. Во-первых, за счет уменьшения площади крыла на малых высотах увеличивается крейсерская скорость полета; во-вторых, вследствие уменьшения удлинения крыла на 16 % снижается производная коэффициента подъемной силы по углу атаки  $C'_{ya}(\alpha)$ . Это обеспечивает уменьшение приращения угла атаки практически в два раза и позволяет снизить максимальную перегрузку на 50 % от максимально возможной величины, возвращая ее значения к показателям, рекомендуемым для летательных аппаратов данного класса.

Еще одним негативным фактором, ограничивающим применение стратосферных самолетов с питанием от солнечных батарей, является низкая скорость крейсерского полета. В работах [4, 5] данному аспекту уделяется недостаточное внимание, в связи с чем необходимо восполнить указанный пробел.

Для проведения расчетов использованы параметры стандартной атмосферы, регламентированные государственными стандартами [9, 10], которые устанавливают профили скорости ветра в зависимости от высоты, а также учитывают территориальные особенности Российской Федерации. В указанных стандартах приведены средние значения для определенных временных периодов. Обобщенный анализ показывает, что для эффективного противодействия атмосферным ветрам скорость полета самолета должна составлять на малых высотах не менее 15 м/с, а на больших высотах – не менее 30 м/с.

С учетом ограничения по минимальной скорости ранее применяемая концепция проектирования [4, 5], в рамках которой крейсерская скорость выступала как определяемый параметр, рассчитываемый на основе совместного решения преобразованных уравнений весового и энергетического баланса, утрачивает свою применимость. Минимальное энергопотребление в концепции раздвижного крыла обеспечивается за счет крейсерского режима полета с коэффициентом подъемной силы  $C_{yac} = 1$ , что соответствует значениям аэродинамического качества, близким к максимальному. Для верификации параметров предлагаемой концепции по критерию способности преодолевать атмосферные ветры в качестве конкретной точки возможных будущих испытательных полетов такого аппарата была выбрана позиция с координатами  $50^\circ$  с. ш.,  $80^\circ$  в. д.

Как показано на рис. 1, концепция раздвижного крыла предусматривает четыре стадии конфигурации крыла и полетных характеристик, которые приведены в табл. 2 и на рис. 5.

Анализ графиков выявляет вторую существенную проблему стратосферного самолета с фиксированным крылом, использующего солнечную энергию, – недостаточную способность противодействовать атмосферным течениям в широтах, соответствующих территории Российской Федерации. В летний период средняя скорость метеорологического ветра (рис. 5, кривая 2) ниже крейсерской скорости самолета

с фиксированным крылом (рис. 5, кривая 3) только на высотах полета свыше 16 км, тогда как в зимний период скорость метеорологического ветра (рис. 5, кривая 1) практически на всех высотах превышает крейсерскую скорость самолета с фиксированным крылом. Вследствие этого возврат на аэродром вылета при необходимости может оказаться невозможным. Преимущества самолета с раздвижным крылом проявляются в том, что его крейсерская скорость (рис. 5, кривая 4) на режиме максимального аэродинамического качества ( $C_{yac} = 1$ ) превышает средние значения метеорологического ветра на всех рассматриваемых высотах в течение всего года. Дополнительно сохраняется определенный эксплуатационный резерв, обусловленный возможностью увеличения высоты начала раздвижения крыла, а также незначительным снижением полетного значения коэффициента подъемной силы  $C_{ya}$ .

Таблица 2

Параметры	Высота полета, км			
	0–5	5–10	10–15	15–20
Размах крыла, м	11	18	25	32
Площадь крыла, м <sup>2</sup>	15,4	25,2	35	44,8
Средняя крейсерская скорость, м/с	18	19	22,5	30
Удлинение	7,86	12,86	17,86	22,86
Число Рейнольдса	1620000	930000	640000	340000

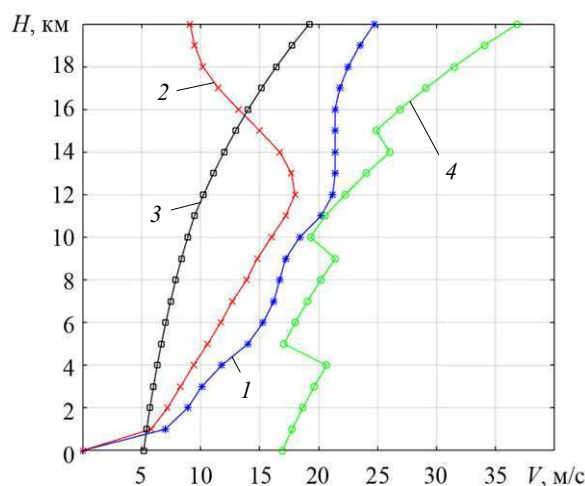


Рис. 5. Сопоставление зависимости средней скорости ветра от высоты полета для местности в районе 50° с. ш., 80° в. д. [10] с зависимостью крейсерской скорости летательного аппарата от высоты полета

Таким образом, в работе рассматривалась новая концепция стратосферного беспилотного самолета длительного полета с раздвижным крылом. Проводилось сравнение с самолетом-прототипом — проектом стратосферного самолета с фиксированным крылом и энергоустановкой на солнечных батареях [4].

Показано, что применение технологии раздвижного крыла, при которой взлет осуществляется со сложным крылом, а по мере набора высоты происходит выдвигание дополнительных секций с увеличением размаха и удлинения крыла, способствует снижению расчетных перегрузок при полете в условиях атмосферной турбулентности. В результате удалось ограничить величину ожидаемой перегрузки до  $n = 3$  в нижних слоях атмосферы и до  $n = 1,6$  на высоте барражирования, что соответствует допустимым значениям для летательных аппаратов данного класса.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ 24-29-00329.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Цуканов И.Р., Азман А.В. Решаемые проблемы, преимущества и перспективы развития стратосферных беспилотных летательных аппаратов // Известия ТулГУ. Технические науки. 2023. № 2. С. 335–339.
2. Карпович Е.А., Гуереш Д. Беспилотный самолет нормальной схемы на солнечных батареях для исследования Марса: параметрические исследования // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 1. С. 4–10.

3. Ефремов А.В., Тяглик М.С., Щербаков А.И. Разработка средств подавления негативных явлений при попадании самолета в интенсивную атмосферную турбулентность на этапе захода на посадку // Изв. вузов. Авиационная техника. 2021. № 2. С 32–36.
4. Самойловский А.А. Методика формирования облика беспилотных летательных аппаратов с силовой установкой на солнечной энергии: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. М., 2016. 24 с.
5. Noth A. Design of Solar Powered Airplanes for Continuous Flight. ETH Zurich, 2008. 170 p.
6. Способ управления аэродинамическими характеристиками несущей поверхности и несущая поверхность: пат. 2412864 Рос. Федерация, № 2009127202/11; заявл. 14.07.2009; опубл. 27.02.2011, Бюл. № 6.
7. Selig M.S. et al. Summary of Low-Speed Airfoil Data. USA: SoarTech Publications, 1996. Vol. 2. 454 p.
8. Приказ Росавиации № 922-П от 16 дек. 2022. Об утверждении Норм летной годности беспилотных авиационных систем с беспилотным воздушным судном самолетного типа с максимальной взлетной массой до 5400 кг НЛГБАС-СТ [Электронный ресурс]. URL: <https://dv.favt.ru/deyatelnost-razvitiie-bas-npb-bas/> (дата обращения: 9.08.2025).
9. ГОСТ 4401-81. Атмосфера стандартная. Параметры. Обозначение. М.: Изд-во стандартов, 1981. 165 с.
10. ГОСТ 24728-81. Ветер. Пространственное и временное распределение характеристик. М.: Изд-во стандартов, 1981. 88 с.

Поступила в редакцию 9.09.25  
После доработки 29.11.25  
Принята к публикации 30.11.25

## Application of Variable-Span Wing for a Stratospheric Aircraft

I.D. ZVERKOV<sup>1,2</sup>, A.V. KRYUKOV<sup>1,2</sup>, R.I. SEMUKHIN<sup>1,2</sup>,  
A.A. MESHKOV<sup>1,2</sup>, AND V.P. CHEKHOV<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics of the Siberian Branch of the RAS, Novosibirsk

<sup>2</sup> NSTU, Novosibirsk

*The paper presents the design of a wing for a stratospheric unmanned aerial vehicle intended for long-duration loitering in a specified area at altitudes of 15–20 km. It was established that the aerodynamic and structural features of the variable-span wing, on the one hand, ensure high energy efficiency of flight at the specified altitudes, and on the other hand, enable safe passage through the lower atmospheric layers during ascent to the loitering zone and descent to the base airfield, where intensive turbulence—potentially hazardous for conventional aircraft configurations—is typical.*

**Stratospheric unmanned aerial vehicle, flight in turbulent air, low Reynolds numbers, variable-span wing**

## Определение собственных частот оболочечного элемента

**М.Е. МАРЧУК,**  
**С.И. СЕНАШОВ,**  
д-р физ.-мат. наук,  
**А.И. ЛЫКУМ**  
(СибГУ им. М.Ф. Решетнева,  
Красноярск)  
mmarchuk98@mail.ru

*Рассматривается решение задачи определения собственных частот оболочечного элемента по типу твердотельного рефлектора космического аппарата. Предложен аналитический способ определения собственных частот оболочки из изотропного материала. Проведено сравнение частот, полученных предложенным способом и расчетом с помощью метода конечных элементов, принятого за эталонный.*

**Оболочечный элемент, рефлектор, собственные частоты, конечно-элементная модель, космический аппарат, жесткость**

Космический аппарат представляет собой систему, состоящую из несущих конструкций, обшивки, навесного оборудования, антенн, панелей солнечных батарей и т. д. [1]. Механические нагрузки воздействуют на космический аппарат при наземном транспортировании, в процессе проведения такелажных работ, на участке выведения и орбите функционирования во время работы двигательной установки космического аппарата [2]. Механические нагрузки являются источником вибрации конструкции космического аппарата и его бортовой аппаратуры. При проектировании объектов необходимо учитывать возможность многократного увеличения амплитуд на резонансных режимах работы.

Эксплуатационные воздействия динамической природы индуцируют в системе колебательные процессы. Широкий и насыщенный спектр таких воздействий предопределяет возникновение резонансных явлений. Вследствие этого вибрационные нагрузки приобретают доминирующее значение, ограничивая прочностные характеристики и эффективность функционирования конструкции, включая агрегаты, узлы крепления оборудования, промежуточные элементы и крепежные соединения. В рамках модального анализа жесткости конструкции космического аппарата решается задача определения ее модальных параметров – собственных частот, форм колебаний и коэффициентов демпфирования, соответствующих этим частотам [1].

Параболоидные оболочки широко используются в аэрокосмических конструкциях, таких, как обтекатель ракеты, антенны связи, оптические зеркала [3].

Для конструкций, испытывающих динамические воздействия, ключевой задачей на этапе проектирования космического аппарата является определение собственных частот его элементов. В процессе разработки требуется обеспечить отсутствие резонансных явлений в заданном диапазоне частот, поскольку резонанс негативно влияет на прочностные характеристики изделия. Предотвращение резонанса достигается за счет обоснованного выбора силовой схемы конструкции и рационального использования материалов [4].

В данной работе предложено решение задачи определения собственных частот оболочечного элемента для рефлектора космического аппарата.

На рис. 1 показан рефлектор с подкрепляющей конструкцией [5, 6].



Рис. 1

В аэрокосмической технике оболочки, как правило, изготавливаются из композиционных материалов [7]. Твердотельный рефлектор представляет собой композитную конструкцию, выполненную в виде

трехслойных оболочек, в которой между несущими слоями из полимерного композиционного материала расположен наполнитель. Схема таких конструкций показана на рис. 2 [8]. Здесь: 1 – несущие слои из углепластика; 2 – сотовый наполнитель.

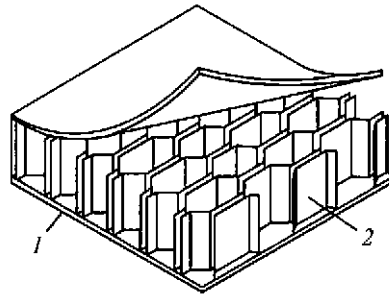


Рис. 2

Типичное поперечное сечение полной параболоидальной оболочки вращения показано на рис. 3.

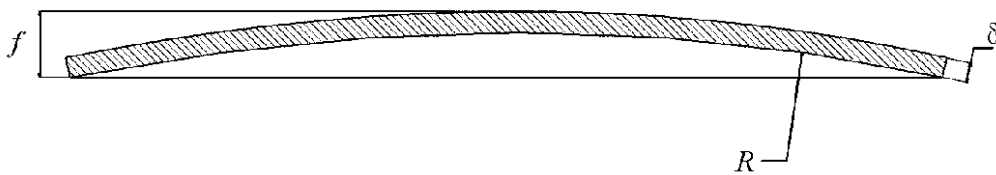


Рис. 3

Поскольку рефлектор представляет собой кривую второго порядка, а точнее, параболоид вращения, то согласно работе [9] рефлектор имеет форму параболоида вращения, заданного уравнением

$$z = h^2(x^2 + y^2), \quad |x| \leq 1, \quad |y| \leq 1. \quad (1)$$

Данная оболочка имеет круглую форму радиуса

$$L = \frac{1}{h^2} \left( \frac{\sqrt{1+4h^4}}{2} + \frac{1}{2} \ln \left| 2h^2 + \sqrt{1+4h^4} \right| \right).$$

Радиус кривизны параболоида равен

$$R = \frac{1}{2h^2}.$$

Тогда согласно работам [9, 10] система дифференциальных уравнений имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} K \Delta \Delta u - \frac{1}{R} \Delta F &= -\rho \delta \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}; \\ \frac{1}{Et} \Delta \Delta F + \frac{1}{R} \Delta u &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $K = \frac{E\delta^3}{12(1-\nu^2)}$ ,  $E$  – модуль Юнга,  $\nu$  – коэффициент Пуассона;  $\rho$  – плотность;  $u$  – отклонение по

нормали от срединной поверхности;  $F$  – напряжение, возникающее в оболочке;  $\delta$  – толщина оболочки;  $\Delta$  – оператор Лапласа.

Оболочка закреплена по контуру. Указанная схема закрепления не соответствует реальной конструкции, однако принята в качестве первого приближения при проведении расчета.

Решение поставленной задачи сводится к решению уравнений (2). При граничных условиях

$$u|_{r=L} = 0$$

поставленную задачу решаем следующим образом.

Действуя оператором  $\Delta$  на второе уравнение системы (2), в силу второго уравнения получим:

$$K\Delta\Delta\Delta u - \frac{E\delta}{R^2}u = -\rho\delta\Delta\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \quad (3)$$

Будем искать решения уравнения (3) в виде

$$u = A(t)w(r, \varphi), \quad (4)$$

где  $r, \varphi$  – полярные координаты;  $w(r, \varphi)$  – произвольное решение уравнения

$$w_{rr} + \frac{1}{r}w_r + \frac{1}{r^2}w_{\varphi\varphi} = 0. \quad (5)$$

Решение уравнения (5) известно и имеет вид

$$w(r, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} ((n\varphi + b_{nm} \sin n\varphi)(a_{nm} \cos)) J_n \left( \frac{\mu_m^n}{L} r \right), \quad (6)$$

где  $\mu_m^n$  –  $m$ -й корень уравнения  $J_n(\mu) = 0$ ;  $a_{nm}, b_{nm}$  – произвольные постоянные.

Тогда из второго уравнения (2) получаем уравнение Пуассона для определения функции напряжения  $F$ :

$$\Delta F = -\frac{E\delta}{R}w. \quad (7)$$

Из уравнений (2), (4) получаем уравнение для определения функции  $A(t)$ :

$$A_{tt} + k^2 A = 0, \quad k^2 = \frac{E}{\rho R^2}. \quad (8)$$

Из уравнения (8) получаем

$$A = c_1 \sin kt + c_2 \cos kt,$$

где  $c_1, c_2$  – произвольные постоянные.

Окончательно получаем следующее решение для определения нормального смещения:

$$u(r, \varphi, t) = (c_1 \sin kt + c_2 \cos kt) \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} (a_{nm} \cos n\varphi + b_{nm} \sin n\varphi) J_n \left( \frac{\mu_m^n}{L} r \right);$$

$$\Delta F = -\frac{E\delta}{R^2}u. \quad (9)$$

Тогда для определения  $\mu_m^n$  необходимо решить уравнение

$$\mu_m^n = L\rho. \quad (10)$$

Решая это уравнение относительно  $n, m$ , получаем резонансные частоты, которые характеризуются материалом, из которого изготовлена оболочка, и радиусом кривизны оболочки.

Приведем некоторые значения нулей функций Бесселя:

$$\mu_1^0 = 2,4048, \quad \mu_2^0 = 5,5201, \quad \mu_3^0 = 8,6537, \dots;$$

$$\mu_1^1 = 3,0317, \mu_2^1 = 7,0156, \dots;$$

$$\mu_1^2 = 5,136, \mu_2^2 = 8,417, \dots$$

Основная резонансная частота получается из уравнения

$$p = k = \sqrt{\frac{E\delta}{\rho R^2}} \sqrt{\frac{1}{12(1-\nu^2)}}. \quad (11)$$

Основная собственная частота определяется из уравнения (11), остальные собственные частоты рассмотренного рефлектора, заданного уравнением (1), определяются формулами (10).

Для упрощения рассмотрим рефлектор (оболочку), сделанную из изотропного материала – алюминиевого сплава. Данный материал не используется в реальной конструкции, но принят для первого приближения. Оболочка жестко закреплена по контуру, запрещено перемещение по трем осям  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  и трем углам поворота  $R_x$ ,  $R_y$ ,  $R_z$ .

Оболочка задана уравнением

$$4\Phi Z = Y^2 + X^2, \quad |X| \leq 1, \quad |Y| \leq 1.$$

Для расчета зададим фокусное расстояние  $\Phi = 700$  мм и толщину  $\delta = 20$  мм.

Приведем физико-механические характеристики АМг.6 [11]: модуль упругости – 71 ГПа; плотность – 2640 кг/м<sup>3</sup>; коэффициент Пуассона – 0,3.

Данная задача была решена средствами программного обеспечения Femap NX Nastran [12].

На рис. 4 показана конечно-элементная модель оболочки:  $a$  – вид сбоку;  $b$  – вид спереди.

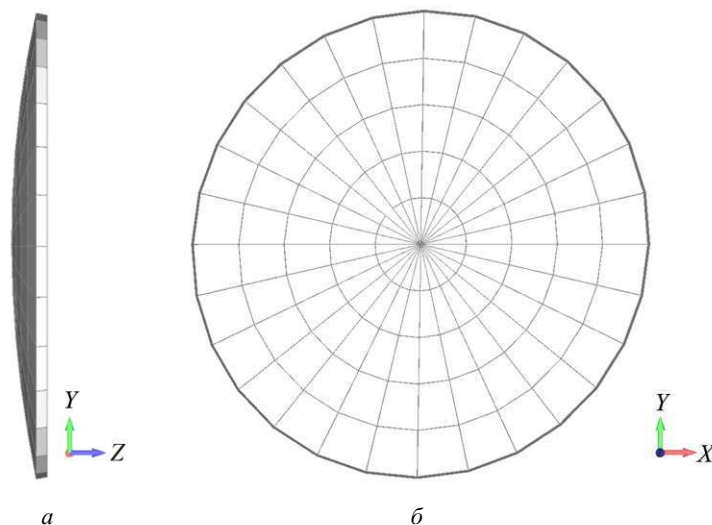


Рис. 4

При создании конечно-элементной модели использовались элементы типа plate.

Приведем формы колебаний первой 638,41 Гц (рис. 5,  $a$ ) и второй 745,91 Гц (рис. 5,  $b$ ) собственных частот оболочки.

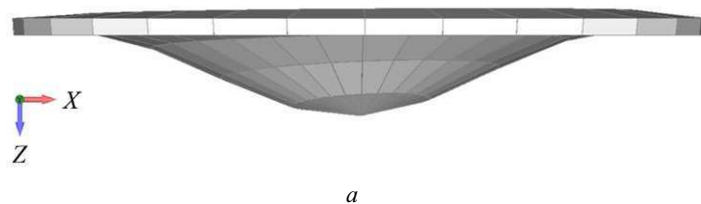
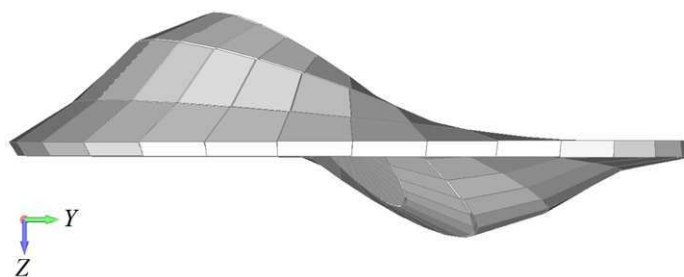


Рис. 5 (Начало)



б

Рис. 5 (Окончание)

Были определены собственные частоты и эффективная масса алюминиевой оболочки (таблица).

Номер тона	Частота, Гц	Эффективная масса, %					
		X	Y	Z	RX	RY	RZ
1	638,41	-	-	56,30	0,55	0,14	-
2	745,91	0,37	1,54	0,60	41,27	10,33	-
3	748,32	1,69	0,41	-	9,31	40,53	-
4	1050,75	-	-	0,70	-	-	-
6	1171,25	-	-	27,07	-	-	-
7	1425,49	-	-	-	0,15	-	-
8	1425,78	-	-	-	-	0,11	-
9	1680,63	0,19	0,78	-	18,75	4,71	-
10	1731,03	0,83	0,20	-	4,15	18,01	-
Итого		3,10	2,96	84,67	74,23	73,88	0,00

Приведем значения собственных частот, полученных в результате аналитического расчета: номер тона – 1; частота – 660,48 Гц.

Таким образом, предложенный способ можно использовать при аналитическом исследовании свободных колебаний оболочки, закрепленной по контуру.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крючков А.Н. и др. Модальный анализ солнечной панели космического аппарата // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2023. № 3. С. 36–46.
2. Чеботарев В.Е., Косенко В.Е. Основы проектирования космических аппаратов информационного обеспечения. Красноярск: СибГАУ, 2011. 488 с.
3. Kang J.-H., Leissa A.W. Free Vibration Analysis of Complete Paraboloidal Shells of Revolution with Variable Thickness and Solid Paraboloids from a Three-Dimensional Theory // Computers and Structures. 2005. Vol. 83. Iss. 31-32. P. 2594–2608.
4. Гайнутдинов В.Г., Соркин Э.М. Проектирование тонкостенной конструкции максимальной жесткости с учетом потери устойчивости панели // Изв. вузов. Авиационная техника. 2004. № 1. С. 3–5.
5. Технические характеристики спутника Ямал-402. [Электронный ресурс]. URL: [http://www.gascom.ru/ru/new\\_projects/yamal\\_402/technical\\_performance/index.php](http://www.gascom.ru/ru/new_projects/yamal_402/technical_performance/index.php) (дата обращения: 12.09.2025).
6. Large Deployable Ultra-Light Reflector for Ka-Band Applications [Electronical Resource]. URL: <https://artes.esa.int/projects/large-deployableultra-light-reflector-ka-band-applications> (дата обращения: 12.09.2025).
7. Буянов И.А., Ростовцев М.Ю., Шелофаст В.В. Валидация системы инженерного анализа композиционных конструкций на примере расчета собственных частот антисимметричных ламинатных пластин // Изв. вузов. Авиационная техника. 2016. № 4. С. 149–154.
8. Новиков А.Д. Разработка методики определения параметров конструктивно-силовых схем прецизионных и легких рефлекторов зеркальных космических антенн межспутниковой связи: Автореф. дис... канд. техн. наук. М., 2020. 6 с.
9. Flugge W. Stresses in Shells. Springer, 1973. 525 p.
10. Huszár Z., Hegedűs I. Free Vibrations of a Paraboloid Shell // Periodica Polytechnica Civil Engineering. 2005. Vol. 49. № 1. P. 13–26.
11. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов. Киев: Наукова думка, 1988. 736 с.

12. Рычков С.П. Моделирование конструкций в среде Femap with NX Nastran. М.: ДМК Пресс, 2013. 784 с.

Поступила в редакцию 12.10.25

После доработки 20.11.25

Принята к публикации 20.11.25

## Determination of Natural Frequencies of a Shell Element

M.E. MARCHUK, S.I. SENASHOV, AND A.I. LYKUM

SIBSIU, Krasnoyarsk

*This paper examines the solution to the problem of determining the natural frequencies of a shell element similar to a solid-state spacecraft reflector. An analytical method for determining the natural frequencies of a shell made of an isotropic material is proposed. The frequencies obtained by the proposed method are compared with those obtained by a finite element calculation, which is used as a reference.*

**Shell element, reflector, natural frequencies, finite element model, spacecraft, rigidity**

## Изменение частотной характеристики эжекторного пульсирующего воздушно-реактивного двигателя как способ получения вибрационного горения

*Экспериментальным методом получены частотные характеристики на работающем эжекторном пульсирующем воздушно-реактивном двигателе при различной длине резонаторной трубы. С помощью преобразования Фурье построены акустические спектры и график взаимосвязи длины резонаторной трубы с частотными гармониками. Установлено значение длины выпускной трубы, соответствующее возникновению режима вибрационного горения, отличительной особенностью которого является возрастание амплитуды пульсаций тяги двигателя.*

**К.А. СИДЕНКО,**  
аспирант,  
**В.В. БИРЮК,**  
д-р техн. наук  
(Самарский ун-т, Самара)  
sidenkokirill@mail.ru

**Эжекторный пульсирующий воздушно-реактивный двигатель, нормальное горение, вибрационное горение, пульсирующее горение, смесеобразование, акустическая настройка**

«Процесс самовозбуждения акустических колебаний газа в энергетических установках с горением известен с работ Хиггинса и Рэля. В литературе это явление называют также вибрационным горением, неустойчивостью горения, термическим возбуждением звука, термоакустическими колебаниями, пульсационным горением» [1].

В камерах сгорания двигателей летательных аппаратов мощные колебания приводят к частичному или полному разрушению элементов конструкции, снижают надежность их работы. Вследствие интенсификации теплообмена в ряде случаев наблюдается прогорание различных частей камеры сгорания. В связи с этим обеспечение устойчивости процесса горения представляет собой актуальную научно-техническую проблему, сопряженную с существенными материальными затратами и занимающую значительную долю времени в общем цикле доводки двигателей. Вместе с тем экспериментально установлено, что газодинамические колебания способствуют повышению теплонапряженности топочного объема, интенсификации теплообмена со стенками камеры сгорания и увеличению полноты сгорания топливной смеси по сравнению со стационарным (устойчивым) режимом горения [2–6].

«Независимо от того, положительную или отрицательную роль играет вибрационное горение, все высокочастотные колебания в камере сгорания связаны со взаимодействием горения и акустических колебаний газового столба, находящегося в двигателе» [7].

В работе [8] определены источники энергии и механизмы, подводящие энергию к колебательной системе исследуемого эжекторного пульсирующего воздушно-реактивного двигателя, поддерживающего акустические автоколебания газа. По результатам работы установлено, что для работающего двигателя источником автоколебаний является теплоподвод. Максимальный уровень акустической энергии генерируется именно в процессе горения.

Известно [7], что при возникновении автоколебаний, инициируемых процессом горения, наличие обратной связи обуславливает воздействие акустических колебаний на сам процесс горения. Следовательно, необходимо исследовать влияние акустических колебаний на процесс горения в пульсирующем воздушно-реактивном двигателе. В данном случае резонансную частоту будем изменять длиной выпускной трубы.

Для проведения исследования предлагается экспериментальная установка, схема которой приведена на рис. 1. Здесь: 1 – воздушный компрессор; 2 – осушитель воздуха; 3 – ресивер; 4 – регулятор давления; 5 – электромагнитные клапаны; 6 – сопла; 7 – вентилятор; 8 – смеситель; 9 – эжекторный пульсирующий воздушно-реактивный двигатель; 10 – датчик звукового давления; 11 – регистратор данных; 12 – персональный компьютер.

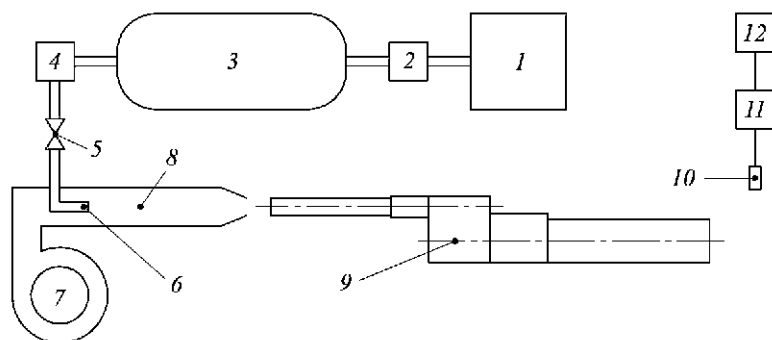


Рис. 1

Испытания проводились в условиях наддува в первый смеситель при включении центробежного вентилятора высокого давления. При скорости набегающего воздушного потока 60 м/с двигатель прогревается 15–20 с от пусковой форсунки. При достижении температуры топлива 300–400 °С ступенчато, поочередно включаются пять электромагнитных клапанов, подающих сжатый воздух из ресивера для достижения требуемого расхода воздуха с одновременным увеличением подачи топлива в двигатель. Около выпускной трубы располагается датчик звукового давления, сигнал с которого записывается регистратором данных и далее передается на персональный компьютер. С помощью весового тензодатчика регистрировались пульсации силы тяги, создаваемой исследуемым двигателем.

Цель данной работы состоит в определении влияния положения зоны горения на частотные характеристики в эжекторном пульсирующем воздушно-реактивном двигателе с целью получения вибрационного горения.

В работе [9] показано влияние акустической настройки на режим работы эжекторного пульсирующего воздушно-реактивного двигателя. При уменьшении длины выпускной трубы (резонатора) до 1380 мм наблюдается уменьшение размаха значений силы тяги на осциллограмме, представленной на рис. 2. Здесь: 1 – давление в топливном коллекторе; 2 – давление во второй впускной трубе; 3 – средневыврявленное значение давления во второй впускной трубе; 4 – сила тяги.

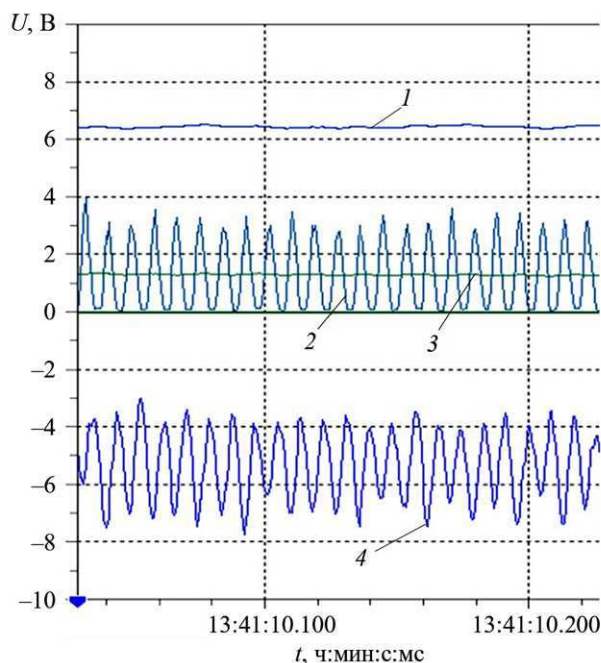


Рис. 2

На последующем этапе были зарегистрированы частотные характеристики и выполнено быстрое преобразование Фурье (рис. 3) при скорости набегающего потока воздуха 60 м/с.

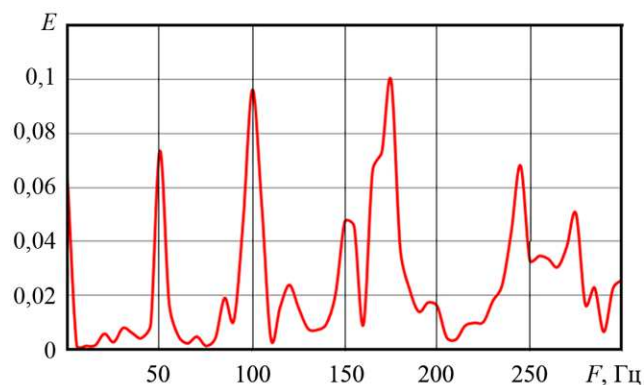


Рис. 3

На рис. 4 показана осциллограмма, полученная при длине резонаторной трубы 1400 мм. Здесь: 1 – давление в топливном коллекторе; 2 – давление во второй впускной трубе; 3 – средневзвешенное значение давления во второй впускной трубе; 4 – сила тяги.

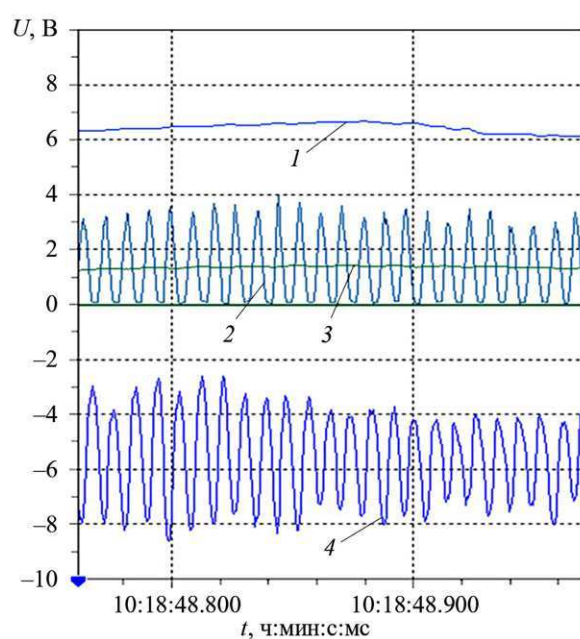


Рис. 4

Далее были получены частотные характеристики при длине резонаторной трубы 1400 мм и выполнено быстрое преобразование Фурье, что демонстрирует рис. 5. Здесь: 1 – скорость набегающего потока воздуха – 60 м/с; 2 – скорость набегающего потока воздуха – 260 м/с.

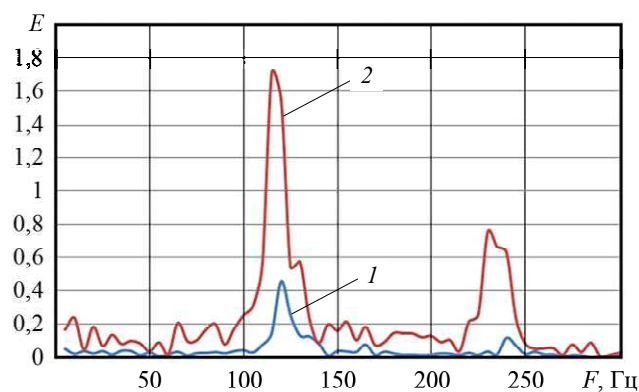


Рис. 5

При увеличении выпускной трубы до величины 1400 мм возникает вибрационное горение, для которого характерно увеличение размаха значений силы тяги двигателя (см. рис. 4).

По акустическим спектрам на работающем двигателе был построен график зависимости частоты работающего двигателя от длины резонаторной трубы (рис. 6).

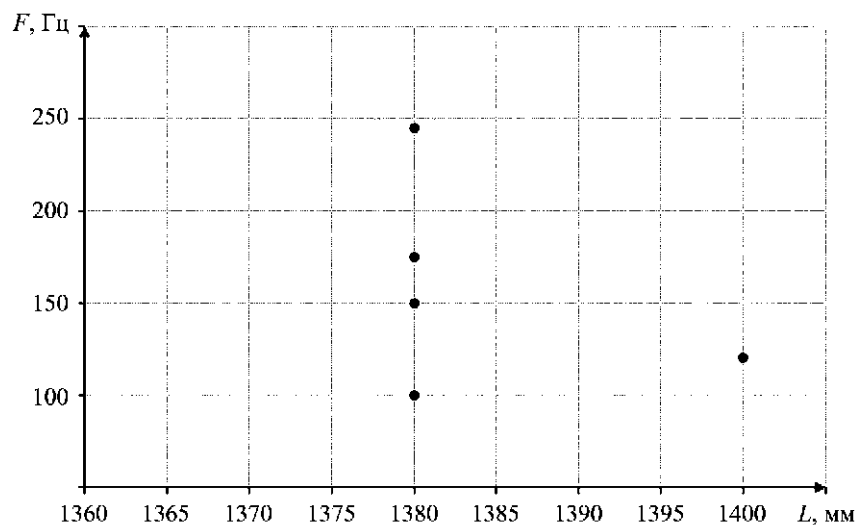


Рис. 6

Как видно (см. рис. 6), при уменьшении длины резонаторной трубы до 1380 мм кроме основной частоты 100 Гц появляются гармоники с частотой 150, 175, 245 Гц.

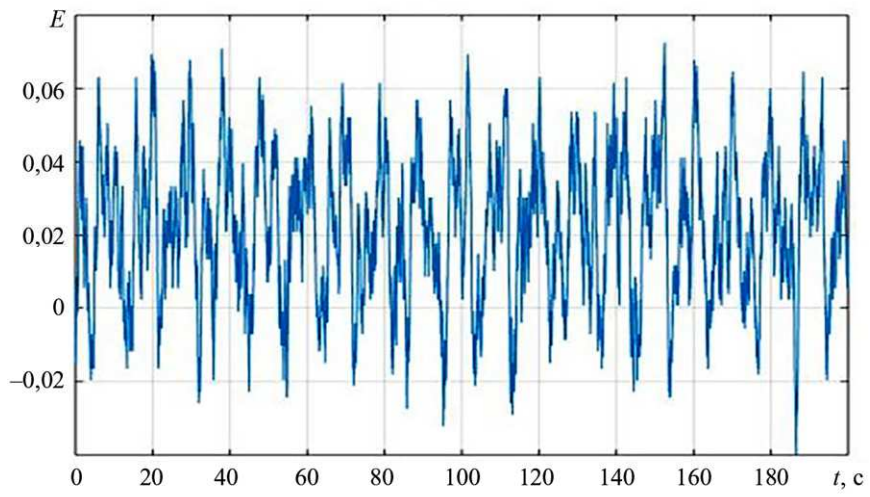
Установлено, что увеличение номера гармоники приводит к росту числа чередующихся участков устойчивости и неустойчивости, размещающихся вдоль длины трубы. В частности, первая гармоника соответствует одной области неустойчивости, вторая – двум, третья – трем. Кроме того, возможно одновременное проявление неустойчивости для нескольких гармоник.

«Известно, что с увеличением частоты колебаний количество энергии, излучаемой из трубы в окружающее пространство, резко возрастает. По мере удаления зоны горения от открытого конца первоначально стабильный процесс должен стать неустойчивым, причем частота колебаний скачкообразно понижаться до основного тона системы. Это приведет, казалось бы, к парадоксальному поведению колебательной системы: увеличение относительной длины участка трубы, заполненного горячим газом, будет приводить к уменьшению частоты колебаний, в то время как все гармоники должны были бы увеличивать свойственные им частоты. С увеличением длины резонаторной трубы гармоники увеличиваются, по мере этого возрастания становятся неустойчивыми все более и более низкие гармоники, которые, рассеивая меньше энергии во внешнее пространство, будут возбуждаться легче, чем высокие гармоники, и смогут подавлять последние» [7]. Области неустойчивости, представленные на рис. 6, расположены таким образом, что при определенных относительных значениях длины горячей части течения возможно одновременное возникновение неустойчивости по нескольким гармоникам. В результате происходит их одновременное возбуждение.

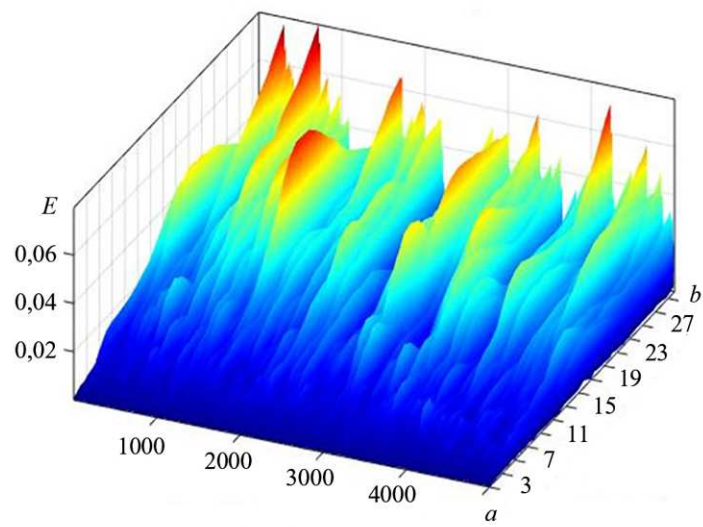
Приведем осциллограмму акустических колебаний работающего эжекторного пульсирующего воздушно-реактивного двигателя с длиной резонаторной трубы 1380 мм (рис. 7, а) и ее вейвлет-преобразование (рис. 7, б). Наблюдается множество гармоник в диапазоне 100...250 Гц.

Приведем осциллограмму акустических колебаний работающего эжекторного пульсирующего воздушно-реактивного двигателя с длиной резонаторной трубы 1400 мм (рис. 8, а) и ее вейвлет-преобразование (рис. 8, б). С увеличением длины резонаторной трубы до 1400 мм количество гармоник уменьшилось.

Ранее наблюдавшиеся турбулентные пульсации подавляются на фоне выраженных колебаний акустической природы, при которых поток газа колеблется как единая система.

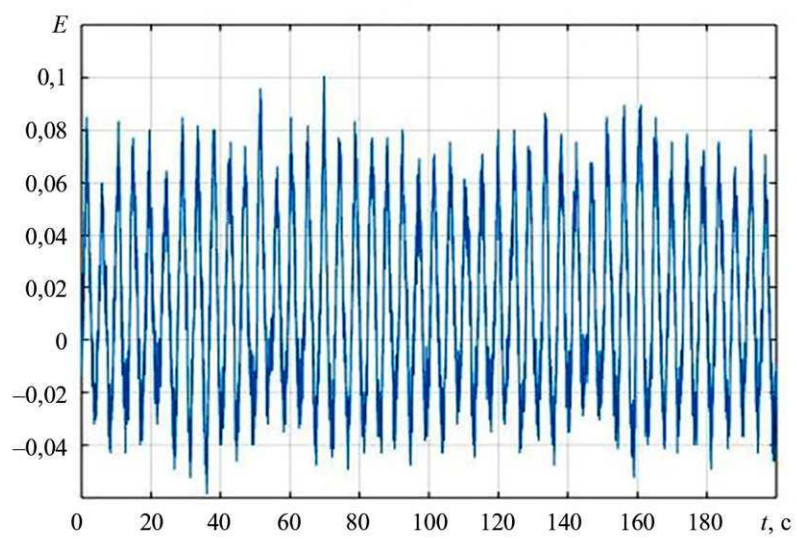


*a*



*б*

Рис. 7



*a*

Рис. 8 (Начало)

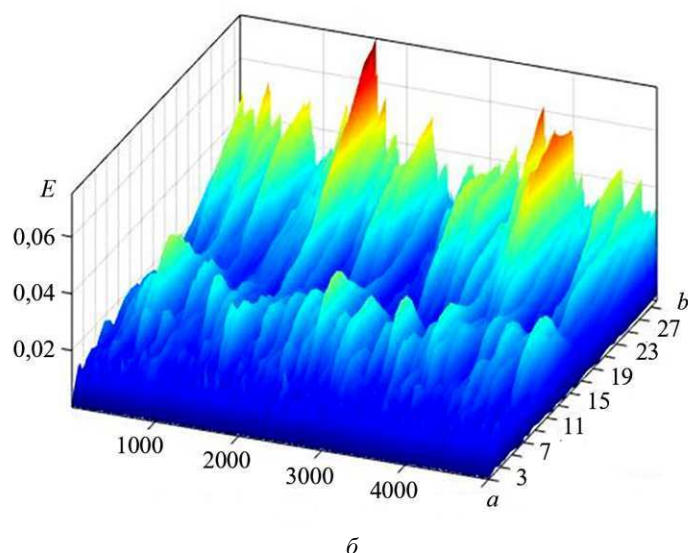


Рис. 8 (Окончание)

Вибрационное горение представляет собой разновидность неустойчивого горения, характеризующуюся возникновением автоколебаний газа в камере сгорания. Данный режим обусловлен чувствительностью процессов смесеобразования, вихреобразования и горения к колебаниям газовой среды в камере.

«Возникновение автоколебательного периодического горения связывается со спецификой протекания составляющих цикл элементарных процессов, влияющих на работу двигателя и зависящих от его конструктивных параметров» [10].

Источниками энергии автоколебаний служат тепловая и кинетическая энергия топлива и воздуха, поступающих в камеру.

Автоколебания имеют четкую периодичность. Частота высокочастотных колебаний близка к одной из собственных частот звуковых колебаний газа в камере. Под низкочастотными колебаниями понимают несколько низших форм собственно продольных колебаний газа. «Автоколебания возбуждаются, когда колебания скорости тепловыделения и приращения массы газа при горении жидкого топлива совершаются с частотой колебаний давления газа и имеют фазовый сдвиг относительно них  $< \pi / 2$ » [8]. Вибрационное горение сопровождается резким увеличением шума, срывами пламени и разрушением камеры сгорания. При установившемся режиме вибрационного горения амплитуда и период колебаний потока приобретают постоянные значения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ларионов В.М., Заринов Р.Г. Автоколебания газа в установках с горением. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2003. 227 с.
2. Higgins B. On the Sound Produced by a Current of Hydrogen Gas Passing through a Tube // Journal of Natural Philosophy, Chemistry and the Arts. 1802. Vol. 1. P. 129–131.
3. Рогинский О.Г. О вибрационном горении // Акустический журнал. 1961. № 2. С. 131–154.
4. Неустойчивость горения в ЖРД / Под ред. Д.Т. Харье, Ф.Г. Рирдона. М.: Мир, 1975. 869 с.
5. Rott N. Thermoacoustics // Advanced in Applied Mechanics. 1980. Vol. 20. P. 135–175.
6. Беляев Н.М., Белик Н.П., Польшин А.В. Термоакустические колебания газожидкостных потоков в сложных трубопроводах энергетических установок. Киев: Вища школа, 1985. 160 с.
7. Раушенбах Б.В. Вибрационное горение. М.: Физматгиз, 1961. 500 с.
8. Сиденко К.А. Источники автоколебаний в эжекторном пульсирующем воздушно-реактивном двигателе // Изв. вузов. Авиационная техника. 2023. № 3. С. 112–119.
9. Сиденко К.А., Бирюк В.В. Влияние коэффициента избытка воздуха и акустической настройки на рабочий процесс эжекторного пульсирующего воздушно-реактивного двигателя // Изв. вузов. Авиационная техника. 2025. № 2. С. 222–226.

10. *Побежимов В.Н.* Моделирование рабочего процесса пульсирующего ВРД с аэродинамическим клапаном на основе анализа термодинамического цикла // Изв. вузов. Авиационная техника. 2007. № 1. С. 46–48.

Поступила в редакцию 10.10.25

После доработки 27.11.25

Принята к публикации 27.11.25

## Changing the Frequency Response of an Ejector Pulse Jet Engine as a Method for Obtaining Vibratory Combustion

K.A. SIDENKO AND V.V. BIRYUK

Samara University, Samara

*Frequency characteristics of a running ejector pulse jet engine were experimentally obtained with various resonator tube lengths. Using a Fourier transform, acoustic spectra and a graph of the relationship between resonator tube length and frequency harmonics were constructed. The exhaust tube length corresponding to the onset of vibratory combustion, characterized by an increase in the amplitude of engine thrust pulsations, was determined.*

**Ejector pulse jet engine, normal combustion, vibratory combustion, pulsating combustion, mixture formation, acoustic tuning.**

## Flow Field Characteristics of Single Expansion Nozzle

**I.D. MURTHY,**

**P. LOVARAJU**

(Department of Aerospace  
Engineering, Lakireddy Bali  
Reddy College of Engineering,  
Mylavaram, India),

**V.R. RAJU**

(Department of Mechanical  
Engineering, University College  
of Engineering, JNTUK,  
Kakinada, India)

lovaraju@gmail.com

*The flow field characteristics through a single expansion nozzle with long flap are studied both experimentally and numerically. This nozzle is designed to deliver Mach number of 1.7. The nozzle pressure ratios of 1.35, 1.45, 1.55, 2, 3, 4 and 5 were chosen for the study. The investigation reveals that single expansion nozzle with long flap is able to deliver Mach number close to design Mach number. The formation of normal shock wave in the single expansion nozzle with long flap induces restricted shock separation on the convergent-divergent portion. The single expansion nozzle with long flap delivers flow characteristics similar that of convergent-divergent nozzle at the nozzle pressure ratios of 4 and 5.*

**Single expansion nozzle, C-D nozzle, normal shock, Mach number, separation**